

Paradigma Funcional em Haskell e C++

André Sá (A76361) João Rodrigues (A84505)
Pedro Oliveira (A86328)

2020/07/22

Licenciatura em Ciências da Computação



Índice

1	Introdução	3
2	Abordagem ao Paradigma Funcional em Haskell e C++	4
2.1	O Paradigma Funcional	4
2.2	Haskell Como Linguagem Funcionalmente Pura	4
2.3	C++ "funcional"	5
3	Comparação e Análise de Programas Equivalentes em Haskell e C++	6
3.1	<i>Prelude</i>	6
3.1.1	<code>map</code>	6
3.1.2	<code>filter</code>	7
3.1.3	<code>reverse</code>	8
3.1.4	<code>zip</code>	8
3.1.5	Resultados	9
3.2	<i>Google Hash Code 2020</i>	11
3.2.1	Notas Sobre Funções Relevantes Utilizadas	11
3.2.2	Tipos e Estruturas de Dados	12
3.2.3	Ler o <i>Input</i>	13
3.2.4	Resolver o Problema	15
3.2.5	Escrever o <i>Output</i>	17
3.2.6	Resultados	18
4	Aspectos Importantes de Programação Funcional	18
4.1	Imutabilidade	19
4.2	<i>Lazy Evaluation</i>	20
4.3	Composição	21
4.4	ADTs	23
4.4.1	<code>struct/class</code>	23
4.4.2	<code>enum</code>	24
4.4.3	<code>union</code>	24
4.4.4	ADTs em C++	25
5	Conclusão	26
	Referências	27

1 Introdução

O paradigma funcional tem ganho notoriedade junto de grandes empresas e programadores em detrimento de outros, pois permite que em poucas linhas de código, quando comparado com outros estilos, se consigam criar soluções robustas e eficientes.

A linguagem **Haskell** é uma linguagem de programação criada nos anos 80 por um comitê de academias baseada nas observações de **Haskell Curry**. Caracteriza-se por ser uma linguagem puramente funcional, sendo uma linguagem de alto nível e com uma estratégia de avaliação *lazy*, a programação *lazy* é um estilo de programação em que os argumentos são avaliados apenas quando o valor é realmente necessário. A linguagem **Haskell** tem sofrido constantes desenvolvimentos e é cada vez mais usada na indústria, pois permite programar de forma clara e consisa e com alto nível de abstração e produtividade, tornando-se uma linguagem simples e muito poderosa.

Do lado do **C++** temos uma linguagem que surgiu também na década dos 80, inicialmente desenvolvida por **Bjarne Stroustrup** dos **Bell Labs**, com o propósito de melhorar uma versão do núcleo **Unix**. Como o **Unix** era escrito em **C**, a linguagem **C++** tinha de ser compatível com **C** e ao mesmo tempo estender a linguagem com algumas funcionalidades como memória partilhada entre outras. É uma linguagem de baixo nível e de elevada complexidade, recebendo novas revisões regularmente. A última revisão feita a linguagem foi em 2017 conhecida como **C++17** que é a versão utilizada neste projeto.

Neste documento será dada ênfase às vantagens do paradigma funcional e de que forma podemos aproveitar essas vantagens em **C++**. Iremos estudar e analisar as características funcionais em programas escritos em **C++**, através de algumas bibliotecas existentes para esse efeito e, aproveitaremos para efectuar uma análise comparativa de performance, sintaxe, etc, através de programas que resolvem o mesmo problema em **C++** e **Haskell**.

Nas linguagens funcionais as funções são entidades de primeira classe, isto é, podem ser usadas como qualquer outro objecto: passadas como argumento, devolvidas como resultado, ou mesmo armazenadas em estruturas de dados. Isto dá às linguagens funcionais uma grande flexibilidade, capacidade de abstracção e modularização do processamento de dados.

O uso de **templates** em **C++** traz algumas vantagens à programação em estilo funcional, nomeadamente a possibilidade de fazer programação genérica, isto é, criar programas polimórficos. Também é possível obter computação em tempo de compilação com **templates**, mas esta não é essencial à programação funcional, e portanto não vamos desenvolver sobre este assunto.¹

Aproveitaremos também para aprofundar alguns aspectos/características importantes da programação funcional tais como imutabilidade, *lazy evaluation*, composição e ADTs.

Quando necessário, e para uma melhor elucidação sobre as questões que estão a ser analisadas, serão usados pequenos excertos de código em ambas as linguagens.

¹Para mais informação sobre este assunto, ler Hoyte (2008).

Todo o código desenvolvido durante este projecto, incluindo este documento, pode ser encontrado no nosso repositório, criado para esse propósito.

2 Abordagem ao Paradigma Funcional em Haskell e C++

2.1 O Paradigma Funcional

Na programação funcional, os programas são executados através da avaliação de expressões, em contraste, por exemplo, com o paradigma imperativo onde os programas são compostos por instruções que vão alterando o estado global à medida que executam. Isto significa que os procedimentos podem ter acesso ao estado global e/ou partilhado entre vários procedimentos. Esta partilha não está especificada de forma nenhuma e, portanto, tem de ser o programador a cuidar e evitar que problemas aconteçam. O paradigma funcional evita este problema parcial ou completamente, ao desencorajar ou impedir esta prática e, ao mesmo tempo, encorajar e facilitar “boa prática”.

Um exemplo extremo e pouco realista seria:

```
void accoes (void) {  
    accao1();  
    accao2();  
    accao3();  
}
```

Deste pequeno excerto, podemos concluir uma de duas hipóteses:

1. Como nenhum dos procedimentos `accao1`, `accao2` ou `accao3` recebe argumentos, e o resultado não é utilizado, então estes procedimentos não fazem nada de útil e, portanto, `accoes` também não faz nada de útil;
2. Cada um dos procedimentos faz algo de útil, mas para tal acede e altera alguma estrutura de dados partilhada; esta relação *input-output* não é explícita.

Por outro lado, numa linguagem funcional escreveríamos (em notação `Haskell`) `accoes = accao3 . accao2 . accao1` para representar a mesma sequência de acções mas sem partilha de memória nem estruturas de dados a serem mudadas: cada uma das acções é uma função que devolve uma estrutura de dados, dada outra estrutura de dados.

Este problema de alteração implícita de estado agrava-se ainda mais num contexto concorrente com *threads* e partilha de memória.

2.2 Haskell Como Linguagem Funcionalmente Pura

`Haskell` adopta o paradigma Funcionalmente Puro, o que quer dizer que um programa é uma função no sentido matemático, ou seja, dado o mesmo *input* é sempre devolvido o mesmo *output*.

Para se implementarem efeitos secundários em `Haskell`, em vez de se aceder ao mundo e alterá-lo implicitamente, como na maioria das linguagens, este é

recebido como um argumento e as mudanças são feitas sobre esse argumento.

Para dar melhor a entender, vejamos um exemplo: `puts`. O seu protótipo em C é `int puts (const char *s)`. A string parâmetro `s` vai ser impressa no `stdout`, mas nada no tipo da função nos diz que assim é.

Em Haskell, a função equivalente é `putStrLn`, com tipo `String -> IO ()`, e o efeito secundário de imprimir a string de *input* no `stdout` está descrito no próprio tipo da função: `IO ()`.

Pode-se pensar neste `IO a` como sendo `World -> (a, World)`, ou seja, dado um mundo, é devolvido o resultado da computação e o novo mundo. (Peyton Jones 2001)

Na realidade, o Haskell concilia o princípio de “computação por cálculo” com o *input/output* através da utilização do mónade `IO`.

O conceito de mónade é usado para sintetizar a ideia de computação como algo que se passa dentro de uma “caixa negra”, da qual apenas conseguimos ver os resultados. Em Haskell o conceito de mónade está definido como uma classe de construtores de tipos. Quando um termo `t` é do tipo `m a`, sendo `m` um mónade e `a` um tipo qualquer, isso significa que `t` é uma computação que retorna um valor do tipo `a`. Ou seja, `t` é um valor de tipo `a` com um efeito adicional captado por `m`. No caso do mónade `IO`, esse efeito é uma acção de *input/output*.

2.3 C++ "funcional"

Devido à sua herança, C++ promove um estilo frágil de programação, devendo ser o programador a ter alguma atenção e a tomar algumas decisões quando pretende usar o paradigma funcional em C++. Por exemplo:

- Evitar dados mutáveis. Numa função que altera uma estrutura, em vez de receber a estrutura por referência e a alterar, será melhor receber a estrutura por valor e devolver uma nova. Por razões de performance, também pode ser boa ideia passar a estrutura por referência `const`, que se traduz em menos movimentação de memória.
- Para um estilo de programação mais genérico, mas ao mesmo tempo mais seguro, preferir `templates` a `void *`, o que permite uma abstracção de tipos, indo de encontro ao que acontece em Haskell. Vejamos o exemplo de uma função que soma dois valores passados como argumento.

```
template <typename T>
T add(T a, T b) {
    return a + b;
};
int main () {
    auto i = add(2, 3);
    auto f = add(2.2, 4.1);
    return 0;
}
```

Esta função pode ser invocada com diferentes tipos, tornando desnecessária a implementação da mesma função para tipos diferentes, e ganhando de

forma gratuita a inferência de tipos por parte do compilador, através da keyword `auto`.

- Recorrer ao uso de *lambdas* para criar abstrações (desde C++11). Por exemplo, se quisermos uma função que multiplica por 2, mas esta não for muito frequentemente necessária, podemos defini-la localmente como anónima. Ou seja, usar `[] (int x){return 2*x;}`, em vez de definir como usual:

```
int mul2 (int x) {  
    return 2 * x;  
}
```

- Utilizar bibliotecas funcionais existentes, como a “*Functional Plus*” (“Functional Plus,” n.d.), que define muitas abstrações úteis de programação funcional, fácil de usar e com boa documentação; a “*CPP Prelude*” (“CPP Prelude,” n.d.), que define grande parte do *prelude* do *Haskell*, à custa de funções da STL; e a “*Ranges*” (“Ranges,” n.d.), que tem muitas abstrações úteis de programação funcional, tal como a “*Functional Plus*”, mas com mais atenção a performance, e vai ser integrada numa revisão futura da linguagem. Estas bibliotecas aparecerão todas mais à frente, ao longo deste documento.

3 Comparação e Análise de Programas Equivalentes em Haskell e C++

Neste capítulo, faremos uma comparação mais específica sobre programas escritos em ambas as linguagens e cujo propósito é o mesmo, ou seja, podem considerar-se equivalentes. Durante a pesquisa que efectuamos, encontramos duas bibliotecas que tentam transpor o paradigma funcional para C++, que vão de encontro aos objectivos do nosso projecto. Vamos começar por algumas funções sobre listas do *prelude* do *Haskell*, usando a biblioteca “*CPP Prelude*”, para uma comparação mais directa, e terminaremos com um programa mais robusto que foi utilizado na ronda de qualificação do *Google Hash Code 2020*, do qual tínhamos a versão em *Haskell* e fizemos a conversão para C++ utilizando a biblioteca “*Functional Plus*”, para uma comparação mais realista.

3.1 Prelude

De forma a comparar a performance de pequenos programas em ambas as linguagens, geramos um ficheiro de *input* com uma lista de 10000000 de inteiros. Note-se que deixamos de fora da análise o processo de leitura do ficheiro. Focaremos a comparação na aplicação de funções específicas em *Haskell* e C++. Para cada função, vamos apresentar uma definição com recursividade explícita e uma definição recorrendo a funções de ordem superior em *Haskell*, seguidas de uma implementação em C++ e no final apresentamos os tempos de execução.

3.1.1 map

Começamos pelo `map`. Esta função *mapeia* todos os elementos de uma dada lista com uma dada função. Por exemplo, em *Haskell*, se tivermos uma lista

de inteiros `l :: [Int]` e quisermos duplicar todos os elements da lista, basta chamar `map (*2) l`.

Em Haskell:

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
-- Recursividade explícita
map f [] = []
map f (h:t) = f h : map f t
-- Funções de ordem superior
map f = foldr (\a -> (f a :)) []
```

Em C++:

```
template <Function FN, Container CN, Type A,
          Type B = typename std::result_of<FN(A)>::type,
          typename AllocA = std::allocator<A>,
          typename AllocB = std::allocator<B>>
auto map(const FN& f, const CN<A, AllocA>& c) -> CN<B, AllocB> {
    auto res = CN<B, AllocB>{};
    res.reserve(c.size());
    std::transform(std::begin(c), std::end(c), std::back_inserter(res), f);
    return res;
}
```

Em C++ já existe uma função parecida: `std::transform`. Esta função recebe os iteradores de início e fim da colecção de *input*, a forma como se deve inserir na colecção de resultado, e como transformar cada elemento da colecção de *input*; e devolve o iterador para o início da colecção de resultado.

Como tal, podemos aproveitar o `std::transform` para definir o `map` em C++. Como devolve uma colecção, temos de criar a colecção de resultado (`res`) – em Haskell isto é feito de forma automática.

3.1.2 filter

A segunda função que comparamos foi o `filter`, que recebe uma lista e um predicado, e calcula a lista que tem todos os elementos que satisfazem esse predicado. Por exemplo, se tivermos uma lista de inteiros `l :: [Int]`, e quisermos obter a lista dos inteiros pares, podemos usar o `filter` com o predicado `even`: `filter even l`.

Em Haskell:

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
-- Recursividade explícita
filter p [] = []
filter p (h:t)
    | p h      = h : filter p t
    | otherwise =      filter p t
-- Funções de ordem superior
filter p = foldr (\a -> if p a then (a:) else id) []
```

Em C++:

```

template <Predicate PR, Container CN, Type A,
          typename AllocA = std::allocator<A>>
auto filter(const PR& p, const CN<A, AllocA>& c) -> CN<A, AllocA> {
    auto res = CN<A, AllocA>{};
    res.reserve(c.size());
    std::copy_if(std::begin(c), std::end(c), std::back_inserter(res), p);
    res.shrink_to_fit();
    return res;
}

```

Tal como no caso do `map`, já existe uma função parecida: `std::copy_if`. Apesar de não sabermos à partida quantos elementos terá a coleção de resultado, por razões de performance, podemos na mesma reservar espaço. No fim, a coleção pode conter menos elementos que os reservados, e para remover a memória inutilizada, usa-se `shrink_to_fit`.

3.1.3 reverse

A nossa terceira função escolhida foi o `reverse` que, dada uma lista, inverte a ordem dos seus elementos. Por exemplo, se tivermos a lista `l = [1, 2, 3, 4, 5]`, e lhe aplicarmos o `reverse` obtemos `[5, 4, 3, 2, 1]`.

Em Haskell:

```

reverse :: [a] -> [a]
-- Recursividade explícita
reverse = reverse' []
    where
        reverse' ret [] = ret
        reverse' ret (h:t) = reverse' (h:ret) t
-- Funções de ordem superior
reverse = foldl (flip (:)) []

```

Em C++:

```

template <Container CN, Type A, typename AllocA = std::allocator<A>>
auto reverse(const CN<A, AllocA>& c) -> CN<A, AllocA> {
    auto res = CN<A, AllocA>{c};
    std::reverse(std::begin(res), std::end(res));
    return res;
}

```

Mais uma vez, já existe uma função parecida: `std::reverse`. No entanto, o `std::reverse` altera a coleção, em vez de devolver uma nova.

3.1.4 zip

Para concluir o primeiro conjunto de funções escolhemos a função `zip`. Esta recebe duas listas, e emparelha os seus elementos – o primeiro com o primeiro, o segundo com o segundo, e assim sucessivamente. Caso as listas tenham tamanhos diferentes a menor lista dita o tamanho final.

Em Haskell:


```

zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
-- Recursividade explícita
zip [] _ = []
zip _ [] = []
zip (x:xs) (y:ys) = (x, y) : zip xs ys
-- Funções de ordem superior
zip = zipWith (,)

```

Em C++:

```

template <Container CA, Type A, typename AllocA = std::allocator<A>,
          Container CB, Type B, typename AllocB = std::allocator<B>,
          Container CRES = CA, typename RES = std::tuple<A, B>,
          typename AllocRES = std::allocator<RES>>
auto zip(const CA<A, AllocA>& left, const CB<B, AllocB>& right)
-> CRES<RES, AllocRES> {
    auto res = CRES<RES, AllocRES>{};
    res.reserve((left.size() < right.size()) ? left.size() : right.size());
    auto l = std::begin(left);
    auto r = std::begin(right);
    while (l != std::end(left) && r != std::end(right)) {
        res.emplace_back(*l, *r);
        ++l;
        ++r;
    }
    return res;
}

```

Neste caso, não existe nenhuma função parecida na STL, e portanto, é definida manualmente como um ciclo.

3.1.5 Resultados

Para comparar performance entre as duas linguagens, executamos todas as funções num só processo e medimos o tempo de CPU de cada uma com os meios disponíveis em cada linguagem. Simultaneamente, medimos o tempo total real de execução e a memória máxima residente do processo com o programa `/usr/bin/time`.

Os programas foram executados uma única vez num sistema *Debian testing*, a correr num CPU *Ryzen 3 2200G*, e com 8GB de RAM. Para os compilar usamos os seguintes comandos, com as versões 9.3.0 do GCC, e 8.6.5 do GHC:

```

g++ -Wall -Wextra --std=c++17 -O3 bench.cpp -o bench_cpp
ghc -O3 bench.hs -o bench_hs

```

E para correr os programas usamos o seguinte:

```

for P in bench_{cpp,hs}
do
    echo "$P"
    /usr/bin/time "./$P" < lista.txt

```

```
echo
done
```

Para medir o tempo de CPU em C++ usamos `std::clock()` do *header* `<ctime>`, com o seguinte macro:

```
#define benchmark(str, func) \
do { \
    auto start = std::clock(); \
    (void) func; \
    auto stop = std::clock(); \
    auto duration = 1000000000 \
        * (stop - start) \
        / CLOCKS_PER_SEC; \
    std::cout << str << ": " << duration \
        << " nanoseconds" << std::endl; \
} while (0)
```

E em Haskell usamos `getCPUTime` de `System.CPUTime`, com a seguinte função:

```
timeSomething :: NFData a => String -> a -> IO ()
timeSomething str something = do
    start <- liftIO getCPUTime
    let !result = deepforce $! something
    end <- liftIO getCPUTime
    let diff = round . (/1000) . fromIntegral $ end - start
    putStrLn $ str ++ ": " ++ show diff ++ " nanoseconds"
```

Como Haskell é *lazy-by-default*, para obter-mos uma comparação justa é necessário forçar a avaliação das expressões que pretendemos testar. Para isso usamos o `deepforce`, que está definido como `deepforce x = deepseq x x`, sendo `deepseq a b` a função que força a avaliação de `a` e devolve `b`. A leitura e conversão do *input* para uma lista de inteiros foi forçada antes do primeiro *benchmark*.

Apresentamos na tabela abaixo os resultados:

	C++	Haskell
map (*2)	11 ms	138 ms
filter even	48 ms	139 ms
reverse	12 ms	816 ms
uncurry zip . split id id	36 ms	127 ms
Tempo real total	2.31 s	29.54 s
Memória residente máxima	121 MB	1263 MB

A diferença nos tempos é bastante drástica, especialmente do tempo total do processo. Como passa bastante tempo antes do programa em Haskell mostrar resultados podemos concluir que grande parte do tempo é gasto na leitura e processamento do *input*.

3.2 Google Hash Code 2020

Falemos agora sobre o problema do *Google Hash Code 2020*. O problema é de optimização, e consiste em planear que livros serão examinados e de que biblioteca, de forma a maximizar a pontuação, que é a soma da pontuação de cada livro que foi examinado – livros examinados mais do que uma vez contam só uma. Não iremos detalhar aqui o problema em si, os ficheiros de input e output, – visto que estão disponíveis na página da competição² – nem a estratégia usada para o resolver, dado não estarem directamente relacionados com o tema deste trabalho.

O programa original, escrito em `Haskell`, foi desenvolvido durante a competição, que durou quatro horas, e está estruturado simplesmente como a composição de três passos – ler o *input*, resolver o problema, e escrever o *output* – como se pode verificar no código:

```
main = interact (outputToString . solve . readLibraries)
```

A conversão em `C++` segue a mesma estrutura, como se pode também verificar no código:

```
output_to_string(solve(read_libraries()));
```

Tem apenas duas pequenas excepções: enquanto que em `Haskell` temos as seguintes funções:

```
readLibraries :: String -> Libraries
outputToString :: Output -> String
```

Em `C++` temos estes dois procedimentos:

```
struct libraries read_libraries (void);
void output_to_string (output_t output);
```

Isto porque seria mais difícil implementar de uma forma mais funcional e o resultado seria muito menos idiomático – estranho, até.

3.2.1 Notas Sobre Funções Relevantes Utilizadas

3.2.1.1 `fplus::transform`

Esta função serve um propósito similar ao da função `map` em `Haskell`. Enquanto que em `Haskell` escreveríamos `map func col`, em `C++`, com a biblioteca “*Functional Plus*”, escrevemos `fplus::transform(func, col)`.

3.2.1.2 `fplus::keep_if`

Esta função serve um propósito similar ao da função `filter` em `Haskell`. Enquanto que em `Haskell` escreveríamos `filter pred col`, em `C++`, com a biblioteca “*Functional Plus*”, escrevemos `fplus::keep_if(pred, col)`.

²Para o enunciado do problema e ficheiros de input, ver (“Google Hash Code Archive” 2020).

3.2.1.3 fplus::fwd::apply

Esta função é usada para aplicar funções sobre colecções a uma colecção. Por exemplo, quando em Haskell escreveríamos `func3 . func2 . func1 $ col`, em C++, com a biblioteca “*Functional Plus*”, escrevemos `fplus::fwd::apply(col, func1, func2, func3)`.

Funções úteis para usar com `fplus::fwd::apply` podem ser encontradas no *namespace* `fplus::fwd`.

3.2.1.4 fplus::fwd

Como em C++ não há *auto-carrying*, de forma a ser possível compor funções da biblioteca, existem no *namespace* `fplus::fwd` versões para este propósito. Por exemplo, podemos escrever

```
fplus::fwd::apply(col,
                  fplus::fwd::keep_if(pred),
                  fplus::fwd::transform(func));
```

em vez de

```
fplus::transform(func, fplus::keep_if(pred, col));
```

3.2.1.5 std::tie

Para destruturar tuplos em C++ – mas não pares – podemos usar `std::tie`. Isto é equivalente a fazer *pattern match* sobre um tuplo em Haskell. Vejamos um exemplo:

Em Haskell:

```
t :: (Int, Float, Char, String, Double)
t = (0, 1, 'a', "ola", 2)
(x, _, _, _, d) = t
```

Em C++:

```
std::tuple<int, float, char, std::string, double> t
    = std::make_tuple(0, 1, 'a', "ola", 2);
int x;
double d;
std::tie(x, std::ignore, std::ignore, std::ignore, d) = t;
```

3.2.2 Tipos e Estruturas de Dados

Definimos apenas três tipos para uso no programa, – um para representar o *input*, outro para representar o *output*, e um para representar uma biblioteca – e as únicas estruturas de dados usadas foram listas e vectores – só vectores do lado de C++. Apresentamos as suas definições a seguir.

Em Haskell:

```
--           ID      nBooks  Signup books/day books
type LibraryDesc = (Int, (Int, Int, Int, V.Vector Int))
data Libraries = Libraries {
```

```

nBooks :: Int,
nLibraries :: Int,
nDays :: Int,
bookScore :: V.Vector Int,
libraries :: [LibraryDesc]
} deriving Show
--          lib  nb  books
newtype Output = Output [(Int, Int, V.Vector Int)]

```

Em C++:

```

typedef std::pair<int, std::tuple<int, int, int, std::vector<int>>>
    library_desc_t;
struct libraries {
    int n_books;
    int n_libraries;
    int n_days;
    std::vector<int> book_scores;
    std::vector<library_desc_t> libraries;
};
typedef std::vector<std::tuple<int, int, std::vector<int>>>
    output_t;

```

3.2.3 Ler o *Input*

Para a leitura do *input* tiramos proveito da *lazyness* do Haskell, e tomando-o como uma **String**. Do lado do C++ usamos também `std::string`, simplesmente porque pretendíamos uma conversão mais directa – em geral, esta não é a melhor escolha para performance, mas para os ficheiros de *input* não é expectável qualquer penalização, visto que o maior destes tem apenas 3.4MB.

De seguida apresentamos o ficheiro de exemplo mais pequeno:

```

6 2 7      ; 6 livros, 2 bibliotecas, 7 dias
1 2 3 6 5 4 ; Pontuação de cada livro
5 2 2      ; Biblioteca 0: 5 livros, 2 dias de signup, 2 livros/dia
0 1 2 3 4   ; Os livros da biblioteca 0
4 3 1      ; Biblioteca 1: 4 livros, 3 dias de signup, 1 livro/dia
0 2 3 5     ; Os livros da biblioteca 1

```

Em Haskell:

```

onTSBD (_, (_, ts, bd, _)) = (ts, bd)

readLibraries :: String -> Libraries
readLibraries = proc . map (map read . words) . lines
  where
    proc ([nb, nl, nd]:scores:library_desc) = Libraries nb nl nd scs libs
      where
        scs = V.fromList scores
        libs = (proc3 . zip [0..] $ proc2 library_desc)

    proc3 = sortOn onTSBD

```

```

proc2 ([nb, su, bd]:books:t) = (nb, su, bd, V.fromList books):(proc2 t)
proc2 _ = []

```

Em C++:

```

struct libraries read_libraries (void) {
    std::string input(std::istreambuf_iterator<char>{std::cin}, {});
    std::vector<std::vector<int>> values = fplus::fwd::apply(
        input,
        fplus::fwd::split_lines(false),
        fplus::fwd::transform([](std::string line) -> std::vector<int> {
            return fplus::fwd::apply(
                line,
                fplus::fwd::split_words(false),
                fplus::fwd::transform(fplus::read_value_unsafe<int>));
        }));

    struct libraries ret;
    /* Primeira linha */
    ret.n_books = values[0][0];
    ret.n_libraries = values[0][1];
    ret.n_days = values[0][2];
    /* Segunda linha */
    ret.book_scores = values[1];
    /* Resto */
    ret.libraries.reserve(ret.n_libraries);
    for (int i = 0; i < ret.n_libraries; i++) {
        std::vector<int> props = values[2 * i + 2 + 0];
        std::vector<int> books = values[2 * i + 2 + 1];
        int n_books = props[0];
        int sign_up = props[1];
        int books_per_day = props[2];
        ret.libraries.push_back(
            std::make_pair(i,
                std::make_tuple(n_books,
                    sign_up,
                    books_per_day,
                    books)));
    }
    /* `proc3` */
    ret.libraries = fplus::sort_on(&on_ts_bd, ret.libraries);
    return ret;
}

```

Como se pode verificar, o passo de separar a *string* de *input* em linhas e palavras, e de ler essas palavras para inteiros, está muito parecido ao original – a definição da variável *values*. O passo `zip [0..] . proc2` já foi fundido num só ciclo *for*.

3.2.4 Resolver o Problema

Em Haskell:

```
ordBookScore :: Libraries -> Int -> Int
ordBookScore l id = (V.! id) $ bookScore l

solve :: Libraries -> Output
solve l = cenas . sortOn onTSBD $ solve' (nDays l) (distinct $ libraries l)
  where
    distinct :: [LibraryDesc] -> [LibraryDesc]
    distinct = map mapper . filter pred . fst . foldl' folder def
      where
        mapper (id, (nb, ts, bd, bs)) = (id, (nb, ts, bd, sorted))
          where
            sorted = V.fromList . sortOn (ordBookScore l) $ V.toList bs

        pred (_, (_, _, _, bs)) = not $ V.null bs

        def = ([], S.empty)
        folder (ret, s) (id, (nb, ts, bd, bs)) = let
          bss = S.fromList $ V.toList bs
          bs' = S.difference bss s
          ss = S.union s bs'
          bs'' = V.fromList $ S.toList bs'
          in ((id, (S.size bs', ts, bd, bs'')):ret, ss)

    cenas = Output . map (\(id, (nb, ts, bd, bs)) -> (id, nb, bs))

    solve' 0 _ = []
    solve' _ [] = []
    solve' nd (e@(_, (_, ts, _, _)):t)
      | ts <= nd = e:(solve' (nd - ts) t)
      | otherwise = solve' nd t
```

Em C++:

```
/* Esta função representa a função `distinct` acima */
struct libraries distinct (struct libraries libs) {
  libs.libraries = fplus::fwd::apply(
    libs.libraries,
    fplus::fwd::fold_left(
      [] (std::pair<std::vector<library_desc_t>, std::set<int>> a,
        library_desc_t b) {
        std::vector<library_desc_t> ret = a.first;
        std::set<int> s = a.second;
        int id = b.first;
        int ts, bd;
        std::vector<int> bs;
        std::tie(std::ignore, ts, bd, bs) = b.second;
        std::set<int> bss(bs.begin(), bs.end());
```

```

std::set<int> bs_ = fplus::set_difference(bss, s);
std::set<int> ss = fplus::set_merge(s, bs_);
return std::make_pair(
    fplus::prepend_elem(
        std::make_pair(
            id,
            std::make_tuple(
                bs_.size(),
                ts,
                bd,
                std::vector<int>(bs_.begin(), bs_.end()))),
        ret),
    ss);
},
std::make_pair(std::vector<library_desc_t>(), std::set<int>()),
fplus::fwd::fst(),
fplus::fwd::keep_if([](library_desc_t pt)
    { return !std::get<3>(pt.second).empty(); }),
fplus::fwd::transform(
    fplus::fwd::transform_snd(
        [libs](std::tuple<int, int, int, std::vector<int>> tup) {
            int nb, ts, bd;
            std::vector<int> bs;
            std::tie(nb, ts, bd, bs) = tup;
            bs = fplus::sort_on([libs](int bid)
                { return libs.book_scores[bid]; }, bs);
            return std::make_tuple(nb, ts, bd, bs);
        })
    );
return libs;
}

/* Esta função representa a função `solve` acima */
std::vector<library_desc_t>
solve_ (int n_days, std::vector<library_desc_t> libs) {
    std::vector<library_desc_t> ret;
    int len = libs.size();
    assert(len > 0);
    for (int i = 0; i < len && n_days > 0; i++) {
        library_desc_t e = libs[i];
        /*
         * `e` é um `std::pair`
         * `e.second` acede à componente da direita.
         *
         * `e.second` é um `std::tuple`
         * `std::get<1>` acede à componente de índice 1
         */
        int ts = std::get<1>(e.second);
        if (ts <= n_days) {
            ret.push_back(e);
        }
    }
}

```



```

        n_days -= ts;
    }
}
return ret;
}

output_t solve (struct libraries libs) {
    libs = distinct(libs);
    return fplus::fwd::apply(
        solve_(libs.n_days, libs.libraries),
        fplus::fwd::sort_on(&on_ts_bd),
        fplus::fwd::transform(
            [](library_desc_t pt) {
                int id = pt.first;
                int nb;
                std::vector<int> bs;
                std::tie(nb, std::ignore, std::ignore, bs) = pt.second;
                return std::make_tuple(id, nb, bs);
            }));
}

```

3.2.5 Escrever o *Output*

Aqui apresentamos o *output* gerado pelos dois programas, dado o ficheiro de exemplo mostrado acima:

```

2           ; 2 bibliotecas
0 5         ; 5 livros, da biblioteca 0
0 1 2 4 3   ; Livros 0, 1, 2, 4, 3, por esta ordem
1 1         ; 1 livro, da biblioteca 1
5           ; Livro 5

```

Em Haskell:

```

outputToString :: Output -> String
outputToString (Output libs) = unlines
    . ((show nLibs):)
    $ concatMap mapper libs

where
    mapper = map (unwords . map show)
    . (\(x, y, l) -> [[x, y], V.toList l])
    nLibs = length libs

```

Em C++:

```

void output_to_string (output_t output) {
    /* Esta operação representa `((show nLibs):)` acima */
    std::cout << output.size() << std::endl;
    /* O corpo deste ciclo representa a função `mapper` acima */
    for (const std::tuple<int, int, std::vector<int>> & lib : output) {
        int x, y;
        std::vector<int> l;
    }
}

```

```

std::tie(x, y, l) = lib;
std::cout << x << " " << y << std::endl;
int len = l.size();
assert(len > 0);
std::cout << l[0];
for (int i = 1; i < len; i++)
    std::cout << " " << l[i];
std::cout << std::endl;
}
}

```

3.2.6 Resultados

A conversão “imediata” para C++, com a biblioteca “*Functional Plus*”, demorou duas tardes a completar, um total de cerca de oito horas. Apresentamos de seguida a tabela com os tempos de processamento de cada ficheiro, o total para processar todos os ficheiros e se o *output* do programa em C++ foi igual ao do original.

Ficheiro	Haskell	C++	<i>Output</i> igual?
a_example.txt	0s	0s	Sim
b_read_on.txt	0.7s	9.95s	Não
c_incunabula.txt	1.26s	4m 40.83s	Sim
d_tough_choices.txt	1.57s	23m 59.30s	Não
e_so_many_books.txt	3.01s	3m 5.39s	Não
f_libraries_of_the_world.txt	2.9s	3m 13.55s	Sim
Total	9.44s	35m 9.02s	

Como é possível verificar na tabela, o tempo total de execução para todos os ficheiros de *input* é muito superior em C++. Pensamos que esta diferença acentuada se deve ao facto de as estruturas usadas em C++ não serem adequadas para o uso que lhes estamos a dar – existe muita cópia de memória. Por outro lado, a biblioteca que estamos a utilizar poderá ter sido pensada para satisfazer os requisitos funcionais descurando performance.

Para alguns dos ficheiros de *input*, o programa em C++ dá um resultado ligeiramente diferente do original. Como os programas são deterministas, acreditamos que isto se deve a diferenças entre as implementações do algoritmo de ordenação nas duas linguagens.

4 Aspectos Importantes de Programação Funcional

Neste capítulo detalharemos as características da programação funcional mencionadas na introdução.

Composição é, provavelmente, o mais importante e talvez o único aspecto inerente a programação funcional. A ideia central é que construindo peças pequenas,

fáceis de entender e de provar como correctas, é também “simples” construir um sistema complexo, correctamente.

De seguida, falaremos do conceito de imutabilidade, em que objectos não são alterados mas sim copiados, para implementar mudanças. Esta propriedade ajuda a evitar erros comuns em programação Imperativa, causados pela partilha de memória e a não especificação da relação entre estados.

Lazy Evaluation, não sendo adoptada como estratégia de avaliação, pode ser usada como estratégia de optimização, especialmente quando combinada com imutabilidade e partilha de memória.

Finalmente, ADTs (*Algebraic Data Types*) são uma forma de definir formalmente novos tipos de dados a partir de tipos já existentes. É desejável criar abstrações no sistema de tipos que ajudem a descrever o problema com que nos deparamos, dando significado a valores e tentando limitar o conjunto de valores possíveis aos estritamente válidos.

A seguir, para cada um destes pontos, mostraremos e analisaremos exemplos em `Haskell` e como se pode fazer em `C++`.

4.1 Imutabilidade

Uma das características mais importantes do paradigma funcional, é a noção de imutabilidade das expressões. Isto faz com que não seja possível alterar o valor de variáveis já existentes mas sim, criar novas variáveis com os novos valores.

A linguagem `C++` tenta também lidar com esta noção de imutabilidade. A noção de funções puras é dada pela avaliação de *referential transparency*. Uma função é referencialmente transparente se para o mesmo *input*, é sempre devolvido o mesmo valor de retorno – ou seja, substituindo uma expressão pelo seu valor de retorno, o seu significado permanece inalterado – e não tem efeitos colaterais observáveis. Por exemplo:

```
int g = 0;
/* Referencialmente transparente */
int ref_trans (int x) {
    return x + 1;
}
/* Não referencialmente transparente -- cada vez que a função é
 * invocada, tem um valor de retorno diferente */
int not_ref_trans1 (int x) {
    g++;
    return x + g;
}
/* Não referencialmente transparente -- embora o valor de retorno seja
 * sempre o mesmo, dado o mesmo input, há um efeito colateral, o
 * incremento de `g` */
int not_ref_trans2 (int x) {
    g++;
    return x + 1;
}
```

A ideia de imutabilidade é particularmente útil em ambientes em que se gera concorrência, pois existem variáveis partilhadas que podem gerar comportamentos inesperados nos programas se não for devidamente protegida a sua alteração. Em C++ está disponível a keyword `const` que permite controlar a imutabilidade de uma variável. Ao declarar uma variável `const x` estamos a dizer ao compilador que esta variável é imutável e, qualquer tentativa de alteração à variável irá originar um erro de compilação. De seguida analisamos a declaração de uma variável `const` e os possíveis erros que podem ser cometidos ao tentar manipular essa variável.

```
const std::string name{"John Smith"};
1 - std::string name_copy = name;
2 - std::string& name_ref = name; // erro
3 - const std::string& name_constref = name;
4 - std::string* name_ptr = &name; // erro
5 - const std::string* name_constptr = &name;
```

Em 1 não há ocorrências de erros pois apenas se está a associar o valor de `name` a uma nova variável. Em 2 teremos um erro de compilação pois estamos a passar `name` por referência a uma variável não `const`, situação que é resolvida em 3. Em 4 voltamos a ter um erro de compilação pois estamos a criar um apontador não `const` para `name`. Este erro é resolvido em 5. O facto de em 2 e 4 ocorrer um erro de compilação deve-se ao facto de `name_ref` e `name_ptr` não estarem qualificados com `const` e poderem ser alterados. No entanto, como apontam para uma variável `const`, gera-se uma contradição.

4.2 *Lazy Evaluation*

Lazy Evaluation é uma técnica de programação que adia a avaliação de uma expressão até que, e se, o seu valor for realmente necessário. Além disso, é possível evitar a reavaliação de uma expressão. No contexto da programação funcional isto significa que quando uma função é aplicada a um argumento, o argumento não é previamente calculado.

Muitas vezes, o resultado da avaliação de uma expressão é comum a várias operações. Se todas essas operações avaliassem a expressão, o sistema seria sobrecarregado desnecessariamente, resultando numa perda de performance. Por exemplo, no caso de um algoritmo que recorra ao cálculo do produto entre duas matrizes com alguma frequência, *lazy evaluation* propõe calcular uma única vez o produto das matrizes e reutilizar o resultado sempre que o produto seja utilizado. Deste modo evita-se o custo computacional associado à repetição da mesma operação, o que contribui para o aumento da performance. Isto só faz sentido em conjunto com imutabilidade de objectos, ou *Copy-on-Write*.

C++ não é *lazy-by-default*, e como tal, deverá ser o programador a aplicar esta técnica.

Vejamos uma possível implementação de *lazy evaluation* em C++, sendo necessário ter em atenção os seguintes pontos:

- Função sobre a qual queremos adiar o cálculo
- Uma *flag* que indica se já calculamos o resultado da função
- O resultado calculado

```

template <typename F>
class lazy_funcall
{
    const F func;
    typedef decltype(func()) RetType;
    mutable std::optional<RetType> ret;
    mutable std::once_flag call_once_flag;
public:
    lazy_funcall (F f) : func(f) { }
    const RetType & operator() () const {
        std::call_once(call_once_flag, [this] { ret = func(); });
        return ret.value();
    }
};

```

4.3 Composição

Uma parte importante de programação funcional é a composição de funções. Ao escrever funções pequenas e genéricas, e ao reutilizá-las com composição, é possível escrever programas completos rapidamente e com menos *bugs*. Em linguagens funcionais, composição é usada frequentemente; numa linguagem como C++ não é muito conveniente usar composição em todo o lado, principalmente por causa da sintaxe e da semântica de passar variáveis por valor ou referência. Existe um caso, no entanto, onde composição não tem de ser *pointwise*: trabalhar com colecções. Quando há um conjunto de operações a aplicar a uma colecção, seja no seu todo ou parte dela, expressar estas operações com algum tipo de *pipeline* é bastante intuitivo, legível e barato em número de caracteres escritos. Esta ideia não é nova – em linguagens funcionais este conceito é normalmente implementado como listas em linguagens *lazy-by-default*, como Haskell, ou *lazy-lists/streams* em linguagens *eager-by-default*, como Scheme.

Existem muitas operações sobre colecções que podem ser mapeadas numa *pipeline*, sendo muitas delas bastante comuns. Programá-las de cada vez manualmente como um ciclo é tedioso e muito provavelmente menos legível do que simplesmente usar as abstrações. Algumas destas operações comuns incluem somar, multiplicar, filtrar, mapear, e o *fold*, que é um canivete suíço, com o qual muitas das outras operações são implementadas – também comumente conhecido como *reduce*, mas com semântica ligeiramente diferente.

A STL de C++ já tem algumas destas operações. Para os casos mais simples e comuns estas podem ser suficientes. É definitivamente melhor do que escrever um ciclo manualmente. Estas podem, no entanto, ser melhoradas. Existem várias bibliotecas que implementam conceitos funcionais em C++; vamos usar apenas a “*Functional Plus*” no documento. No entanto, existe uma outra biblioteca parecida, “*Ranges*”, com melhor performance, mas a documentação é escassa, o que torna difícil perceber como a usar.

Como exemplo, dada uma lista em Haskell, filtrar os elementos que satisfazem um predicado, aplicar uma função a cada um deles, e por fim calcular o produto pode ser escrito assim em Haskell:

```
product . map mapper . filter pred $ xs
```

Um ciclo `for` para o mesmo efeito em C++, escrito manualmente, podia ser como o que se segue – omitindo a declaração e inicialização da variável `ret`:

```
for (auto x : xs)
    if (pred(x))
        ret *= mapper(x);
```

Mas não é preciso escrever ciclos `for` manualmente grande parte das vezes – podemos em vez disso escrever o seguinte:

```
fplus::fwd::apply(xs
    , fplus::fwd::keep_if(pred)
    , fplus::fwd::transform(mapper)
    , fplus::fwd::product())
```

O nosso estudo não se centrou apenas na “*Functional Plus*”, no entanto. Ao ler Čukić (2019), pudemos obter uma amostra do que é possível neste tipo de biblioteca. Em particular, o livro explica sucintamente porque é que a biblioteca “*Ranges*” tem melhor performance que a STL, e que a “*Functional Plus*”.

Começamos pelo aspecto da usabilidade: na STL, as funções têm como parâmetros dois *iterators*, – o início e fim da colecção de *input*, ou de parte dela – um iterador para o início da colecção de *output*, e um *inserter*, que dita como os elementos serão inseridos na colecção de *output*. De imediato, alguns pontos a melhorar saltam à vista:

1. Porque é que é preciso passar os iteradores de início e fim da colecção de *input*? Na verdade sabemos para que serve, mas não precisa de ser assim. Dá mais trabalho passar dois argumentos em vez de um, mas mais importante: é possível passar iteradores para o início e fim de duas colecções diferentes por engano.
2. Passar iterador e *inserter* da colecção de *output* também é tedioso; mas pior, significa que é sempre criada uma colecção de *output*.

A “*Functional Plus*” melhora o primeiro destes pontos, – basta passar a colecção em si, não iteradores para ela – mas o segundo ponto continua um problema presente – é sempre devolvida uma nova operação como resultado.

A “*Ranges*” melhora estes dois aspectos ao simplesmente abstrair colecções como *ranges*, e devolver *ranges* como resultado das operações. Pode-se pensar nesta abstracção de *range* como um par de iteradores: o início e fim.

Agora é possível passar a uma operação uma colecção, que é automaticamente transformada num *range*, ou o resultado de uma outra operação, que já é um *range*. Esta última parte é crucial – significa que podemos compor operações *pointfree*.

Vamos agora a performance. O par de iteradores que forma um *range* é só um par de apontadores. Para operações que não alteram a colecção original não há necessidade de copiar memória. Para implementar, por exemplo, o `filter`, basta implementar o operador `++` (*next*) para o *range* de *output*, sobre o iterador de início, procurando pelo elemento seguinte no *range* de *input* que satisfaz o predicado. Se nenhum elemento satisfaz o predicado chegamos eventualmente ao fim da colecção, ou seja, temos um *range* vazio.

Quando há a necessidade de alterar o *range* de *input* temos duas opções: copiar o *range* de *input*, ou mutar a colecção original *in-place*.

Todas as operações são *lazy*, ou seja, acontecem *on-demand*, como em `Haskell` – se o resultado não for usado, nada é feito.

4.4 ADTs

ADTs (*Algebraic Data-Types*), ou Tipos de Dados Algébricos, são tipos de dados criados a partir de tipos já existentes, de duas maneiras diferentes. Vamos dar uma breve descrição, para completude, simplesmente porque nem todas as linguagens funcionais têm ADTs nativamente ou com este nome.

A primeira, e mais comum, é o produto. Dados dois tipos A e B , o produto deles, $A \times B$, é simplesmente o produto cartesiano entre A e B .

A segunda, presente em grande parte das linguagens, mesmo que indirectamente, é o coproduto. Dados dois tipos A e B , o coproduto deles, $A + B$, é o conjunto cujos elementos ou são do tipo A ou do tipo B , mas é possível distingui-los – união disjunta. Este conjunto pode ser representado indirectamente como $Bool \times (A \cup B)$: um elemento de A ou B , e uma *flag* a indicar se é de A ou de B . Note-se que esta *flag* indica na verdade se o elemento é da esquerda ou direita: $A + A$ é um tipo válido.

Com estas duas técnicas de composição é possível representar qualquer estrutura de dados. Será então útil saber como usar estas duas técnicas numa linguagem de programação. Em `Haskell`, com o seu sistema de tipos avançado, ambas estão disponíveis nativamente. Em `C++`, tal como em `C`, só o produto está disponível, sob a forma de `structs`. Na STL também existem `std::pair` e `std::tuple` que podem considerar-se alternativas em alguns casos.

De seguida vamos apresentar as três formas de compor tipos em `C++`, com as *keywords* `struct/class`, `enum`, e `union`, qual o equivalente em `Haskell` e como cada uma se relaciona com ADTs.

4.4.1 struct/class

Juntamos estas duas *keywords* visto que servem o mesmo propósito; a única diferença está em que, caso nada seja dito em contrário, numa `struct` todos os membros são públicos, enquanto que numa `class` são privados.

Por exemplo, para representar um filme, com o seu título (`String`), ano de lançamento (`Int`), e uma pontuação (`Float`), podemos definir o tipo `Filme` como o produto dos seus três atributos, ou seja $Filme \cong String \times Int \times Float$.

Em `Haskell` existem várias maneiras de definir o tipo `Filme`.

```
type Filme = (String, Int, Float)

data Filme = Filme String Int Float

data Filme = Filme {
  titulo :: String,
  ano    :: Int,
```

```
    pontuacao :: Float
}
```

A primeira é um produto. A segunda é um tipo algébrico gerado por um único construtor: `Filme :: String -> Int -> Float -> Filme`. A terceira é também um tipo algébrico gerado pelo mesmo construtor com o acréscimo de associar a cada um dos seus parâmetros nomes que funcionam também como selectores: `titulo :: Filme -> String`, `ano :: Filme -> Int` e `pontuacao :: Filme -> Float`.

Em C++, existem duas alternativas:

```
struct Filme {
    std::string titulo;
    unsigned ano;
    float pontuacao;
};

typedef std::tuple<std::string, unsigned, float> Filme;
```

A primeira, que é mais idiomática, e a segunda, que é mais parecida com o tipo teórico, como a primeira definição em Haskell.

4.4.2 enum

Um exemplo simples e conhecido a todos do uso de *enums* é na definição do tipo dos booleanos: `enum bool { false, true }`; em C++, e `data Bool = False | True` em Haskell, que não é mais do que o coproduto $Bool \cong 1 + 1$.

Poderíamos assim achar que `enum` em C++ serve para representar coprodutos em geral, mas estaríamos errados. `enum` serve apenas para representar o coproduto de vários conjuntos singulares, ou um único conjunto enumerável de valores não inteiros e sem ordem. Veremos mais à frente como representar tipos de soma.

4.4.3 union

Esta é a menos comum das três *keywords*, por ser de uso muito limitado, e não existe equivalente em Haskell. Esta “falha” do lado de Haskell na verdade não é grave – possivelmente nem sequer é uma falha. Ao contrário do que o nome sugere, `union` não serve para representar a união de tipos, e não vamos aqui listar os seus usos além do necessário para este texto.

`union` pode ser usada quando se pretende guardar qualquer um de vários valores, mas não vários em simultâneo, pois reserva espaço de memória suficiente para armazenar qualquer um dos seus componentes, mas apenas um. Por exemplo, se se pretender um tipo para guardar ou inteiros ou *floats*, pode-se usar a seguinte `union`:

```
union {
    int i;
    float f;
}
```


4.4.4 ADTs em C++

Vamos agora, finalmente, descrever como implementar ADTs em C++. A maneira mais idiomática, possível também em C, é usar uma *tagged union*.

Como exemplo, vamos definir um tipo de árvores binárias de nós, com valores nos nós e nas folhas: $BTree\ A \cong A + (A \times BTree\ A \times BTree\ A)$.

Em Haskell:

```
data BTree a = Leaf a
             | Node a (BTree a) (BTree a)
```

Em C++:

```
template <typename A>
struct BTree {
    enum {
        BTree_Leaf,
        BTree_Node,
    } variant;
    union {
        A leaf;
        struct {
            A x;
            BTree<A> left;
            BTree<A> right;
        } node;
    } tree;
};
```

Esta definição em C++ é muito maior do que a definição em Haskell, não só devido à verbosidade de da linguagem, como à necessidade de usar um truque para transformar um coproduto num produto.

$$BTree\ A \cong A + (A \times BTree\ A \times BTree\ A) \cong Bool \times (A \cup (A \times BTree\ A \times BTree\ A))$$

Ou, para aproximar melhor a implementação,

$$BTree\ A \cong \{ Leaf, Node \} \times (A \cup (A \times BTree\ A \times BTree\ A))$$

Neste caso, a `union` está realmente a simular a união de conjuntos.

Uma alternativa à *tagged union*, é usar `std::variant`, como a que se segue:

```
template <typename A>
struct Node {
    A x;
    Node<A> left;
    Node<A> right;
};
template <typename A>
using BTree = std::variant<A, struct Node<A>>;
```

5 Conclusão

Ao longo deste documento é possível constatar visualmente as diferenças sintáticas entre as duas linguagens. Em **Haskell** o código é bastante mais conciso do que em **C++**, pelo que a sua leitura e compreensão se torna mais simpática. Relativamente à eficiência e usabilidade das linguagens, em **Haskell** torna-se mais simples escrever programas relativamente eficientes com “pouco cuidado”, uma vez que não há necessidade de preocupação com certos detalhes de implementação – gestão de memória, ordem de execução, etc. Embora **C++** não tenha sido inicialmente pensado para o paradigma funcional, é de notar que têm sido incluídas nas suas revisões alguns conceitos directamente relacionados com este mesmo paradigma, sendo por isso natural que em próximas revisões, a afinidade com este paradigma seja reforçada.

Relativamente ao nosso projecto, este deu-nos uma amostra sobre uma linguagem que até então nos era desconhecida, **C++**, e proporcionou-nos uma diferente perspectiva sobre alguns conceitos do paradigma funcional. Notámos, no entanto, que existe muito mais conteúdo a ser explorado no âmbito deste tema, tal como *Concorrência*, *Monads*, *Error Handling*, cuja investigação poderá ser realizada em projectos futuros, ou mesmo por outros alunos, dando continuidade ao material já existente.

Referências

- “CPP Prelude.” n.d. <https://github.com/kdungs/cpp-prelude>.
- Čukić, Ivan. 2019. *Functional Programming in C++*. Manning Publications.
- “Functional Plus.” n.d. <https://github.com/Dobiasd/FunctionalPlus>.
- “Google Hash Code Archive.” 2020. <https://codingcompetitions.withgoogle.com/hashcode/archive>.
- Hoyte, Doug. 2008. *Let over Lambda*. Lulu.com. <https://letoverlambda.com>.
- Peyton Jones, Simon. 2001. *Tackling the Awkward Squad: Monadic Input/Output, Concurrency, Exceptions, and Foreign-Language Calls in Haskell*. IOS Press. <https://www.microsoft.com/en-us/research/publication/tackling-awkward-squad-monadic-inputoutput-concurrency-exceptions-foreign-language-calls-haskell>.
- “Ranges.” n.d. <https://github.com/ericniebler/range-v3>.