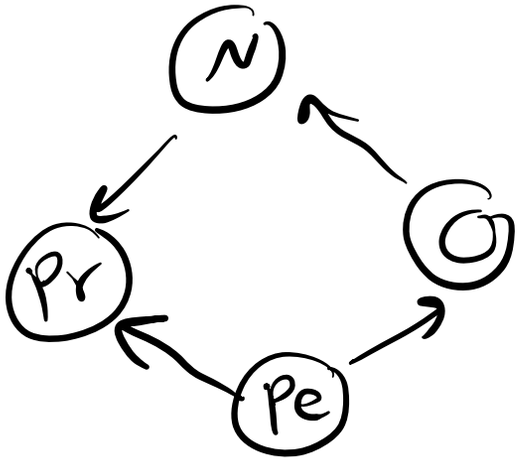


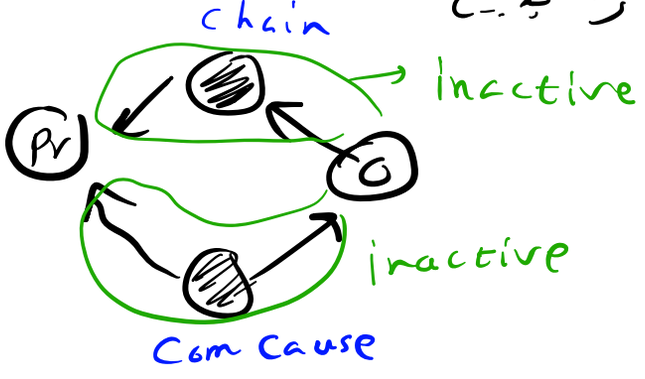
۱) تمام حالت‌های ممکن را در نظر می‌گیریم

O و N / O و Pe / Pr و Pe / N, Pr / Pr / Pe

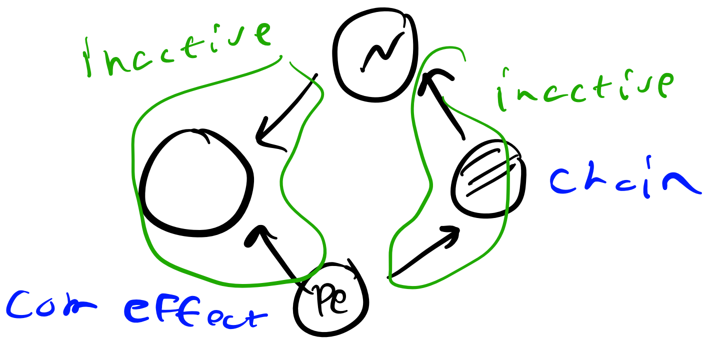
به دلیل اینکه O → O حتما یک مبر Active دارد

پس می‌توانند مستقل باشند و اما بیایند:

O و Pr به ۲ مبر دارند که اگر N و Pe را بیابند



$$O \perp Pr \mid Pe, N$$

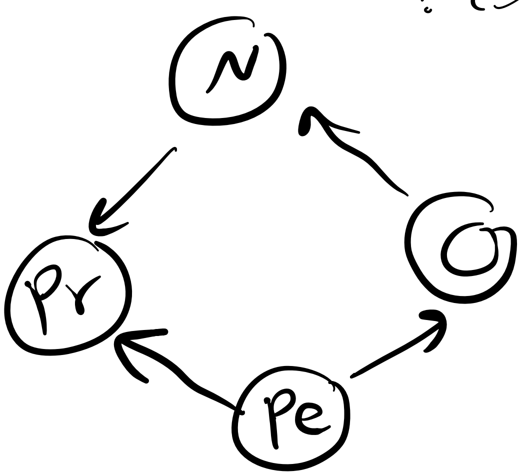


N و Pe نیز ۲ مسیر دارند اگر O را ببینیم :

$$Pe \perp N \mid O$$

استقلال‌های شرطی که از شکل مشخص است همین ۲ است ولی این به معنی وابستگی دیگر متغیرها نیست و باید CPT آن‌ها بررسی شود .

ب- فرض کنید ابتدا O سپس Pe را حذف می‌کنیم :



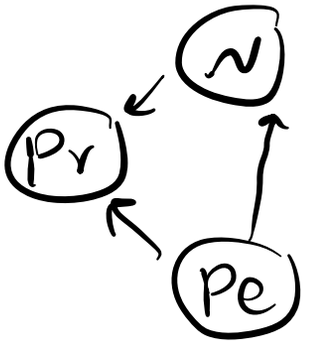
$P(N|Pe) = ?$

$$P_{(O|Pe)}\, P_{(Pr|Pe, N)}\, P_{(N|O)}\, P_{(Pe)}$$

Choose O :

$P(O|Pe)$, $P(N|O)$ $\xrightarrow{\text{join}}$ $P(N,O|Pe)$ $\xrightarrow[\sum_O]{\text{eliminate}}$ $P(N|Pe)$

$\rightarrow$ $\boxed{P(Pr|Pe,N)\,P(Pe)\,P(N|Pe)}$



Choose Pr:

$P(Pr|Pe,N) \xrightarrow{\text{join}} P(Pr|Pe,N) \xrightarrow[\sum_{Pr}]{\text{eliminate}} = 1$

$\boxed{P(Pe)\;\; P(N|Pe)}$

$P(N, Pe=+) = P(Pe=+) P(N \mid Pe=+)$

با Normilize کردن این متوار جواب نهایی خلبه دست میاید

$P(C \mid B, D, A) \propto P(A, B, C, D) =$ C T C

$= P(A) P(B \mid A) P(C \mid B) P(D \mid C, A) \propto P(C \mid B) P(D \mid C, A)$

$P(+c \mid +b) P(+d \mid +c, +a) = d/1 \times d/2 = c/c5$

$P(-c \mid +b) P(+d \mid -c, +a) = d/9 \times d/1 = c/c9$

→ normalize → $P(+c \mid +a, +b, \pm d) = \frac{5}{5+9} = 0.4$

ب) $-a\ -b$ و $+a\ -b$ چون $B = +b$ باشد رد شده

ج) به هر سطر وزن می‌دهیم

				B	d	
$-a$	$+b$	$-c$	$+d$	0.4	0.3 →	3
$+a$	$+b$	$-c$	$+d$	0.8	0.1 →	8
$+a$	$+b$	$-c$	$+d$	0.8	0.1 →	8
$-a$	$+b$	$+c$	$+d$	0.4	0.2 →	8
$+a$	$+b$	$+c$	$+d$	0.8	0.6 →	48
				$P(B \mid A)$	$P(D \mid A, C)$	

$B = +b$

$D = +d$

وزن‌ها (در 100 ضرب شده‌اند)

$$P_{(+a|+b_g+d)} = \frac{۸+۸+۴۸}{۲۵+۸+۸+۷+۴۸} = \frac{۶۴}{۹۲} = \frac{۱۶}{۲۳} = ۰/۶۹ \text{ درصد}$$

---

۳) دانه شفاف با گل ۲ و $dy \leftarrow ۲$ و $d_i \leftarrow x_i$ در نظر بگیرید.

A:

$$P_{(x_1|۲)} \rightarrow (d_1-1)\,dy$$
$$P_{(x_2|۲)} \rightarrow (d_2-1)\,dy$$
$$P_{(x_3|۲)} \rightarrow (d_3-1)\,dy$$
$$P_{(۲)} \rightarrow dy-1$$

جدول ← ط

$$\rightarrow dy(d_1+d_2+d_3-۲)-1$$

B:

$P_{(x_1)} \rightarrow d_1 - 1$

$P_{(x_2)} \rightarrow d_2 - 1$

$P_{(x_3)} \rightarrow d_3 - 1$

$P_{(Y|x_1,x_2,x_3)} \rightarrow (d_y - 1)\, d_1 d_2 d_3$

$\rightarrow d_1 + d_2 + d_3 - d_1 d_2 d_3 + d_y d_1 d_2 d_3 - 3$

C:

$P_{(y)} \rightarrow d_y - 1$

$P_{(x_1|y)} \rightarrow (d_1 - 1) d_y$

$P_{(x_2|x_1,y)} \rightarrow (d_2 - 1) d_1 d_y$

$P_{(x_3|x_2,y)} \rightarrow (d_3 - 1) d_2 d_y$

$\rightarrow d_y - 1 + (d_1 - 1) d_y + (d_2 - 1) d_1 d_y + (d_3 - 1) d_2 d_y$

D:

$P_{(y)} \to d_y - 1$

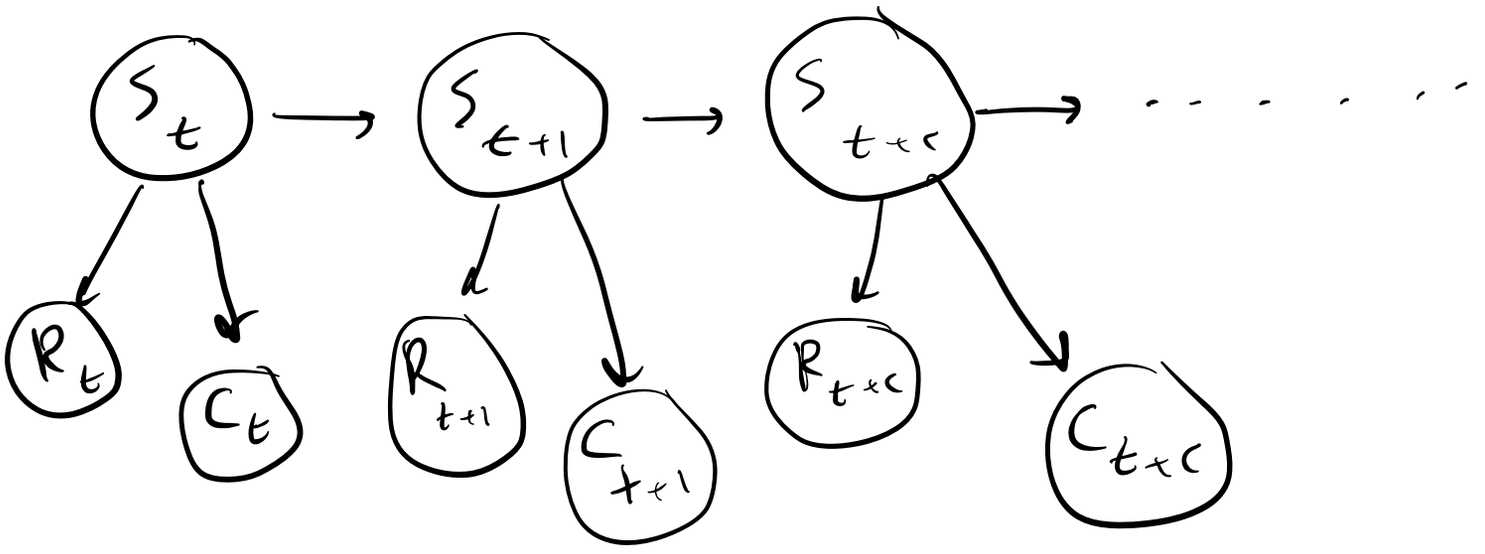
$P_{(x_1|y)} \to d_y(d_1 - 1) \longrightarrow d_y - 1 + d_y(d_1 - 1)$

$P_{(x_2|y,x_1)} \to d_y d_1(d_2 - 1) + d_y d_1(d_2 - 1)$

$P_{(x_3|y,x_1,x_2)} \to d_y d_1 d_2(d_3 - 1) + d_y d_1 d_2(d_3 - 1)$

P	C	B	A
↓	↓	↓	↓
۱۵	۱۱	۱۱	۷

که اگر بیری باشه $d_i = 2$ می‌شود



فرض کنید شروع از S_0 باشد.

جدول R_t

R_t	S_t	$P(R_t \mid S_t)$
+	+	۰/۱
−	+	۰/۹
+	−	۰/۷
−	−	۰/۳

جدول S_0

S_0	$P(S_0)$
+	۰/۶
−	۰/۴

جدول C_t

C_t	S_t	$P(C_t \mid S_t)$
+	+	۰/۵
−	+	۰/۵
+	−	۰/۴
−	−	۰/۶

جدول S_{t+1}

S_{t+1}	S_t	$P(S_{t+1} \mid S_t)$
+	+	۰/۹
−	+	۰/۱
+	−	۰/۲
−	−	۰/۸

بی گفته شد در کوئرا کر مشاهدات $C_1 - r_1 - C_2 - r_2 - C_3 - r_3$ رخ داده است

طبق این اطلاعات مدرا حل میکنیم:

بخش اول :

$$P_{(+s_1)} = \sum_{s_0} P_{(+s_1|s_0)} P_{(s_0)} = 0.6 \times 0.9 + 0.4 \times 0.2 = \underline{0.62}$$

$$\rightarrow \underline{P_{(-s_1)} = 0.38}$$

$$P_{(+s_1|-r_1,-c_1)} \propto P_{(-r_1,-c_1|+s_1)} P_{(+s_1)} = \underline{0.4 \times 0.6 \times 0.9}$$

$$P_{(-s_1|-r_1,-c_1)} \propto P_{(-r_1,-c_1|-s_1)} P_{(-s_1)} = \underline{0.5 \times 0.8 \times 0.3}$$

normalize

$$\rightarrow P_{(s_1|-r_1,-c_1)} = \underline{0.878}$$

$$P_{(-s_1|-r_1,-c_1)} = \underline{0.122}$$

$$P(s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2})$$

$$P(+s_2 \mid -r_1, -c_1) = \sum_{s_1} P(+s_2 \mid s_1) P(s_1 \mid -r_1, -c_1) = \underline{0.875}$$

$$P(-s_2 \mid -r_1, -c_1) = \underline{0.125}$$

$$P(+s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) \propto P(r_2, -c_2 \mid s_2) P(s_2 \mid -r_1, -c_1) = \underline{0.7203}$$

$$P(-s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) \propto P(r_2, -c_2 \mid -s_2) P(-s_2 \mid -r_1, -c_1) = \underline{0.0189}$$

Normalize $\longrightarrow$

$$P(+s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.9744$$

$$P(-s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.0256$$

$P(s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2})$

$P(+s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) = \sum_{s_1} P(s_2 \mid s_1) P(s_1 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.96$

$\rightarrow P(-s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.049$

$P(+s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) \propto P(r_2, c_2 \mid +s_2) P(+s_2 \mid r_{1:1}, c_{1:1}) = 0.152$

$P(-s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) \propto P(r_2, c_2 \mid -s_2) P(-s_2 \mid r_{1:1}, c_{1:1}) = 0.0152$

Normalize

$\rightarrow P(+s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.91$

$P(-s_2 \mid r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.09$

بخش دوم ب : برای $t=۳$ مثل بخش الف

$P(s_۳ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) \rightarrow$

$P(+s_۳ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) = ۰/۰۶۹$

$P(-s_۳ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) = ۰/۹۳۱$

برای $t=۲$

$P(s_۲ | r_{1:۳}, c_{1:۳})$

$P(r_۳, c_۳ | s_۲) = \sum_{s_۳} P(r_۳, c_۳ | s_۳) P(s_۳ | s_۲) \rightarrow$

$P(r_۳, c_۳ | +s_۲) = ۰/۴۵$

$P(r_۳, c_۳ | -s_۲) = ۰/۲۲۸$

$P(s_۲ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) \propto P(s_۲ | r_{1:۲}, s_{1:۲}) P(r_۳, c_۳ | s_۲)$

$\rightarrow P(+s_۲ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) \propto ۰/۰۲۰۳$, $P(-s_۲ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) \propto ۰/۱۲۷$

Normilze $\rightarrow$ $P(+s_۲ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) = ۰/۱۳۸$, $P(-s_۲ | r_{1:۳}, c_{1:۳}) = ۰/۸۶۲$

ج) جهت ساده‌گی فرض کنید $O_{1:n}$ است از $O_{1:1}$ و $O_{1:2}$ و $O_{1:3}$.

$$P(S_k \mid O_{1:n}) = \rho$$

$$P(S_k \mid O_{1:n}) = P(S_k \mid O_{1:k}, O_{k+1:n})$$

$$\propto P(S_k \mid O_{1:k})\, P(O_{k+1:n} \mid S_k, O_{1:k})$$

$$\propto \boxed{P(S_k \mid O_{1:k})\, P(O_{k+1:n} \mid S_k)}$$

$$P(O_{k+1:n} \mid S_k) = \sum_{S_{k+1}} P(O_{k+1:n}, S_{k+1} \mid S_k)$$ از طرفی:

$$= \sum_{s_{k+1}} P(o_{k+1:n} \mid s_{k+1}, s_k) P(s_{k+1} \mid s_k)$$

$$= \sum_{s_{k+1}} P(o_{k+1}, o_{k+2:n} \mid s_k) P(s_{k+1} \mid s_k)$$

$$= \sum_{s_{k+1}} P(o_{k+1} \mid s_{k+1}) P(o_{k+2:n} \mid s_{k+1}) P(s_{k+1} \mid s_k)$$

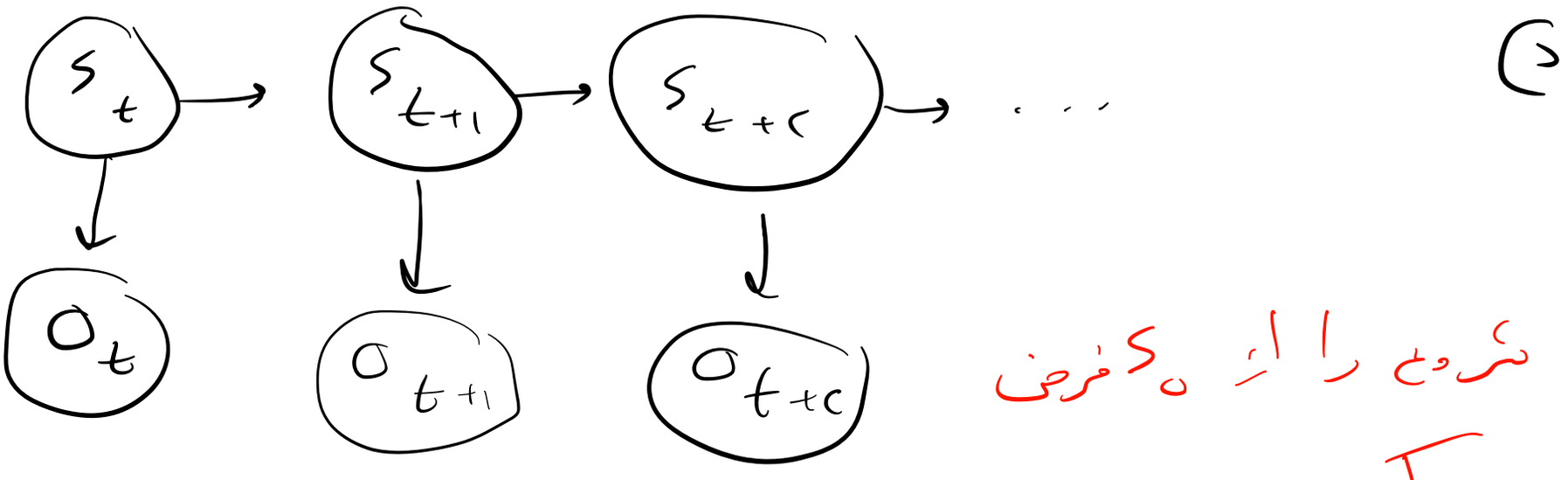
که با توجه به o برحسب r و c داریم:

$$= \sum_{s_{k+1}} P(r_{k+1} \mid s_{k+1}) P(c_{k+1} \mid s_{k+1}) P(r_{k+2:n} \mid s_{k+1}) P(c_{k+2:n} \mid s_{k+1}) P(s_{k+1} \mid s_k)$$

پس حرفایت داریم:

$$P(s_k \mid r_{1:n}, c_{1:n}) \propto$$

$$P(s_k \mid r_{1:k}, c_{1:k}) \sum_{s_{k+1}} P(r_{k+1} \mid s_{k+1}) P(c_{k+1} \mid s_{k+1}) P(r_{k+2:n} \mid s_{k+1}) P(c_{k+2:n} \mid s_{k+1}) P(s_{k+1} \mid s_k)$$



شرطی را از دست فرض
کنیم

جدول S_0

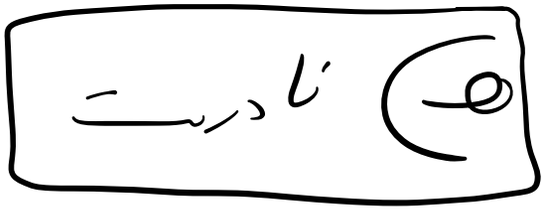
S_0	$P(S_0)$
+	0.5
−	0.4

جدول S_{t+1}

S_{t+1}	S_t	$P(S_{t+1} \mid S_t)$
+	+	0.9
−	+	0.1
+	−	0.5
−	−	0.5

جدول O_t

O_t	S_t	$P(O_t \mid S_t)$
+ +	+	0.05
+ −	+	0.05
− +	+	0.45
− −	+	0.45
+ +	−	0.45
+ −	−	0.05
− +	−	0.05
− −	−	0.45



(1 @

$X_t = x$ particle	$P(A=ON \mid X=x)\, P(B=OFF \mid X=x)\, P(C=ON \mid X=x)\, P(D=OFF \mid X=x)$ weight
$X_t = 1$	$1 \times 0.7 \times 0.6 \times 0.5 = 0.21$
$X_t = 12$	$0.6 \times 0.5 \times 0.6 \times 0 = 0$
$X_t = 13$	$0.6 \times 0.5 \times 1 \times 0.5 = 0.15$

$x_t = x$ particle	$P(A=ON \mid X=x)\, P(B=OFF \mid X=x)\, P(C=ON \mid X=x)\, P(D=OFF \mid X=x)$ weight
$x_t = 2$	$1 \times 0.4 \times 1 \times 0.5 = 0.20$
$x_t = 12$	$0.8 \times 0.5 \times 1 \times 0 = 0$
$x_t = 18$	$0.8 \times 0.5 \times 1 \times 0.5 = 0.144$

ج)

$$P_{(x=11)} = \frac{\text{د ك ل}}{\text{د ك ل} + \text{د ك ه} + \text{د ك ح}} = \frac{٣٢}{١٠٠}$$

$$\text{Expected} = \frac{٣٢}{١٠٠} \times ١٠٠ = \text{بار } ٣٢$$

↳ $p = \frac{٣٢}{١٠٠}$ بايومي با

و $n = ١٠٠$