۴۰۰۱۰۴۸۵۷ tasks محمدپیام تابش

۱) تفاوت random و pseudo-random ؟

سودو رندوم ها دنباله ای از اعداد تصادفی هستند که رفتاری شبیه اعداد رندوم دارند اما واقعا از طریق الگوریتم های deterministic به دست آمده اند و اگر با داشتن seed و پارامترهای دنباله می‌توان آن دنباله را دوباره ساخت

اما رندوم ها دنباله ای واقعا رندوم هستند که حاصل از اتفاقات واقعا رندوم مثل نویز ها هستند و الگوریتمی برای تولید ندارند و یعنی قابلیت دوباره تولید شدن را ندارند

۴) ۲ فایل exel به شکل سی_۱.xlsx و سی_۲.xlsx پیوست شده است.

bath tub reliability:

۳) به دلیل طراحی نادرست یا خطای راه اندازی

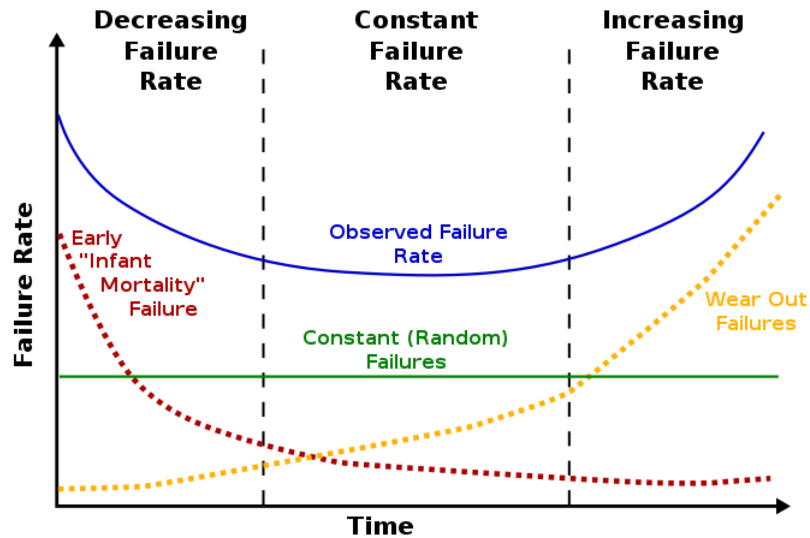
- Infant mortality period → اولین بار که از محصول استفاده شود خطا بالا است
- Normal life period
- Wear-out period → بعد از گذراندن زمان مفید قطعه نرخ خرابی بالا است

عمر مفید قطعه بعد از نصب اولیه شروع می شود و نرخ fail در این دوره پایین است

The **bathtub curve** is a particular shape of a failure rate graph. This graph is used in reliability engineering and deterioration modeling. The 'bathtub' refers to the shape of a line that curves up at both ends, similar in shape to a bathtub. The bathtub curve has 3 regions:

1. The first region has a decreasing failure rate due to early failures.
2. The middle region is a constant failure rate due to random failures.
3. The last region is an increasing failure rate due to wear-out failures.

Not all products exhibit a bathtub curve failure rate. A product is said to follow the bathtub curve if in the early life of a product, the failure rate decreases as defective products are identified and discarded, and early sources of potential failure such as manufacturing defects or damage during transit are detected. In the mid-life of a product the failure rate is constant. In the later life of the product, the failure rate increases due to wearout. Many electronic consumer product life cycles follow the bathtub curve.[1] It is difficult to know where a product is along the bathtub curve, or even if the bathtub curve is applicable to a certain product without large amounts of products in use and associated failure rate data.



The 'bathtub curve' hazard function (blue, upper solid line) is a combination of a decreasing hazard of early failure (red dotted line) and an increasing hazard of wear-out failure (yellow dotted line), plus some constant hazard of random failure (green, lower solid line).

$X \sim \text{binom}(n, p)$

prove $E[X] = np$, $\text{var}(X) = npq$

$X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n \qquad Y_i \sim \text{bernouli}(p)$

$Y = \begin{cases} 1 & p \\ 0 & 1-p \end{cases} \rightarrow E_{[Y]} = p, \ \text{var}_{[Y]} = p - p^2 = pq$

$E_{[X]} = nE_{[Y]} = np$

$\text{Var}[X] = n\,\text{var}_{[Y]} \longrightarrow Y_i, Y_j$ مستقل‌اند

$= \underline{npq}$

$Y = a + (b-a)X \qquad E[X] = \frac{\beta_1}{\beta_1+\beta_2} \qquad Var(X) = \frac{\beta_1\beta_2}{(\beta_1+\beta_2)^2(\beta_1+\beta_2+1)}$ @

$$E[Y] = a + (b-a)\frac{\beta_1}{\beta_1+\beta_2} = \frac{b\beta_1 + a\beta_2}{\beta_1+\beta_2}$$

$$Var(Y) = (b-a)^2 Var(X) = \frac{(b-a)^2\beta_1\beta_2}{(\beta_1+\beta_2)^2(\beta_1+\beta_2+1)}$$

۶

$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s)\, ds \rightarrow$ چرا صحیح است؟

$N(t)$ رخداد در زمان t است.

$$\underline{N'(t) = \lambda(t)} \quad \text{و} \quad \int_0^T N'(t)\, dt = \int_0^T \lambda(t)\, dt = \underline{\Lambda(T)}$$

$$\rightarrow E[N(T)] = \Lambda(T)$$

$$P(N(t)=k) = e^{-E[N(t)]} \times \frac{E[N(t)]^k}{k!} = \frac{e^{-\Lambda(T)} \times \Lambda(T)^k}{k!}$$

پس این رابطه صحیح است.

۷ جواب به شکل فایل V.ipynb پیوست شده است.

۸) چرا در CTMC جمع کل ها ی ورودی خروجی برابر صفر است.

طبق Balance equation (global balance) باید stationary distribution

یونیک باشد که طبق این معیار باید input rate = output rate

شود در غیر این صورت یونیک بودن stationary distribution

تضمین نمی شود پس در Q:

$$X_{ii} = -\sum_{j \neq i} X_{ij}$$

The **global balance equations** (also known as **full balance equations**[2]) are a set of equations that characterize the equilibrium distribution (or any stationary distribution) of a Markov chain, when such a distribution exists.

For a continuous time Markov chain with state space $\mathcal{S}$, transition rate from state i to j given by q_{ij} and equilibrium distribution given by π, the global balance equations are given by[3]

$$\pi_i = \sum_{j \in S} \pi_j q_{ji},$$

۹

$$Q = \begin{bmatrix} -۰/۳۴ & ۰/۳ & ۰/۰۴ \\ ۲/۵ & -۲/۵۴ & ۰/۰۴ \\ ۰/۰۹ & ۰ & -۰/۰۹ \end{bmatrix}$$

transient $\rightarrow xQ = x'$

steady $\rightarrow xQ = 0$

$x = [x_1, x_2, x_3]$

steady $\rightarrow xQ = 0 \longrightarrow x = [۰/۶۲, ۰/۰۷۳, ۰/۳۱]$

transient $\rightarrow xQ = x'$

حل معادله =

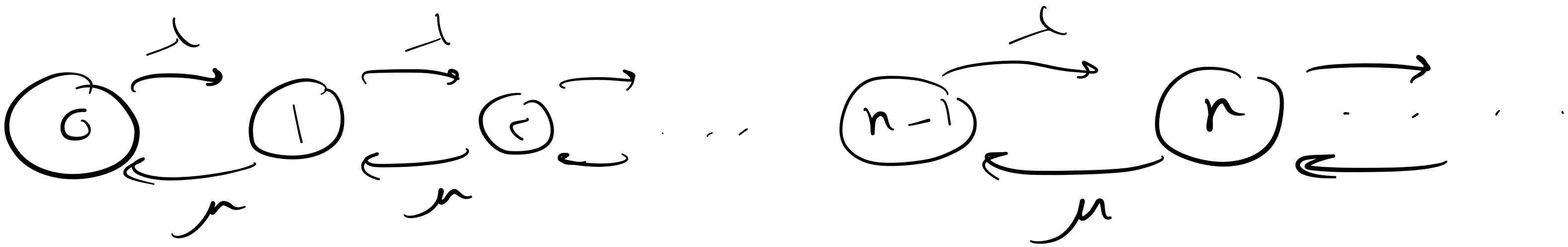
دیفرانسیل

$$x_1 = -۰/۸۹\, e^{-۲/۸t} + ۰/۲۶\, e^{-۰/۱۳t} + ۰/۶۲$$

$$x_2 = ۰/۸۹\, e^{-۲/۸t} + ۰/۰۳۳\, e^{-۰/۱۳t} + ۰/۰۷۳$$

$$x_3 = -۰/۳\, e^{-۰/۱۳t} + ۰/۳۱$$

$M/M/1 \rightarrow$ prove $P_n = (1-\rho)\rho^n$ ۱۰



جمع ورود و خروج = ۰

$\lambda P_0 = \mu P_1$ برای s_0

$$P_{(n+1)} = (1+\rho)P_n - \rho P_{(n-1)}$$

$\lambda P_{(n-1)} + \mu P_{(n+1)} = (\mu+\lambda) P_n$ برای s_n و $\sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1$

حل معادله

بازگشتی

$P_0 = x \quad P_1 = \rho x \quad P_2 = \rho^2 x \quad P_3 = \rho^3 x$

و $P_n = \rho^n x$

$$\rightarrow x \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = 1 \rightsquigarrow x = (1-\rho) \rightarrow \boxed{P_n = (1-\rho)\rho^n}$$