

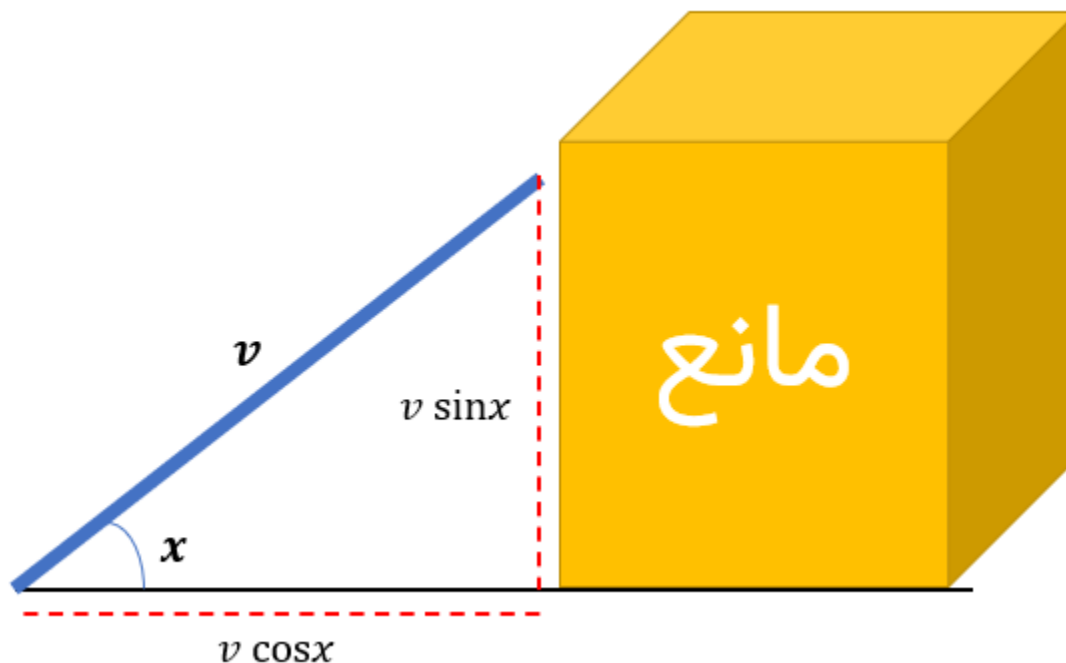


صورت مسئله

در بسیاری از کاربردها محاسبه‌ی سریع نسبت‌های مثلثاتی برای یک زاویه دارای اهمیت است. به خصوص در مباحث مربوط به پردازش سیگنال، مسیریابی، محاسبات برداری و همچنین سیستم‌های مکانیکی محاسبه‌ی این نسبت‌ها با سرعت و دقت مناسب، و همچنین استفاده‌ی بهینه از منابع سخت‌افزاری کاربرد فراوانی دارد.

یک موشک با سرعت v در حال حرکت است. سیستم ناوبری آن دارای سنسور لیدار است که فاصله طولی مانع را از آن تشخیص می‌دهد. همچنین این سیستم دارای سنسوری است که زاویه این موشک نسبت به افق را نشان می‌دهد. براساس سرعت و زاویه‌ی کنونی موشک و نیز فاصله‌ی طولی آن از مانع، سیستم ناوبری می‌تواند تصمیم مناسبی را جهت جلوگیری برخورد از مانع اتخاذ نماید.

در این تمرین یک سیستم دیجیتال طراحی می‌نمایید تا بر اساس سرعت کنونی سیستم و زاویه نسبت به افق، فاصله‌ی طولی که سیستم در عرض یک واحد زمانی طی می‌کند را محاسبه نماید.



تئوری

به منظور محاسبه‌ی کسینوس یک زاویه، روش‌های متفاوتی وجود دارد. یکی از این روش‌ها استفاده از بسط مک لورن^۱ است. طبق فرمول زیر می‌توان کسینوس یک زاویه برحسب رادیان را محاسبه نمود:

$$\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \dots$$

حال بایستی مداری طراحی شود تا بتواند حاصل عبارت فوق را محاسبه نماید. بدین منظور از الگوریتمی که در کد زیر آمده است می‌توان استفاده نمود:

$n = 8$

$Term = 1$

$Expression = 1$

$for (i = 1; i < n; i++)\{$

$$Term = Term * \frac{-1}{2i * (2i - 1)}$$

$$Term = Term * x^2$$

$$Expression = Expression + Term$$

$\}$

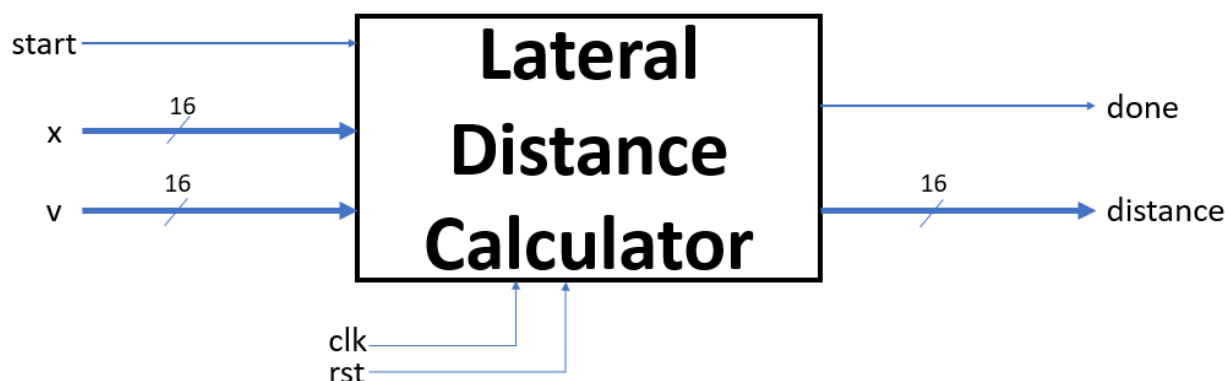
همانطور که از الگوریتم فوق مشخص است، عبارت Term بیانگر هر جمله از بسط است که نحوه ساخت آن بدین صورت است که هربار در یک ضریب ثابت و همچنین توان دوم زاویه ورودی ضرب می‌گردد.

پیاده سازی

نحوه‌ی عملکرد مدار بدین صورت است که در ابتدا زاویه x و سرعت موشک v در ورودی مدار قرار می‌گیرند. سپس سیگنال $start$ به اندازه‌یک پالس با طول نامشخص فعال می‌ماند. پس از صفر شدن سیگنال $start$ ، مدار شروع به کار نموده و سیگنال $done$ صفر می‌شود. در انتهای کار و پس از

^۱ Maclaurin series

محاسبه‌ی فاصله، خروجی روی سیم *distance* قرار گرفته و سیگنال *done* یک شده و همین مقدار باقی می‌ماند. ضمناً مدار دارای سیگنال *rst* آسنکرون است.



به منظور پیاده سازی مدار فوق به نکات زیر توجه فرمایید:

- داده‌های ورودی و خروجی ۱۶ بیتی ممیز ثابت علامت دار هستند که در آن‌ها ۵ بیت مربوط به بخش صحیح و ۱۱ بیت مربوط به بخش اعشاری می‌باشد. قالب داده‌ها به صورت زیر است:

$$16'b11111_100000000000 = -0.5$$

بخش صحیح بخش اعشاری

- پیاده سازی datapath بایستی به صورت Structural باشد، اما هر کدام از واحدهای آن را می‌توان به صورت جداگانه به صورت Behavioural یا با Assign Statement تعریف نمود. واحد کنترل نیز بایستی به صورت جداگانه طراحی شده و به صورت Moore Machine باشد.
- تنها از یک واحد عملیاتی ضرب کننده و یک واحد عملیاتی جمع کننده می‌توان استفاده نمود. به منظور نگهداری ضرایب ثابت بسط، می‌توانید از یک واحد ROM استفاده نمایید. این واحدها در یک سیکل کلاک عملیات خود را انجام می‌دهند.
- به تعداد دلخواه از رجیستر و مالتی پلکسر و سایر کامپوننت‌ها می‌توان استفاده نمود.
- زاویه ورودی بین $-\pi$ تا π رادیان می‌باشد.

گزارش

- ۱- باتوجه به شرح تمرین، مسیر داده و واحد کنترل را رسم نموده و کد توصیف سخت‌افزار آن را به زبان Verilog بنویسید.
- ۲- به منظور صحت سنجی طراحی انجام شده، یک تست‌بنچ برای مدار خود بنویسید و در آن به ازای ورودی‌های مختلف و زوایای متداول، خروجی مدار را بررسی نموده و مقدار خطای مدار خود را در شبیه سازی نشان دهید. همچنین تعداد سیکل‌هایی که طول می‌کشد مدار شما نتیجه را محاسبه نماید مشخص کنید.
- ۳- یک برنامه به زبان Python بنویسید و الگوریتم فوق را برای تعداد زیاد (برای مثال یک میلیون بار) اجرا نمایید. زمانی که اجرای برنامه طول می‌کشد به همراه مشخصات پردازنده خود را گزارش نمایید.
- ۴- فرض کنید کد مدار شما روی یک FPGA با فرکانس کاری ۲۰۰ مگاهرتز پیاده‌سازی شده است. زمان انجام عملیات مدارتان را با اجرای برنامه روی یک CPU که از قسمت قبل به دست آوردید مقایسه نمایید. کدام یک برای کاربردهای RealTime مناسب تر است؟

روش ارزیابی:

- ۲۰ نمره ارائه طراحی مسیر داده و واحد کنترل
- ۲۰ نمره کد Verilog مدار
- ۲۰ نمره طراحی تست‌بنچ و صحت عملکرد سیستم با داده‌های آزمون
- ۱۰ نمره کد Python الگوریتم مدار
- ۳۰ نمره صحت‌سنجی سیستم با داده‌های آزمون توسط دستیاران آموزشی

در صورتی که هرگونه پرسشی در مورد این تمرین داشتید، می‌توانید در ایمیل زیر مطرح نمایید:

mahdi.bahreiny96@sharif.edu