

ÜNİTE XI

DOĞRUSAL DENKLEM SİSTEMLERİ

ARA SINAV ÇIKABİLECEK SORU ADEDİ: YOK

FINAL/BÜTÜNLEME ÇIKABİLECEK SORU ADEDİ: 1-2 Sorudur

ÜNİTE İÇERİĞİ

Bu ünite de 1, 2 ve daha fazla bilinmeyenli doğrusal denklem sistemleri ve çözüm kümelerini öğreneceksiniz.

Arz ve talep fonksiyonlarını ve denge noktasını bulmayı öğreneceksiniz. Doğrusal denklemler lineer denklemlerdir. Doğrusal denklemler birinci dereceden denklem sistemleridir.

1) BİRİNCİ DERECEDEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DOĞRUSAL (LINEER) DENKLEM SİSTEMLERİ

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax + b = 0$ eşitliğine birinci dereceden bir bilinmeyenli **doğrusal (linear) denklem** denir.

ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNUŞU



$$ax + b = 0 \text{ ve } a \neq 0 \quad x = -\frac{b}{a} \quad \text{Ç.K} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$$

Denkleminin çözüm kümesi **tek** elemanlıdır.

UYARI

Çözüm kümesinde bulunan reel sayılar denklemi sağlayan x değeridir. Başka bir deyişle denklemin **kökleridir**.



$$ax + b = 0, a = 0 \text{ ve } b = 0 \text{ ise } \text{Ç.K} = \mathbb{R}$$

Denklemin çözüm kümesi **sonsuz** (Tüm reel sayılar) elemanlıdır.



$$ax + b = 0, a = 0 \text{ ve } b \neq 0 \text{ ise } \text{Ç.K} = \varnothing$$

Çözüm kümesi **boş** kümedir.

2) BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DOĞRUSAL (LINEER) DENKLEM SİSTEMLERİ

$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

$$ax + by + c = 0$$

$$dx + ey + f = 0$$

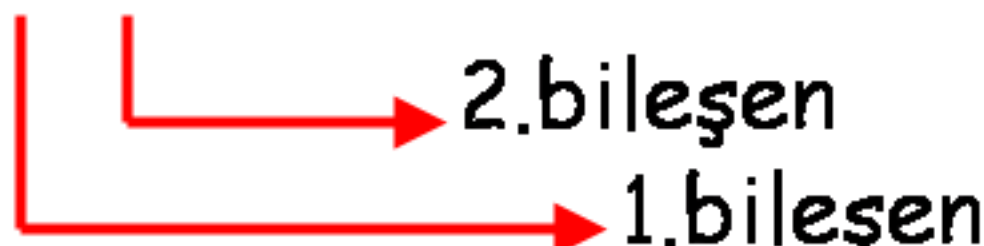
şeklindeki eşitliklere birinci dereceden iki bilinmeyenli doğrusal(lineer) denklem sistemleri denir.

UYARI

Her doğrusal (lineer) denklemler dik koordinat düzleminde birer doğru belirtir.

UYARI

Sıralı n'li n tane nesnenin belli bir öncelik sırasına göre düzlenip tek bir nesne gibi düşünülmesi ile elde edilen yeni nesneye sıralı n'li denir.


+ (x, y) sıralı ikilidir.


$$(x, y) \neq (y, x)$$
$$(a, b) = (c, d)$$
$$a = c \text{ ve } b = d \text{ 'dir.}$$

+ (x, y, z) sıralı üçlüdür.

+ (x, y, z, t) sıralı dördüldür.

+ (x, y, z, t, k) sıralı beşlidir.

+ (x, y, z, \dots) sıralı n'lidir.


ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNUŞU

$d_1: ax + by + c = 0$
 $d_2: dx + ey + f = 0$] iki bilinmeyenli doğrusal (linear) denklemlerdir.

1) d_1 doğrusu d_2 doğrusuna **paralel** $d_1 // d_2$ ise denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir.

+ Paralel doğruların eğimleri birbirine **eşittir**.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f} \text{ 'dir. } \quad \text{Ç.K} = \varnothing$$

2) d_1 doğrusu d_2 doğrusuna **çakışık** ise denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz (tüm reel sayılar)'dır.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ 'dir.} \quad \text{Ç.K} = \mathbb{R}$$

3) d_1 doğrusu d_2 doğrusunu bir noktada **kesiyor** ise ($d_1 \nparallel d_2$)
denklem sisteminin çözüm kümesi tek elemanlıdır.

$$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e} \quad \text{Ç.K} = \{(x, y)\}$$

4) d_1 doğrusu d_2 doğrusuna **dik** ise $(d_1 \perp d_2)$ d_1 doğrusu ile d_2 doğrusunun eğimleri çarpımı -1 eşittir.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{e} = -1$$

DOĞRUSAL (LINEER) DENKLEM SİSTEMLERİNDE ÇÖZÜM METODLARI

1) YOK ETME METODU

- + x ya da y bilinmeyenlerinden birinin katsayıları zıt işaretli olarak eşitlenir.
- + Taraf tarafa toplama işlemiyle katsayıları eşitlenen bilinmeyen yok edilir. Diğer bilinmeyen bulunur.
- + Bulunan bilinmeyenlerin değeri denklemlerin herhangi biri üzerinde yerine yazılarak diğer bilinmeyen bulunur.

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 13 \\ 2x + y &= 8\end{aligned}$$

$$\text{ise } (x, y) = ?$$

$$x - 4y = 5$$

$$2x + y = 1$$

$$\text{ise } (x, y) = ?$$

2) YERİNE KOYMA METODU

- + Her iki denklemden herhangi bir bilinmeyenli çekilir. Örneğin y çekilir.
- + y 'ler eşitlenir. Bu durumda x bulunur.
- + Bulunan x değeri denklem sistemindeki herhangi bir denklemden yerine yazılarak y değeri bulunur.

$$\begin{aligned}x + 4y &= 6 \\ 3x - y &= 5\end{aligned}$$

ise $(x, y) = ?$

$$2x + 3y = 8$$

$$3x - y = 1$$

$$\text{ise } (x, y) = ?$$

3) ÖZEL ÇÖZÜMLÜ UYGULAMA METODLARI

Verilen denklem sistemleri, bilinmeyen ve denklem sayıları ikiden daha fazla olan veya denklem sayısı bilinmeyen sayısına eşit olmayan denklem sistemlerinde özel çözümler uygulanır. Örneğin, verilen sonuçlar şıklı sistemle verilmiş ise şıktaki sayı değerleri denklem sisteminde yerine koyularak uygulanabilir.

$$3x + 4y + z = 1$$

$$x + 2y + 2z = 8$$

$$2x + 2y - 2z = 2$$

denklem sistemini sağlayan z sayı
değeri kaçtır ?

ARZ-TALEP FONKSİYONLARI VE DENGİ MİKTARLARI İÇİN DOĞRUSAL BİR MODEL

- + Arz ve talep fonksiyonlarını çözmek için dikkoordinat düzleminde grafik bilgisinden faydalanarak çözüm uygulanır.
- + Eğim pozitif ise grafik artandır.
- + Eğim negatif ise grafik azalandır.
- + Arz ve talebin eşit olduğu noktaya denge noktası denir. (x' in pozitif) değeridir.

- + Arz ve talep doğrusal fonksiyonları iki bilinmeyenli ise çözüm metodları uygulanır.
- + Arz ve talep fonksiyonları ikinci dereceden denklem sistemleri ise arz ve talep eşitlenir. Çarpanlara ayırma yöntemleri uygulanır.

(miktar)

+ y

b

n

$$y = mx + n$$

a

+ x (fiyat)

- y

Arz doğrusu artandır. ↑

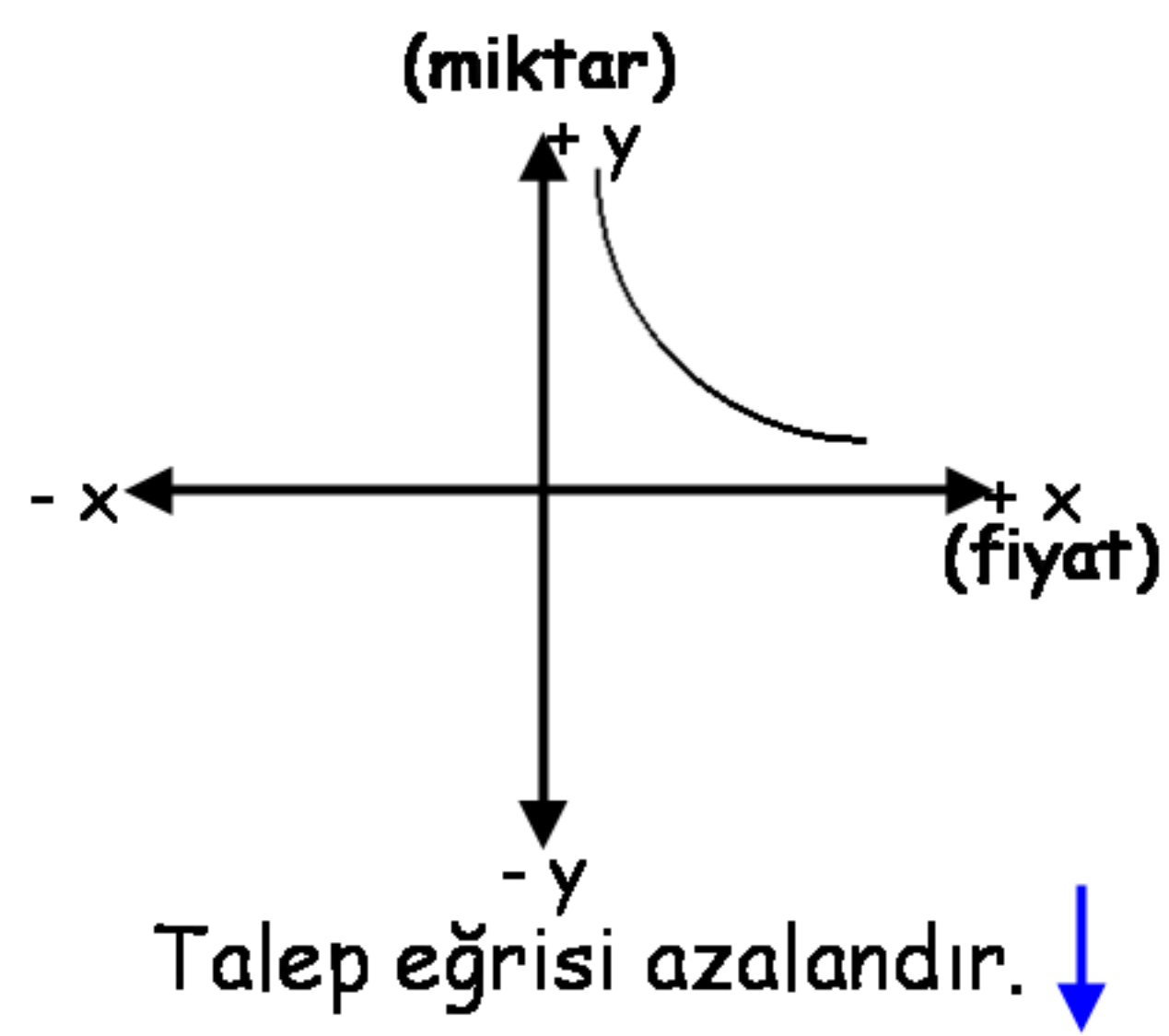
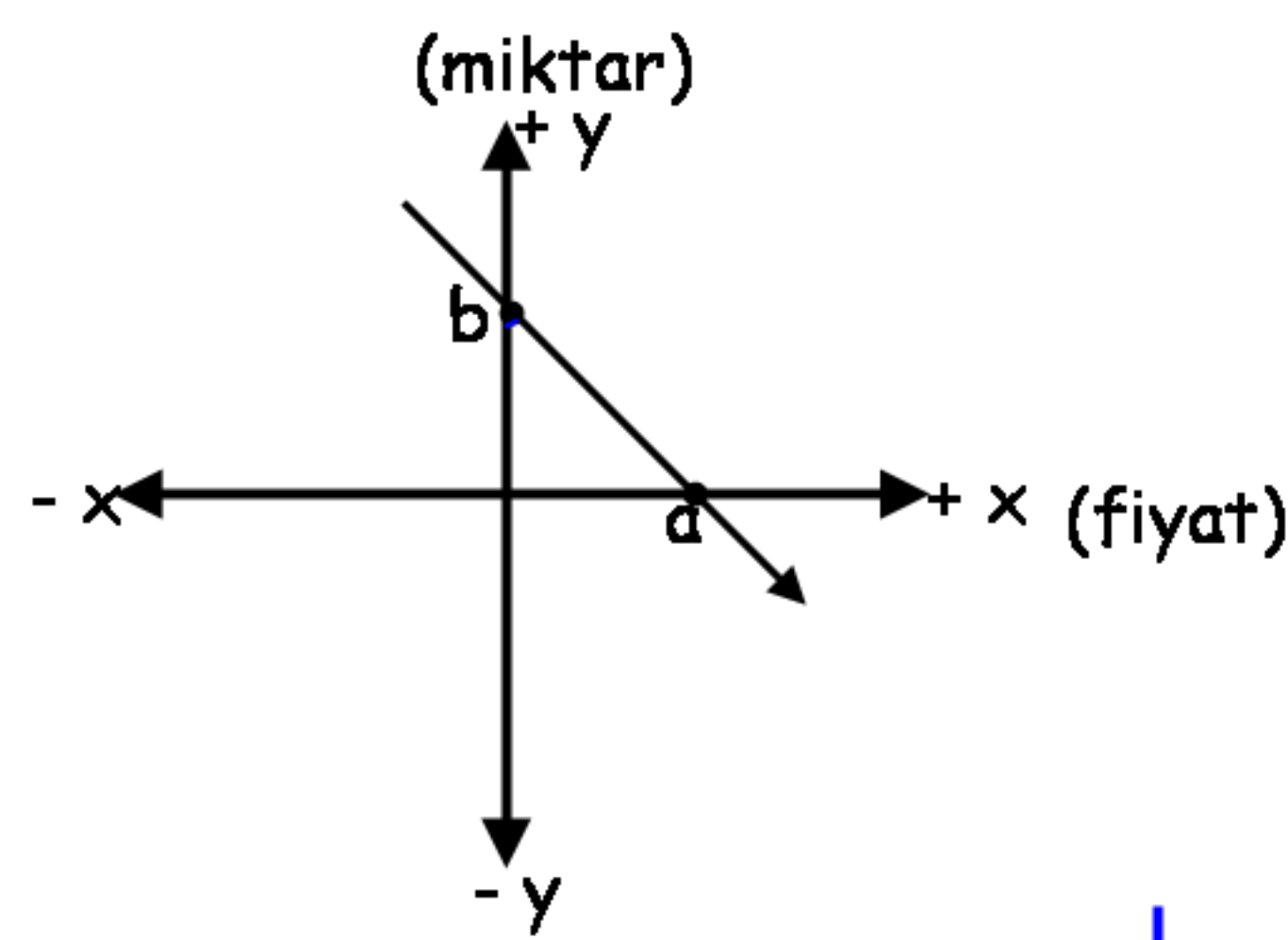
(miktar)

+ y

- y

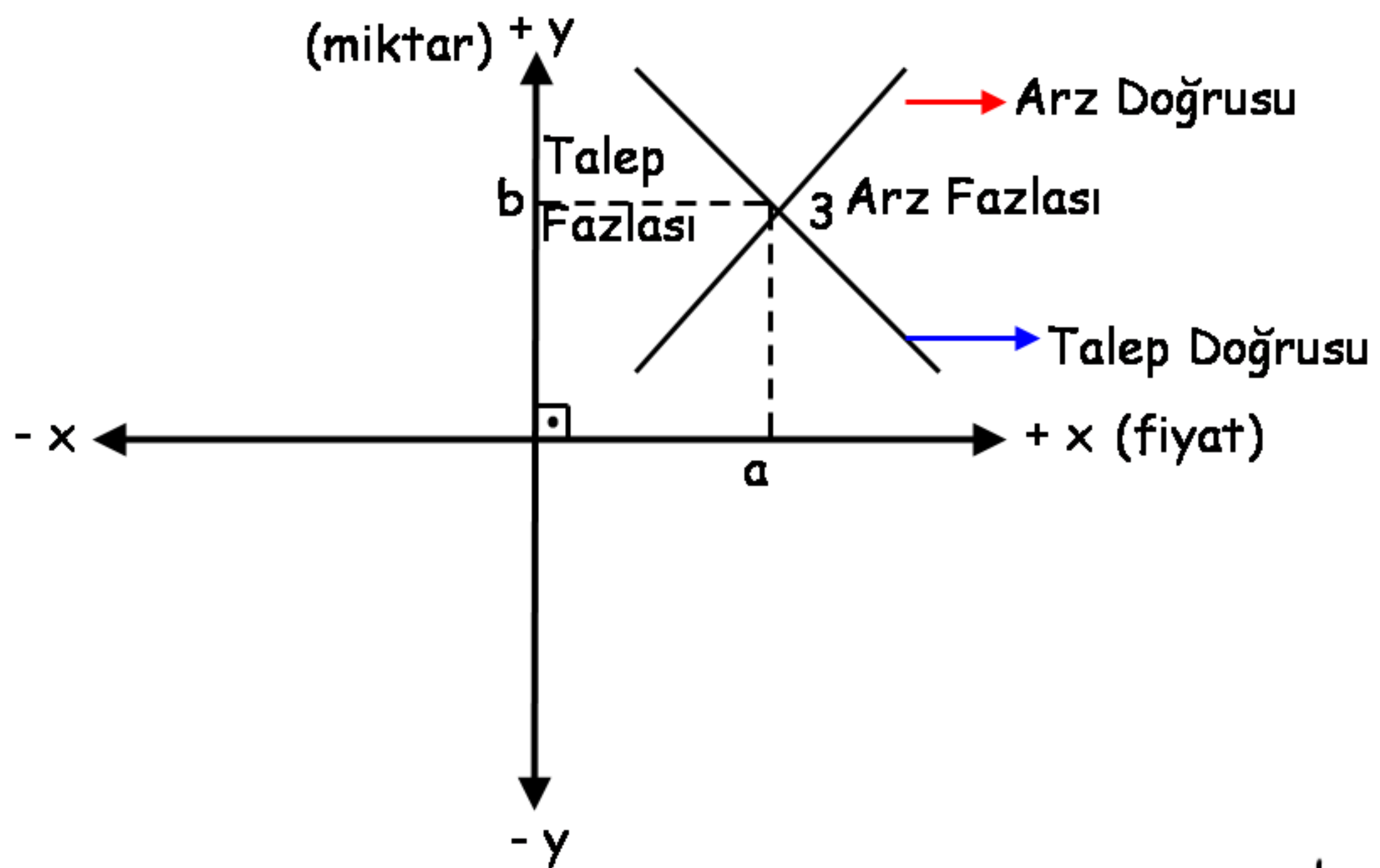
Arz eğrisi artandır. ↑

+ x (fiyat)



+ x ve y eksenini kesen noktalar pozitiftir. $y \geq 0$

+ Fiyat artarsa \uparrow talep azalır \downarrow



Arz doğrusu $y = mx + n$ $m > 0$, talep doğrusu $y = ax + b$ $a < 0$ olmak üzere denge noktası (x, y) 'dir.

→ Denge miktarıdır.

→ Denge fiyatıdır.

Bir malın arz fonksiyonu (x fiyat, y arz miktarı) olmak üzere, $y = 3x + 5$ fonksiyonu (x fiyat, y talep miktarı) olmak üzere, talep fonksiyonu $y = -5x + 18$ 'dir. Bu malın denge fiyatı nedir ?