

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

### КОМПЬЮТЕРНОЕ ЗАДАНИЕ №2

---

## Решение краевой задачи методом конечных разностей

---

В данной работе предлагается ознакомиться с решением краевой задачи:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \left( k(x) \frac{dy}{dx} \right) - p(x) = f(x) \\ \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = a \\ \frac{dy}{dx} \Big|_{x=1} = b \end{cases} \quad x \in [0; 1]$$

В качестве примера использованы функции:

$$\begin{cases} k(x) = -x \\ p(x) = -x^2 - 1 \end{cases}$$

Также в работе используется равномерная сетка из  $N = 100$  интервалов. Окончательный результат вычисляется методом прогонки.

Функция  $f(x)$  ищется в узлах сетки для известной нам функции  $y_0(x) = \sqrt{x+1}$ . Также определяются коэффициенты  $a$  и  $b$  начальных условий. Таким образом, в конце работы результат  $y(x)$  будет сравниваться с истинной функцией  $y_0(x)$ .

В качестве результата приводятся графики функций: истинная  $y_0(x)$  и вычисленная  $y(x)$ , а также таблица значений функций в узлах сетки для поточечного сравнения.

Спойлер: кубическая норма разницы истинного и вычисленного функций равна:

$$\|y_0(x_n) - y(x_n)\|_3 = \max_{0 \leq n \leq 100, n \in \mathbb{N}} |y_0(x_n) - y(x_n)| = 0.0000771$$

*Выполнил:*

Р.Р. Валиев, 715 гр.

*Проверил:*

Н.Б. Явич

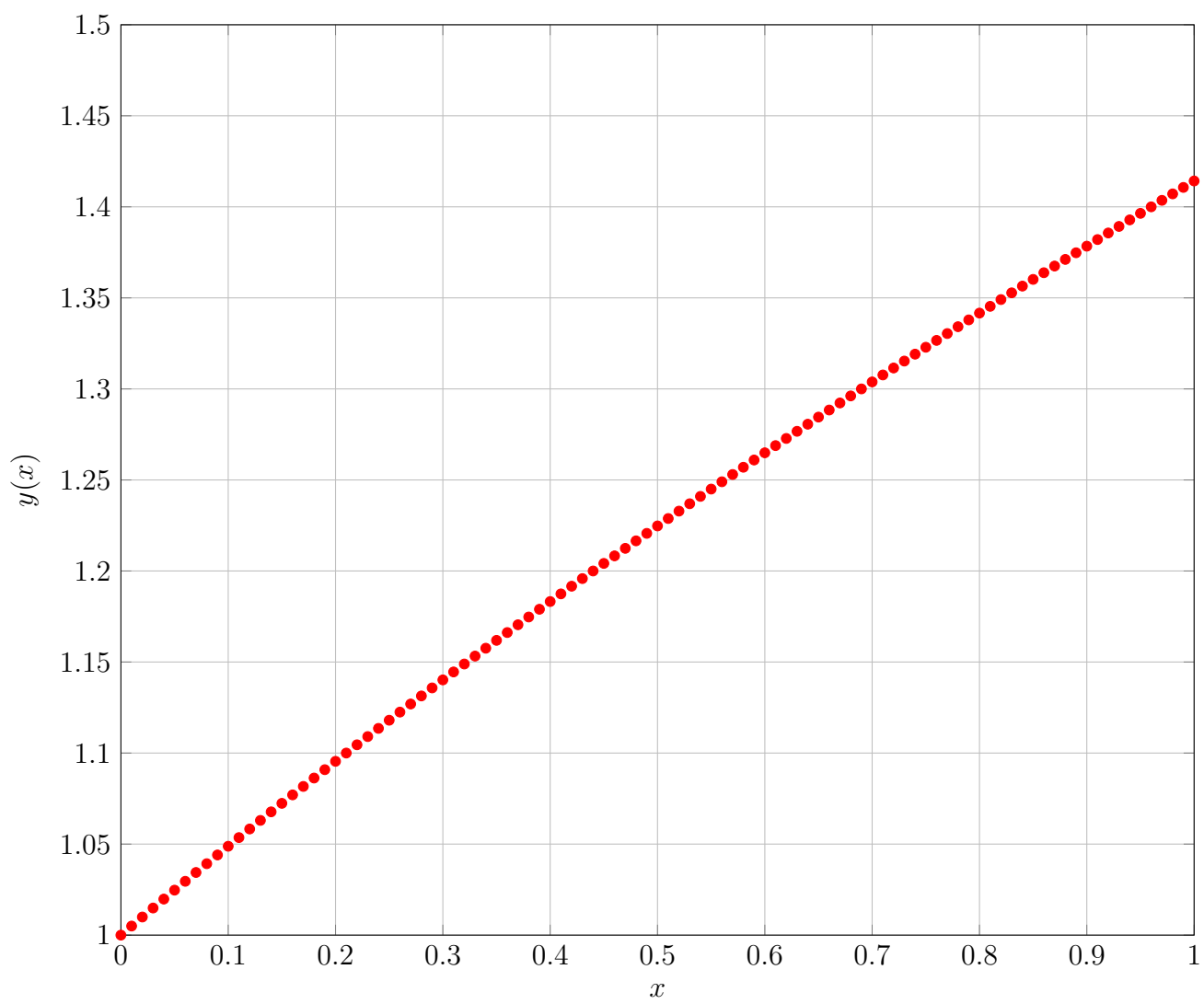


Рис. 1: Истинное решение

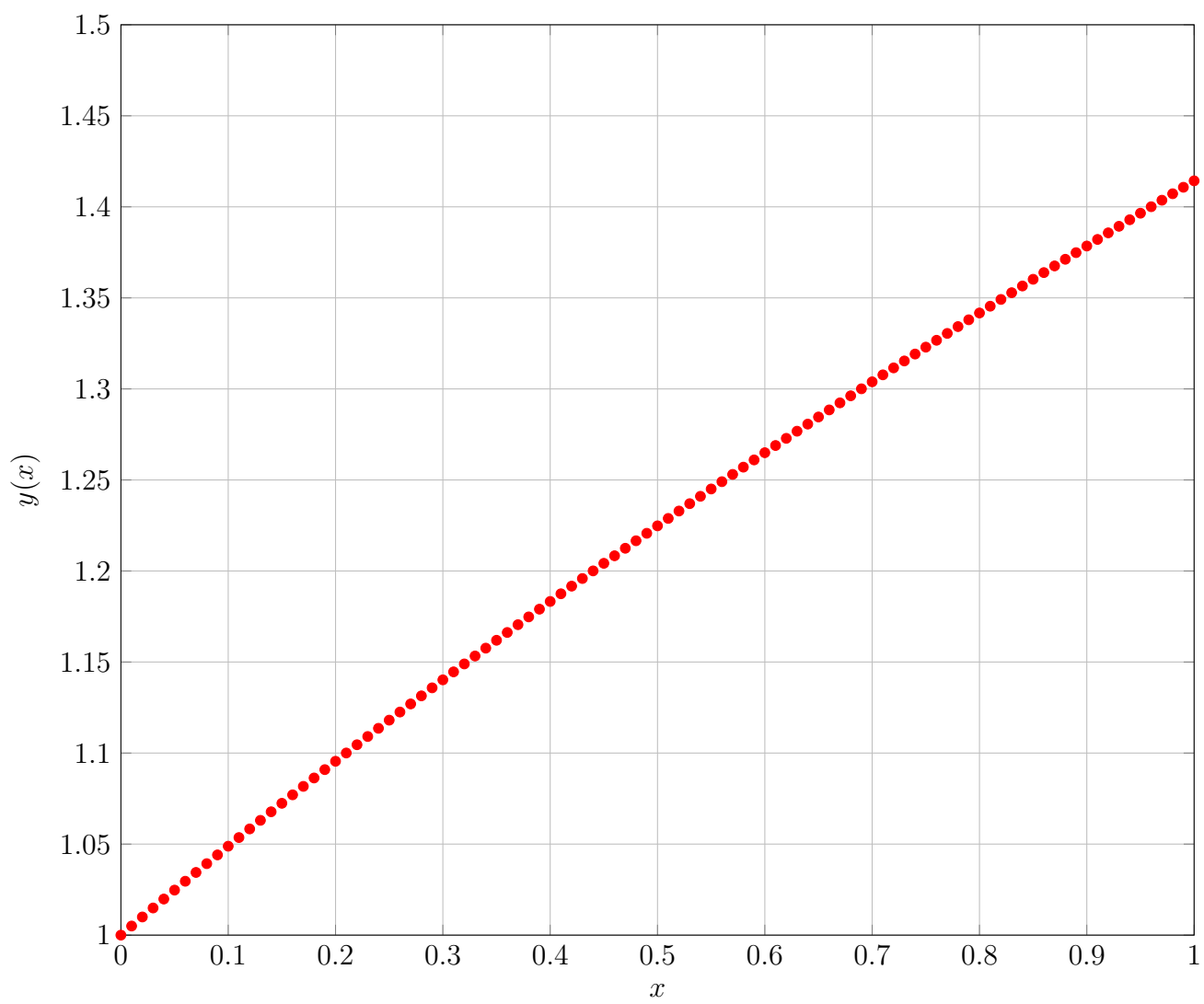


Рис. 2: Результат вычислений

х	Истинное значение	Результат вычислений
0.00	1.0000000	1.0000000
0.01	1.0049876	1.0050000
0.02	1.0099505	1.0099671
0.03	1.0148892	1.0149083
0.04	1.0198039	1.0198250
0.05	1.0246951	1.0247176
0.06	1.0295630	1.0295868
0.07	1.0344080	1.0344329
0.08	1.0392305	1.0392563
0.09	1.0440307	1.0440574
0.10	1.0488088	1.0488364
0.11	1.0535654	1.0535936
0.12	1.0583005	1.0583295
0.13	1.0630146	1.0630442
0.14	1.0677078	1.0677381
0.15	1.0723805	1.0724114
0.16	1.0770330	1.0770645
0.17	1.0816654	1.0816975
0.18	1.0862780	1.0863107
0.19	1.0908712	1.0909044
0.20	1.0954451	1.0954788
0.21	1.1000000	1.1000343
0.22	1.1045361	1.1045709
0.23	1.1090537	1.1090889
0.24	1.1135529	1.1135886
0.25	1.1180340	1.1180703
0.26	1.1224972	1.1225340
0.27	1.1269428	1.1269800
0.28	1.1313708	1.1314086
0.29	1.1357817	1.1358199
0.30	1.1401754	1.1402141
0.31	1.1445523	1.1445915
0.32	1.1489125	1.1489521
0.33	1.1532563	1.1532963
0.34	1.1575837	1.1576242
0.35	1.1618950	1.1619360
0.36	1.1661904	1.1662319
0.37	1.1704700	1.1705119
0.38	1.1747340	1.1747764
0.39	1.1789826	1.1790255
0.40	1.1832160	1.1832593
0.41	1.1874342	1.1874780
0.42	1.1916375	1.1916818
0.43	1.1958261	1.1958708
0.44	1.2000000	1.2000452
0.45	1.2041595	1.2042051
0.46	1.2083046	1.2083507
0.47	1.2124356	1.2124822
0.48	1.2165525	1.2165996
0.49	1.2206556	1.2207031

Таблица 1: Поточечное сравнение

х	Истинное значение	Результат вычислений
0.50	1.2247449	1.2247929
0.51	1.2288206	1.2288691
0.52	1.2328828	1.2329318
0.53	1.2369317	1.2369812
0.54	1.2409674	1.2410173
0.55	1.2449900	1.2450404
0.56	1.2489996	1.2490506
0.57	1.2529964	1.2530479
0.58	1.2569805	1.2570325
0.59	1.2609520	1.2610045
0.60	1.2649111	1.2649640
0.61	1.2688578	1.2689112
0.62	1.2727922	1.2728462
0.63	1.2767145	1.2767690
0.64	1.2806248	1.2806799
0.65	1.2845233	1.2845788
0.66	1.2884099	1.2884659
0.67	1.2922848	1.2923414
0.68	1.2961481	1.2962053
0.69	1.3000000	1.3000577
0.70	1.3038405	1.3038987
0.71	1.3076697	1.3077284
0.72	1.3114877	1.3115470
0.73	1.3152946	1.3153545
0.74	1.3190906	1.3191510
0.75	1.3228757	1.3229366
0.76	1.3266499	1.3267115
0.77	1.3304135	1.3304756
0.78	1.3341664	1.3342291
0.79	1.3379088	1.3379721
0.80	1.3416408	1.3417047
0.81	1.3453624	1.3454269
0.82	1.3490738	1.3491389
0.83	1.3527749	1.3528406
0.84	1.3564660	1.3565323
0.85	1.3601471	1.3602140
0.86	1.3638182	1.3638858
0.87	1.3674794	1.3675477
0.88	1.3711309	1.3711998
0.89	1.3747727	1.3748422
0.90	1.3784049	1.3784750
0.91	1.3820275	1.3820983
0.92	1.3856406	1.3857121
0.93	1.3892444	1.3893166
0.94	1.3928388	1.3929117
0.95	1.3964240	1.3964975
0.96	1.4000000	1.4000742
0.97	1.4035669	1.4036418
0.98	1.4071247	1.4072004
0.99	1.4106736	1.4107500

Таблица 2: Поточечное сравнение