

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.4.8

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДАХ

Маршрут III

3 ноября 2018 г.
10 ноября 2018 г.

Работу выполнил
Ринат Валиев, 711 гр.

Под руководством
Г.И. Лапушкина, к.ф.-м.н.

Постановка эксперимента

Цель работы: ознакомление с методами получения и анализа электромагнитных волн СВЧ-диапазона.

Оборудование: генератор СВЧ типа Г4-83, измерительная линия Р1-28, усилитель 28 ИМ, заглушка, отрезок волновода с поглощающей нагрузкой, отрезки волноводов различных сечений, детекторная головка.

Теоретическая часть

Передача энергии электромагнитных (э.м.) колебаний низкой частоты (скажем, 50 Гц) не представляет проблем и делается широко известным способом — по проводам. На более высоких частотах (до 300 МГц) эта задача решается с помощью двухпроводных линий и коаксиальных кабелей. На ещё более высоких частотах (до 300 ГГц), при колебаниях с длинами волн (в вакууме) от 1 метра до 1 миллиметра (этот диапазон называется диапазоном сверхвысоких частот или, сокращённо, СВЧ), передача энергии с помощью двухпроводной линии или коаксиальных кабелей становится малоэффективной из-за больших потерь: во-первых, резко возрастает сопротивление проводов из-за скин-эффекта — вытеснения тока на поверхность, а в двухпроводной линии, кроме того, потери растут вследствие излучения энергии в окружающее пространство ($\sim \nu^4$).

В СВЧ-диапазоне энергия передаётся с помощью металлических труб, называемых волноводами. Электромагнитные волны могут распространяться по металлическим трубам любого профиля, но из технологических соображений сечения волноводов делаются либо круглыми, либо прямоугольными.

В волноводе прямоугольного сечения может распространяться э.м. волна, которую в пределах волновода можно рассматривать как результат суперпозиции двух плоских волн. Каждая плоская волна является чисто поперечной, так что электрическое и магнитное поля перпендикулярны к направлению их распространения. В суммарной волне электрическое поле имеет только составляющую E_y и, следовательно, перпендикулярно оси волновода, а магнитное поле имеет составляющие H_x и H_z .

Электромагнитное поле в волноводе не является чисто поперечным, а имеет продольные составляющие.

В работе будем использовать обозначения: k — волновое число, λ — длина волны, ω — круговая частота, v_Φ — фазовая скорость (в вакууме равна скорости света).

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v_\Phi}$$

Для э.м. волны с начальной фазой φ_0 векторы напряженностей \mathbf{E} и \mathbf{H} удовлетворяют волновым уравнениям типа:

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} \\ \nabla^2 \mathbf{H} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 \mathbf{H}}{dt^2} \end{cases} \implies \begin{cases} E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \\ H = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \end{cases}$$

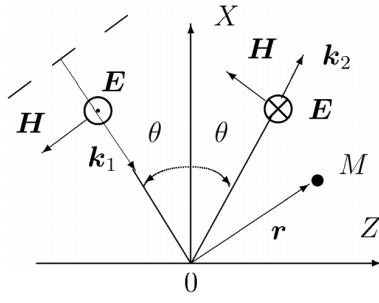


Рис. 1:

Рассмотрим отражение плоской э.м. волны от идеально проводящей, бесконечно протяжённой плоской поверхности $x = 0$ (рис. 1). Пусть вектор напряжённости электрического поля падающей волны \mathbf{E} параллелен этой плоскости. В наших обозначениях вектор $veE_{\text{пад}}$ направлен по оси Y (на нас). Фронт волны, падающей под углом Θ к нормали, показан на рис. 1 пунктиром. Оба вектора напряжённости \mathbf{E} и \mathbf{H} лежат в плоскости фронта волны, им перпендикулярен волновой вектор \mathbf{k} , описывающий распространение волны.

Суммарное электрическое поле в произвольной точке $M(x,0,z)$ имеет вид:

$$E = 2iE_0 \sin(kx \cos \Theta) e^{i\omega(t - z \sin \Theta/c)}$$

Это выражение для волны с амплитудой $2iE_0 \sin(kx \cos \Theta)$, бегущей по направлению z с фазовой скоростью $v_{\text{ф}} = c/\sin \Theta$

При фиксированном угле Θ амплитуда поля гармонически зависит от x и не меняется со временем. Иначе говоря, в результате интерференции падающей и отражённой волн в пространстве над проводящей поверхностью в направлении оси X образуется система стоячих волн. Электрическое поле стоячей волны равно нулю в точках, где $kx \cos \Theta = n\pi$, т.е. там, где:

$$x = \frac{n\pi}{k \cos \Theta}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Если даны две параллельные проводящие плоскости, расположенные на расстоянии a друг от друга, то $\omega_{\text{кр}} = \pi c/a$, $\lambda_{\text{кр}} = 2a$

Фазовая скорость (скорость перемещения поверхности постоянной фазы $v_{\text{ф}} = \omega/k$) в волноводе больше скорости света в пустоте, а групповая (скорость распространения возмущения $u = d\omega/dk$) всегда меньше. Интересно отметить, что фазовая скорость зависит от частоты.

Если в волноводе имеется какое-либо препятствие, нерегулярность (в предельном случае он просто закрыт металлической пластиной), то в нём появляется отражённая волна. Падающая и отражённая волны интерферируют и создают в волноводе стоячую волну, похожую на стоячие волны в струне. Запишем прямую волну, движущуюся в положительном направлении оси Z , и отраженную в виде:

$$E_1 = E_0 e^{i(\omega t - k_z z)} \quad E_2 = E_0 \rho e^{i(\omega t + k_z z + \varphi)}$$

где ρ – коэффициент отражения по амплитуде, а φ – фаза отраженной волны. Суммарное поле в волноводе имеет вид:

$$E(z) = E_1 + E_2 = E_0 e^{-ik_z z} (1 + \rho e^{i(2k_z z + \varphi)}) e^{i\omega t} = A_0 e^{i\omega t}$$

Максимальное (в пучности) и минимальное (в узле) значения поля равны соответственно:

$$E_{\text{max}} = E_0(1 + \rho) \quad E_{\text{min}} = E_0(1 - \rho)$$

Расстояние между двумя узлами $l = \pi/k_z = \lambda_{\text{в}}/2$. Отношение $K = E_{\text{max}}/E_{\text{min}}$ называется *коэффициентом стоячей волны* (к.с.в.).

$$\rho = \frac{E_{\text{max}} - E_{\text{min}}}{E_{\text{max}} + E_{\text{min}}} = \frac{K - 1}{K + 1}$$

А. Волны в волноводе при частоте выше критической

Экспериментальная установка

Схема для исследования структуры волн в волноводе при частоте выше критической представлена на рис. 2. Модулированный сигнал от высокочастотного генератора поступает на вход А измерительной линии, вдоль которой перемещается зонд S. Высокочастотный сигнал с зонда поступает на кристаллический детектор D. Усилитель 28-ИМ усиливает сигнал, который поступает на вход 1, 5, 6, 7, 8, 9.

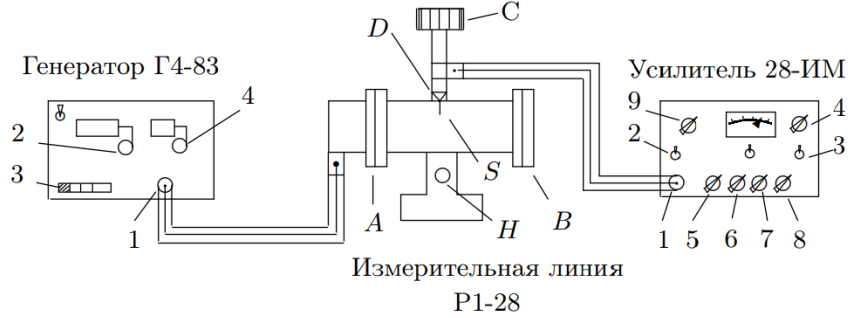


Рис. 2: Схема для исследования структуры волн СВЧ

Определив расстояние между узлами, можно рассчитать длину волны и фазовую скорость СВЧ-сигнала в волноводе. Устройство детекторной головки, установленной на измерительной линии, таково, что отклик вольтметра U на величину напряжённости электрического поля E в волноводе.

$$U \sim E^n$$

По графику $\ln(U) = f[\ln(E)]$ можно определить n, если известно распределение поля $E(z)$. Распределение $E(z)$ нетрудно рассчитать для волновода с закороченным концом (металлической заглушкой), когда фаза отражённой волны $\varphi = \pi$, а $\rho = 1$. При этом:

$$E(z) = E_0 e^{-ik_z z} (1 - e^{2ik_z z}) e^{i\omega t} = E_0 e^{i\omega t} (e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}) = 2E_0 e^{i\omega t} \sin(k_z z) \sim \sin(k_z z)$$

Меняя нагрузку на выходе измерительной линии (В на рис. 2) и сравнивая максимальное и минимальное показания вольтметра, можно рассчитать коэффициент стоячей волны (к.с.в.) и коэффициент отражения ρ .

Б. Волны в волноводе при частоте ниже критической

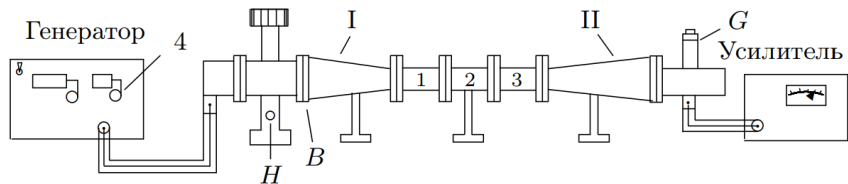


Рис. 3: Схема для исследования затухания

Для исследования затухания волн в волноводе при частоте ниже критической используются те же генератор, усилитель, измерительная линия и дополнительный

набор волноводов с отдельной детекторной головкой G (рис. 3). Дополнительный набор начинается и заканчивается волноводами переменного сечения I и II. Между ними можно разместить 1, 2 или 3 одинаковых отрезка с постоянным сечением. В такой системе волны с частотами меньше критической экспоненциально затухают. Мощность сигнала на выходе из волновода W можно связать с мощностью входного сигнала W_0 двумя способами:

$$W = W_0 e^{-\alpha z} \text{ или } W = W_0 10^{-\beta z} \quad z - \text{длина волновода.}$$

$$(\beta z) = 10 \lg \frac{W_0}{W} \quad \alpha = 2.3 \cdot \beta$$

$$\alpha = 2ik = \frac{2\omega}{c} \sqrt{\left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2 - 1} = \frac{2\pi}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{2a}{\lambda_0}\right)^2}$$

Выполнение эксперимента

В работе предлагается при частоте выше критической исследовать стоячую волну в измерительной линии (рис. 2): измерив распределение сигнала вдоль волновода, рассчитать фазовую скорость и определить характер детектирования (линейный, квадратичный и т.д.); затем, меняя нагрузку на выходе волновода (заглушка, открытый конец или поглотитель), определить коэффициенты отражения электромагнитной волны. При частоте ниже критической предлагается определить коэффициент затухания волны в сборном волноводе (рис. 3) и сравнить с теоретическим.

Измерения и вычисления

А. Волны в волноводе при частоте выше критической

Определение длины волны СВЧ-сигнала в волноводе

1. Восстановим рабочую частоту $\nu = 9320$ МГц и снимем зависимость показаний вольтметра U от положения зонда z . Установим также ослабление выходной мощности $\gamma = 20$ дБ. При этом $\lambda_0 = c/\nu_0 = 32$ мм, $\lambda_{\text{кр}} = 2 \cdot a = 46$ мм.

z , мм	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
U , мкВ	36	27	19	11	5	1	0	1	5	13	22	30	40	49	58	65	69

z , мм	17	18	19	20	21	23	24	25	26	27	28	30	31	33	35	37	40
U , мкВ	71	70	67	61	52	32	22	12	5	1	0	5	11	25	42	56	65

Таблица 1: Зависимость $U = f(z)$

Вычислим длину волны $\lambda_{\text{в}}$ в волноводе.

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{\lambda_0 \lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{кр}}^2 - \lambda_0^2} = \frac{32 \cdot 46}{46^2 - 32^2} = 44.5 \text{ мм}$$

2. Построим график $U = f(z)$ используя данные из таблицы 1.

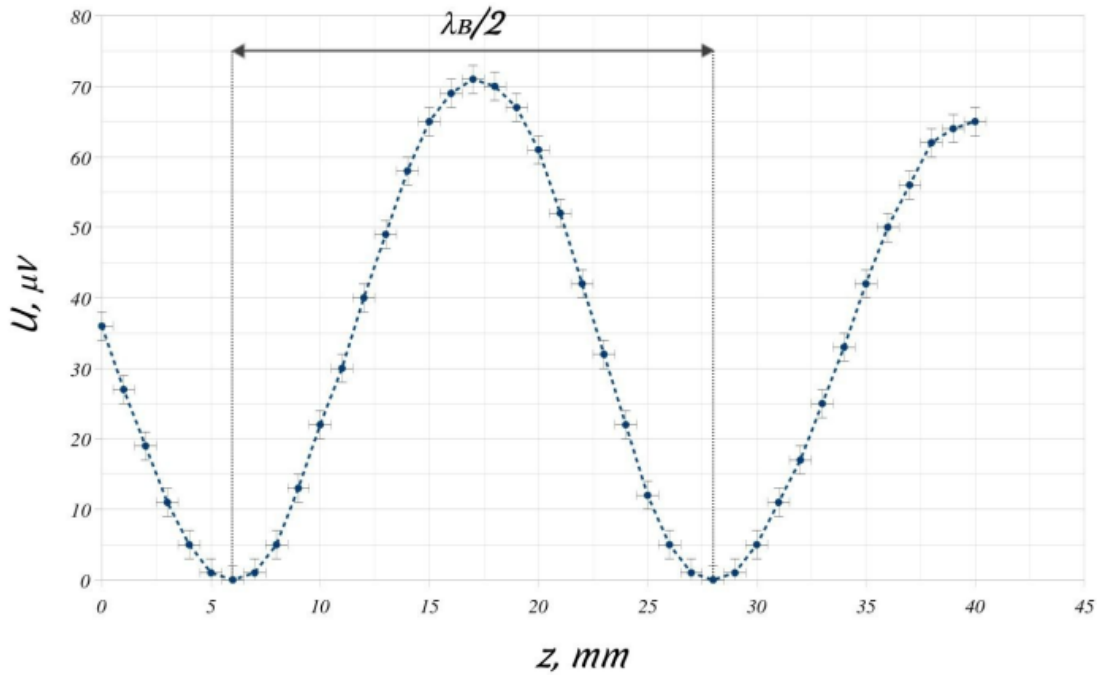


Рис. 4: График зависимости показаний вольтметра U от положения зонда z .

Из графика 4 находим значение $\lambda_{\text{в}} = 44$ мм.

Рассчитаем также фазовую скорость $v_{\text{ф}}$ волн в волноводе, групповую скорость u , используя соотношение $v \cdot v_{\text{ф}} = c^2$, и волновое число k , описывающее распространение волны вдоль волновода.

$$v_{\text{ф}} = \nu_0 \cdot \lambda_{\text{в}} = 4.1 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$u = \frac{c^2}{v_{\text{ф}}} = 2.2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$k = \frac{\omega_0}{v_{\text{ф}}} = \frac{2\pi\nu_0}{v_{\text{ф}}}$$

Определение характера детектирования

3. Установим зонд в узел стоячей волны ($U = U_{\text{min}}$). Снимем зависимость U от координаты зонда x внутри выбранного диапазона.

x , мм	2.9	3.0	3.2	3.6	4.2	4.7	5.2	5.9	6.6	7.2	7.5	8.2	8.4	8.7	8.8
U , мкВ	12	11	10	8	6	5	3	0	3	5	6	8	10	11	12
$\ln(kz)$	1.4	1.4	1.4	1.2	1.0	0.9	0.6	-	0.6	0.9	1.1	1.2	1.3	1.4	1.4
$\ln(U)$	2.5	2.4	2.3	2.1	1.8	1.5	0.9	-	0.9	1.5	1.8	2.1	2.3	2.4	2.5

Таблица 2: Зависимость U от координаты зонда x , где $z = |x - x_0|$,
а x_0 – координата узла стоячей волны.

4. Построим график $\ln(U) = f\{\ln[\sin(kz)]\}$.

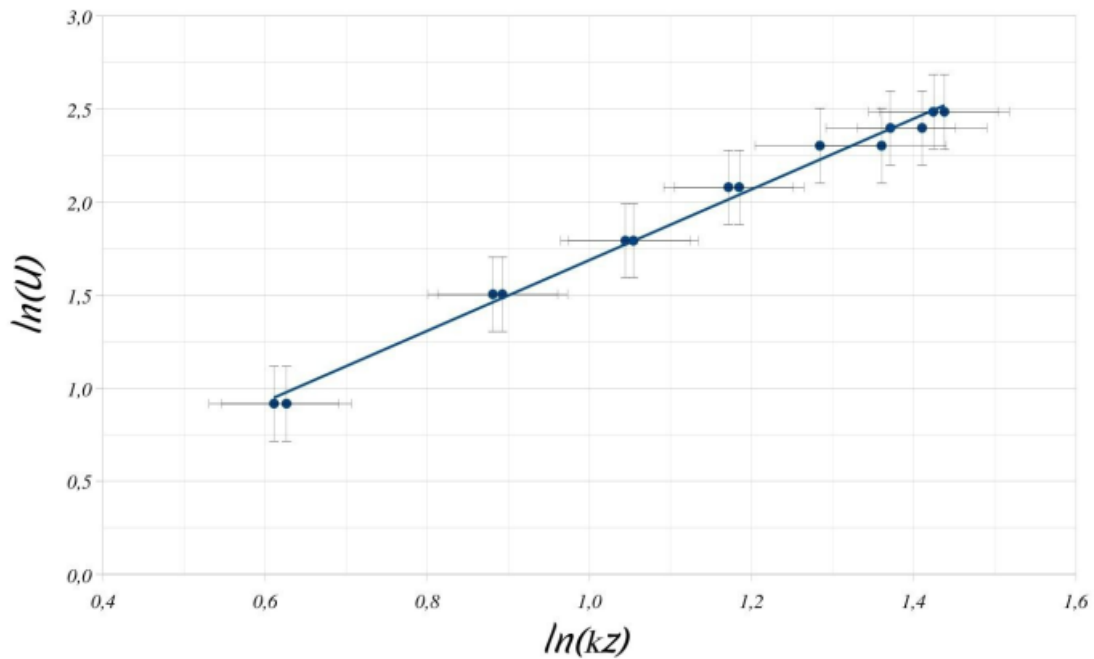


Рис. 5: График зависимости показаний вольтметра U от сдвига узла на z .

Из графика 5 по наклону прямой определим характер детектирования $U \sim E^n$: $n \simeq 2$. Следовательно, у нас квадратичный характер детектирования.

Определение коэффициентов отражения

5. Снимем металлическую заглушку с фланца измерительной линии. Перемещая зонд определим максимальное и минимальное напряжения в волне. Затем наденем поглощающую нагрузку, снова измерим максимальное и минимальное напряжения в волне. Определим коэффициент отражения ρ для открытого и закрытого волноводов и для волновода с поглощающей нагрузкой.

$$\rho = \frac{K - 1}{K + 1}, \quad \text{где } K = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \left(\frac{U_{max}}{U_{min}} \right)^{1/2}$$

	ρ	K
Без нагрузки	0.34	2
С нагрузкой	0.1	1.1
Зеркало	1	∞

Таблица 3: Коэффициенты отражения при разных выходах на волноводе.

Б. Волны в волноводе при частоте ниже критической

Измерение коэффициент затухания

6. Соберем установку по схеме, изображенной на рисунке 3. Для добавочных отрезков волноводов $a = 16$ мм. Следовательно, $\lambda_{кр} = 32$ мм. При этом $\lambda_0 = 46$ мм. Это значит, что $\nu_0 = 9320$ МГц $< \nu_{кр} = 9375$ МГц.
7. Установим минимальное затухание $\gamma = 20$ дБ. Последовательно уменьшая число промежуточных секций, каждый раз подберем ослабление γ сигнала, при котором показания вольтметра усилителя остаются неизменными.

$z, \text{ см}$	43.9	39.9	38.8	38.0	34.9	34.1	33.2
$\gamma, \text{ дБ}$	20.0	25.3	27.7	28.4	34.4	35.9	37.7

Таблица 4: Зависимость минимального затухания γ от длины всего волновода z .

8. Построим график в удобных координатах по данным таблицы 4.

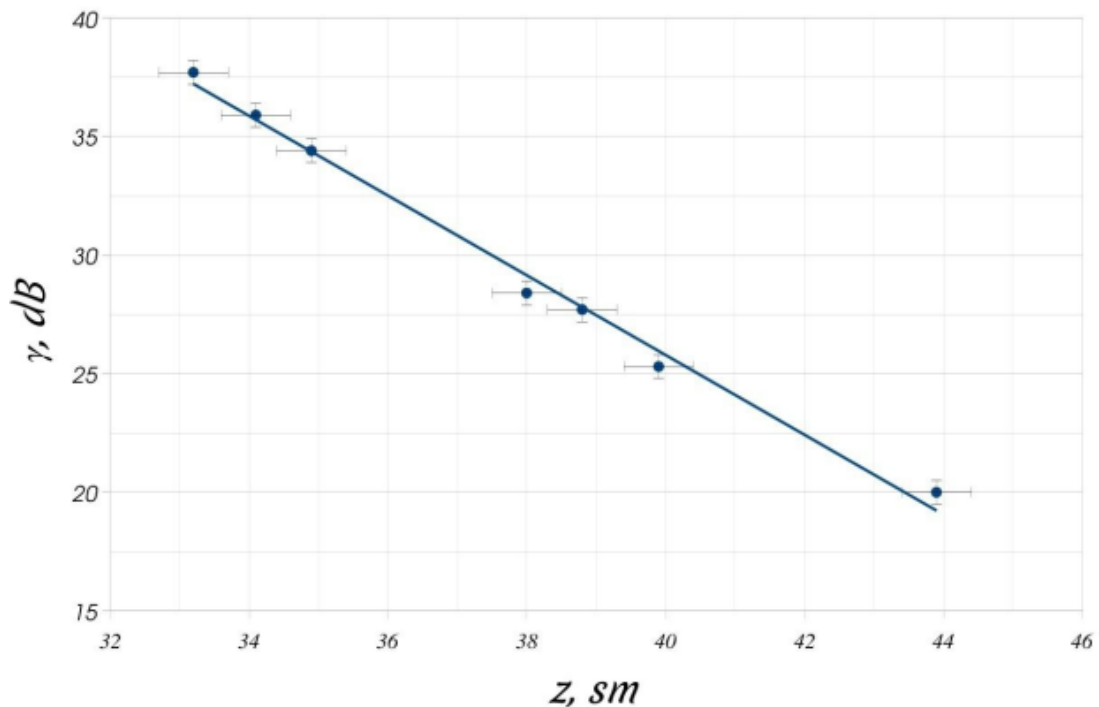


Рис. 6: График зависимости минимального затухания γ от длины всего волновода z .

Из графика 6 определяем:

$$\beta = 0.168 \text{ Б/см}$$

$$\alpha = 0.38 \text{ Нп/см}$$

При этом теоретическое значение α :

$$\alpha = \frac{2\pi}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{2a}{\lambda_0}\right)^2} = 0.39 \text{ Нп/см}$$

Расчет погрешностей

Источники погрешностей

При измерениях длины детектора: $\sigma_z = \sigma_x = 0.2$ мм.

На генераторе для затухания: $\sigma_\gamma = 0.5$ дБ.

На вольтметре: $\sigma_U = 1$ мкВ.

При измерении длины волновода линейкой: $\sigma_l = 0.2$ см.

Систематическая погрешность

При определении длины волны СВЧ-сигнала в волноводе:

$$\sigma_{\lambda_{\text{в}}} \simeq 2 \text{ мм.}$$

$$\sigma_{v_{\Phi}} = 2 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

$$\sigma_u = 10^7 \text{ м/с.}$$

$$\sigma_k = 6.$$

При определении характера детектирования:

$$\sigma_{\ln(U)} = (1/u)\sigma_U.$$

$$\sigma_z = \sqrt{2}\sigma_x, \quad \text{где } z = |x - x_0|$$

$$\sigma_{\ln(kz)} = \left(\left(\frac{\sigma_k}{k} \right)^2 + \frac{2\sigma_x^2}{z^2} \right)^{1/2}$$

При исследовании затухания волн:

$$\sigma_z = \sqrt{5}\sigma_l \simeq 0.5 \text{ см}$$

Случайная погрешность

$$\text{Для графика 5 из МНК:} \quad \sigma_n \simeq 0.2 \quad \varepsilon_n \simeq 13\%$$

$$\text{Для графика 6 из МНК:} \quad \sigma_\beta \simeq 0.07 \quad \varepsilon_\beta = 4\%$$

Итоговые погрешности

$$\sigma_n \simeq 0.3 \implies \varepsilon_n \simeq 17\%$$

$$\sigma_\beta \simeq 0.07 \text{ дБ/см} \implies \varepsilon_\beta \simeq 4\%$$

$$\sigma_\alpha \simeq 0.02 \text{ Нп/см} \implies \varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta$$

Итоги

Определили длину волны СВЧ сигнала в волноводе теоретически и экспериментально, а также некоторые параметры для этой волны (записано выше):

$$\lambda_{\text{т}} = 44.5 \text{ мм}, \quad \lambda_{\text{э}} = (44 \pm 2) \text{ мм}$$

Установили характер детектирования в оборудовании, считывающей сигнал:

$$n = (1.9 \pm 0.3) \implies \text{квадратичный характер } (n = 2).$$

Также нашли коэффициенты отражения для разных случаев (см. таблицу 3).

Определены коэффициенты мощностей для разных представлений:

$$W = W_0 e^{-\alpha z} \text{ или } W = W_0 10^{-\beta z} \quad z - \text{длина волновода.}$$

$$\alpha_{\text{теор}} \simeq 0.39 \text{ Нп/см}$$

$$\beta = (0.168 \pm 0.007) \text{ дБ/см} \implies \varepsilon_\beta \simeq 4\%$$

$$\alpha = (0.38 \pm 0.02) \text{ Нп/см} \implies \varepsilon_\alpha \simeq 4\%$$