

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5.4.2

---

## Исследование энергетического спектра $\beta$ -частиц и определение их максимальной энергии при помощи магнитного спектрометра

---

Маршрут VII

3 октября 2019 г.  
10 октября 2019 г.

*Работу выполнил*  
Ринат Валиев, 715 гр.

*Под руководством*  
А.И. Миланича

## Постановка эксперимента

**Цель работы:** С помощью магнитного спектрометра исследовать энергетический спектр  $\beta$ -частиц при распаде ядер  $^{137}\text{Cs}$  и определить их максимальную энергию.

**Оборудование:**  $\beta$ -спектрометр с короткой магнитной линзой.

## Теория

Бета-распадом называется самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. Бета-активные ядра встречаются во всей области значений массового числа  $A$ , начиная от единицы (свободный нейтрон) и кончая самыми тяжелыми ядрами. Период полураспада  $\beta$ -активных ядер изменяется от ничтожных долей секунды до  $10^{18}$  лет. Выделяющаяся при единичном акте  $\beta$ -распада энергия варьируется от 18 кэВ (для распада трития  $^3_1\text{H}$ ) до 13,4 МэВ (для распада изотопа бора  $^{12}_5\text{B}$ ). В данной работе мы будем иметь дело с электронным распадом

$$^A_Z X \longrightarrow ^A_{Z+1} X + e^- + \tilde{\nu},$$

при котором кроме электрона испускается антинейтрино. Освобождающаяся при  $\beta$ -распаде энергия делится между электроном, антинейтрино и дочерним ядром, однако доля энергии, передаваемой ядру, исчезающе мала по сравнению с энергией, уносимой электроном и антинейтрино. Практически можно сказать, что эти две частицы делят между собой всю освобождающуюся энергию. Поэтому электроны могут иметь любое значение энергии – от нулевой до некоторой максимальной, которая равна энергии, освобождающейся при  $\beta$ -распаде, и является важной физической величиной.

Вероятность  $dw$  того, что при распаде электрон вылетит с импульсом  $d^3\vec{p}$ , а антинейтрино с импульсом в интервале  $d^3\vec{k}$ , очевидно, пропорциональна произведению этих дифференциалов. Нужно также учесть закон сохранения энергии, согласно которому импульсы  $\vec{p}$  и  $\vec{k}$  электрона и антинейтрино связаны соотношением

$$E_e - E - ck = 0,$$

где  $E_e$  – максимальная энергия электрона, кинетическая энергия электрона  $E$  связана с его импульсом обычным релятивистским соотношением

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2,$$

а через  $ck$  обозначена энергия антинейтрино с импульсом  $k$ . Условие ( ) можно учесть введением в выражение для  $dw$   $\delta$ -функции

$$\delta(E_e - E - ck),$$

по определению не равной нулю только при соблюдении условия ( ).

Таким образом, вероятность  $dw$  может быть записана в виде

$$dw = D\delta(E_e - E - ck) d^3\vec{p} d^3\vec{k} = D\delta(E_e - E - ck) p^2 dp k^2 dk d\Omega_e d\Omega_{\tilde{\nu}},$$

где  $D$  – некоторый коэффициент пропорциональности,  $d\Omega_e$ ,  $d\Omega_{\bar{\nu}}$  – элементы телесных углов направлений вылета электрона и нейтрино. Вероятность  $dw$  непосредственно связана с  $\beta$ -спектром, поскольку для очень большого числа  $N_0$  распадов число  $dN$  распадов с вылетом электрона и антинейтрино с импульсами соответственно от  $\vec{p}$  до  $\vec{p} + d\vec{p}$  и от  $\vec{k}$  до  $\vec{k} + d\vec{k}$  определяется соотношением

$$dN = N_0 dw.$$

Коэффициент  $D$  в формуле ( ) с хорошей точностью можно считать для рассматриваемых нами распадов константой.

Величину  $dw$  можно проинтегрировать по всем углам и по абсолютному значению импульса нейтрино. Интегрирование по каждому телесному углу дает множитель  $4\pi$ , а

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0).$$

Поэтому, после домножения  $dw$  на  $N_0$  имеем

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} D p^2 (E_e - E)^2 dp,$$

где  $dN$  обозначает уже число электронов, вылетающих из ядра с импульсом, величина которого лежит между  $p$  и  $p + dp$ .

Чтобы получить распределение электронов по энергиям, надо в ( ) перейти от  $dp$  к  $dE$ :

$$dE = \frac{c^2 p}{E + mc^2} dp,$$

после чего выражающая форму  $\beta$  спектра величина  $N(E) = dN/dE$  приобретает вид

$$\frac{dN}{dE} = N_0 B c p (E + mc^2) (E_e - E)^2 = N_0 B \sqrt{E(E + 2mc^2)} (E_e - E)^2 (E + mc^2),$$

где  $B = (16\pi^2/c^4)D$ . В нерелятивистском приближении, которое и имеет место в нашем случае, выражение ( ) упрощается, и мы имеем

$$\frac{dN}{dE} \approx \sqrt{E} (E_e - E)^2.$$

Дочерние ядра, возникающие в результате  $\beta$ -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая  $\gamma$ -квант, либо передавая избыток энергии одному из электронов с внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются конверсионными.

Итоговая форма спектра представлена на рис. 1. Спектр имеет вид широкого колокола с резким конверсионным максимумом, ширина которого определяется исключительно разрешающей способностью прибора. Кривая плавно отходит от нуля и столь же плавно, по параболе, касается оси абсцисс в области максимальной энергии электронов  $E_e$ .

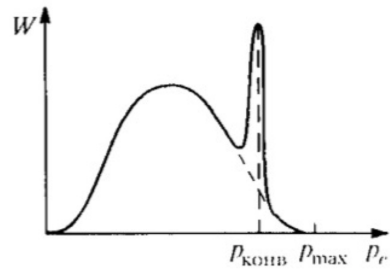


Рис. 1: Форма спектра  $\beta$ -частиц

## Экспериментальная установка

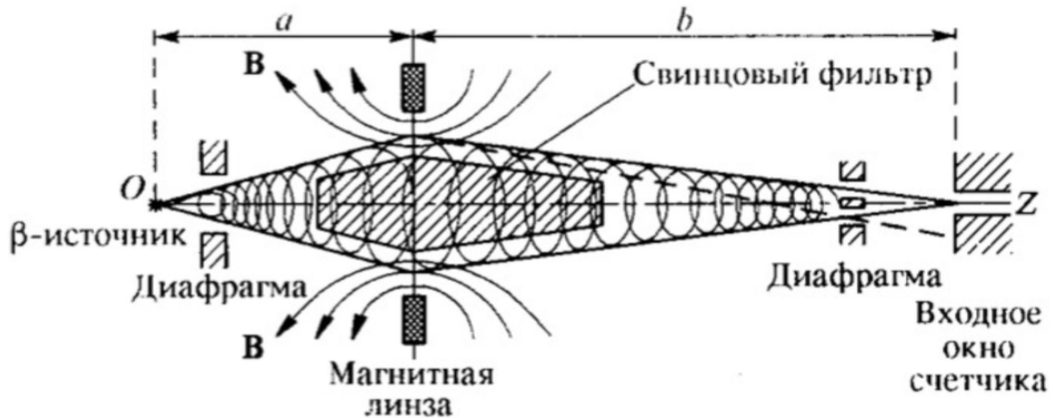


Рис. 2: Схема установки

Энергию  $\beta$ -частиц определяют с помощью  $\beta$ -спектрометров. В работе используются магнитный спектрометр с "короткой линзой". Его схема представлена на рис. 2. Электроны, испускаемые радиоактивным источником, попадают в магнитное поле катушки, ось которой параллельна оси  $OZ$  (оси симметрии прибора). Траектории электронов в магнитном поле представляют собой сложные спирали, сходящиеся за катушкой в фокусе, расположенном на оси  $OZ$ . В фокусе установлен детектор электронов.

Как показывает расчет, для заряженных частиц тонкая катушка эквивалентна линзе. Ее фокусное расстояние  $f$  зависит от импульса электронов  $p_e$  и от индукции магнитного поля линзы (т.е. от силы тока  $I$ , протекающего через катушку) следующим образом:

$$\frac{1}{f} \propto \frac{I^2}{p_e^2}$$

При заданной силе тока на входное окно счетчика фокусируются электроны с определенным импульсом. Электроны, обладающие другими значениями импульса, при этом не сфокусированы и в основном проходят мимо окна. При изменении тока в катушке на счетчик последовательно фокусируются электроны с разными импульсами. Так как геометрия прибора в течение опыта остается неизменной, импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока  $I$ :

$$p_e = kI.$$

Рассмотрим связь между числом частиц, регистрируемых установкой, и функцией  $W(p_e) = dW_e/dp_e$ , определяемой формулой ( ). Как легко понять,

$$N(p_e) \simeq W(p_e)\Delta p_e,$$

где  $\Delta p_e$  — разрешающая способность спектрометра. Формула ( ) показывает, что при заданном токе фокусное расстояние магнитной линзы зависит от импульса частиц. Мимо счетчика проходят частицы, для которых фокусное расстояние линзы слишком сильно отличается от нужного, т.е. при недопустимо больших  $\Delta f$ . Дифференцируя

формулу ( ) при постоянном токе, найдем:

$$\Delta p_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} p_e.$$

Таким образом, величина интервала  $\Delta p_e$ , регистрируемого спектрометром, пропорциональна величине импульса. Окончательно получаем:

$$N(p_e) = CW(p_e)p_e,$$

где  $C$  — некоторая константа.

## Выполнение работы

Снимем зависимость  $N(p)$ : распределение электронов по импульсу. Затем рассмотрим эту зависимость при линейаризации нужной области, используем график Ферми для получения  $E_e$  — максимальной энергии  $\beta$ -частиц при распаде  $^{137}\text{Cs}$ .

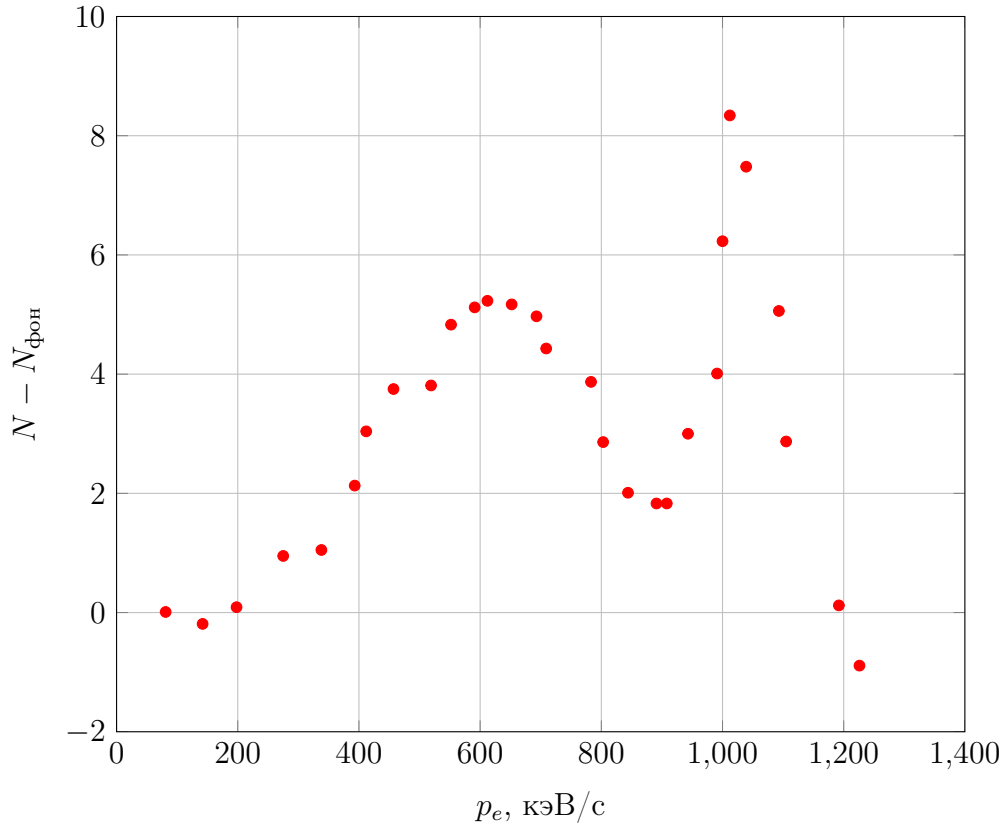


Рис. 3: Распределение электронов по импульсу

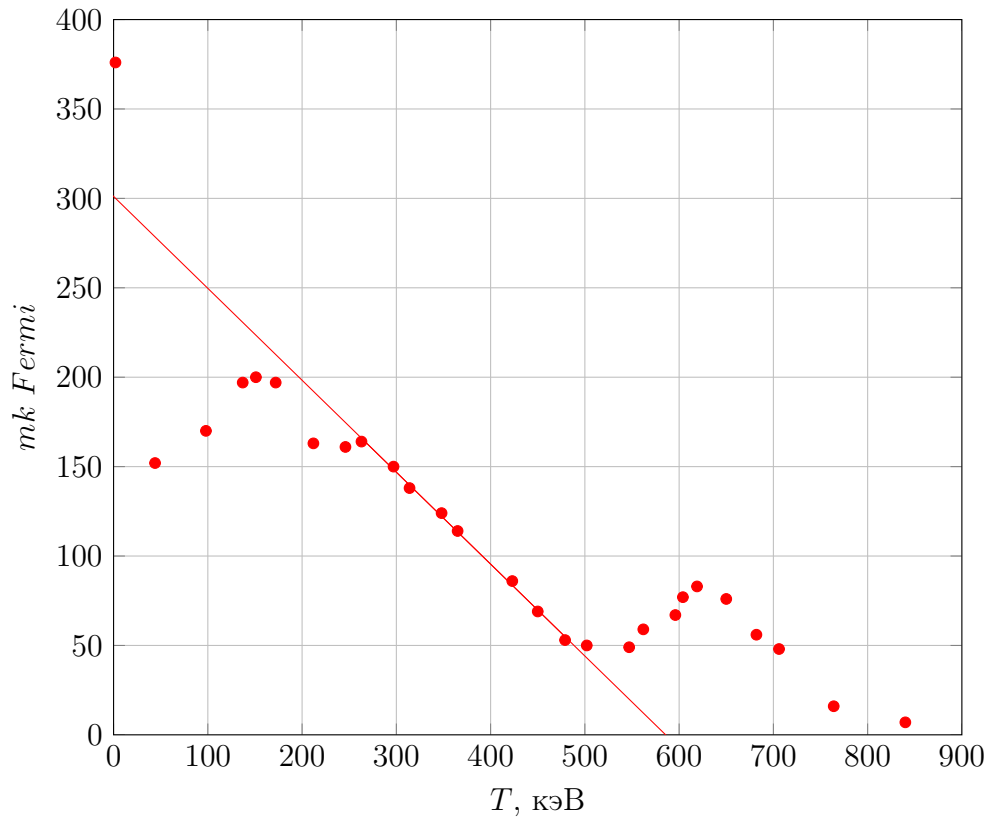


Рис. 4: График Ферми

Из графика Ферми получаем  $E_e = 602 \pm 3$  кэВ.

## Итоги

В работе был исследован спектр  $\beta$ -распада ядра  $^{137}\text{Cs}$ . Полученная форма спектра совпадает с предсказанной теоретически. Из графика Ферми получено значение  $E_e = 602 \pm 3$  кэВ, согласующееся с табличным значением 514 кэВ по порядку величины.

Возможной причиной отличия полученной величины от справочной является фоновое излучение, которое могло меняться во время эксперимента и отличаться от измеренного в конце.

Кроме того, на экспериментальной установке стоял дефектный вакуумметр, в следствие чего было невозможно определить, достиг ли вакуум в спектрометре нужного значения.