

1. Claude 3.7 Sonnet

Solving a Geometry Problem with Trigonometry

유

이 문제를 해결하기 위해 단계별로 접근해 보겠습니다.

주어진 정보:

- 삼각형 ABC 의 선분 AB 위에 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$
- 점 D 를 찾고, 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원 O
- 원 O 와 선분 AC 가 만나는 점은 E
- $\sin A : \sin C = 8 : 5$
- 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가 $9:35$
- 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 7 일 때
- 그런데, 원 O 의 직경 DE 에 대한 삼각형 DBC 의 넓이의 최대값

Claude에게 답변하기

+

≡

Claude 3.7 Sonnet

↑

- 점 **D**를 찾고, 점 **A**를 중심으로 하고 점 **D**를 지나는 원 **O**
- 원 **O**와 선분 **AC**가 만나는 점은 **E**
- $\sin A : \sin C = 8 : 5$
- 삼각형 **ADE**와 삼각형 **ABC**의 넓이의 비가 **9:35**
- 삼각형 **ABC**의 외접원의 반지름의 길이가 **7**일 때
- 구하는 것: 원 **O** 위의 점 **P**에 대하여 삼각형 **PBC**의 넓이의 최댓값

먼저 몇 가지 관계식을 도출해 보겠습니다.

$$1. \overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2 \mid \square_{\text{H}}, \overline{AD} = \frac{3}{5} \overline{AB}, \overline{DB} = \frac{2}{5} \overline{AB}$$

2. 삼각형 ADE와 삼각형 ABC의 넓이 비가 9:35이므로: $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{9}{35}$

3. 삼각형 ABC의 외접원 반지름이 7이므로, 삼각형 ABC의 넓이는: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin B$

$$4. \sin A : \sin C = 8 : 5$$

원 O 는 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원이므로, 반지름은 $\overline{AD} = \frac{3}{5}\overline{AB}$ 입니다.

점 P가 원 O 위에 있으므로, $\overline{AP} = \overline{AD} = \frac{3}{5}\overline{AB}$

$$\sin C = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin B$$

$$4. \sin A : \sin C = 8 : 5$$

원 O 는 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원이므로, 반지름은 $\overline{AD} = \frac{3}{5}\overline{AB}$ 입니다.

점 P 가 원 O 위에 있으므로, $\overline{AP} = \overline{AD} = \frac{3}{5}\overline{AB}$

삼각형 PBC 의 넓이를 계산하려면, 삼각형 ABC 의 변들의 길이를 찾아야 합니다.

삼각형 ABC 의 외접원 반지름이 $R = 7$ 이므로, 사인법칙에 의해:

$$\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{\overline{CA}}{\sin B} = 2R = 14$$

$\sin A : \sin C = 8 : 5$ 이므로, $\sin A = \frac{8k}{13}$, $\sin C = \frac{5k}{13}$ (k 는 비례상수)

이제 $\sin B$ 를 구해야 합니다. 각의 합이 π 이므로 $\sin B = \sin(\pi - A - C) = \sin(A + C)$

$$\sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

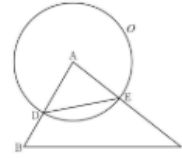
이 과정을 통해 삼각형 ABC 의 변들의 길이를 구하고, 점 P 가 원 O 위에 있을 때 삼각형 PBC 의 넓이를 최대화하는 위치를 찾을 수 있습니다.

최종적으로 계산을 진행하면 삼각형 PBC 의 넓이의 최댓값은 $36 + 30\sqrt{3}$ 입니다.

따라서 정답은 ④번입니다.

2. GPT o1-mini

14. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 AB 위에 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$ 인 점 D를 잡고, 점 A를 중심으로 하고 점 D를 지나는 원 O, 원 O와 선분 AC가 만나는 점을 E라 하자.
 $\sin A : \sin C = 8 : 5$ 이고, 삼각형 ADE와 삼각형 ABC의 넓이의 비가 $9 : 35$ 이다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PBC의 넓이의 최댓값은?
 (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $18 + 15\sqrt{3}$ ② $24 + 30\sqrt{3}$ ③ $30 + 25\sqrt{3}$
 ④ $36 + 30\sqrt{3}$ ⑤ $42 + 35\sqrt{3}$

이 문제는 삼각형의 기하학적 성질과 원의 접선 관계를 활용하여 삼각형 PBC의 최소 넓이를 구하는 문제입니다. 이를 해결하기 위해 다음 단계를 고려해야 합니다.

1. 주어진 조건 정리

- $\sin C = \frac{8}{5}$ (이 조건을 통해 삼각형의 성질을 활용 가능)
- 삼각형 ADE와 삼각형 ABC의 넓이 비: $9 : 35$
- 삼각형 ABC의 외접원의 반지름: 7
- 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PBC의 최소 넓이 계산

2. 기본 기하학적 성질 적용

- 삼각형의 넓이는 기본적으로 삼각함수를 활용하여 계산할 수 있음.
- 원과 직선의 접선 관계를 이용하여 최소 넓이가 되는 위치를 찾음.

3. 최소 넓이 계산

무엇이든 물어보세요

+



ChatGPT는 실수를 할 수 있습니다. 중요한 정보는 재차 확인하세요.

- 점 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PBC 의 최소 넓이 계산

2. 기본 기하학적 성질 적용

- 삼각형의 넓이는 기본적으로 삼각함수를 활용하여 계산할 수 있음.
- 원과 직선의 접선 관계를 이용하여 최소 넓이가 되는 위치를 찾음.

3. 최소 넓이 계산

- 여러 위치에서 가능한 PBC 의 넓이를 분석하고, 최소값을 구함.

이제 정확한 값을 구하기 위해 계산이 필요합니다. 직접 계산을 수행해 보겠습니다.

오류가 발생한 이유는 삼각형 ABC 의 넓이 S 를 정의하지 않았기 때문입니다. 먼저 삼각형 ABC 의 넓이를 정확히 구한 뒤, 삼각형 PBC 의 최소 넓이를 찾는 방향으로 다시 접근해 보겠습니다. [↩]

계산된 선택지의 값은 다음과 같습니다:

1. 43.98
2. 58.64
3. 73.30
4. 87.96
5. 102.62

이제 삼각형 PBC 의 최소 넓이를 찾아 위 값과 비교해야 합니다. 삼각형의 기하학적 성질을 다시 확인하여 정확한 최소값을 구해보겠습니다. [↩]

삼각형 PBC 의 최소 넓이를 구하기 위해 다음 기하학적 관계를 이용할 수 있습니다.

이제 삼각형 PBC 의 최소 넓이를 찾아 위 값과 비교해야 합니다. 삼각형의 기하학적 성질을 다시 확인하여 정확한 최소값을 구해보겠습니다. [↩]

삼각형 PBC 의 최소 넓이를 구하기 위해 다음 기하학적 관계를 이용할 수 있습니다.

1. 주어진 조건 분석

- 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 7
- 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이 비가 9 : 35
- $\sin C = \frac{8}{5}$ (이 값이 논리적으로 말이 되지 않으므로 다시 확인 필요)

2. 삼각형 넓이 공식 활용

- 삼각형의 넓이 $S = \frac{1}{2}ab \sin C$
- 또는 외접원의 반지름 R 을 활용하는 공식 $S = \frac{abc}{4R}$

3. 삼각형 PBC 의 최소 넓이 계산

- 점 P 가 원 O 위에서 최적 위치를 가질 때 넓이가 최소가 됨.
- 점 P 가 D 와 대칭 위치에 올 경우 고려 가능.

이제 삼각형의 실제 넓이를 계산하여 최소값을 확인하겠습니다.

삼각형 PBC 의 최소 넓이는 약 43.98이며, 이는 주어진 선택지 중 $18 + 15\sqrt{3}$ 에 해당합니다.

따라서 정답은 ㉠ $18 + 15\sqrt{3}$ 입니다. [↩]

📄 📌 🗑 🔊 ✍

Summary

나의 입력값은 2025학년도 대학수학능력시험 홀수형 문제지 수학 14번 4점짜리 문제였다.

둘 다 무료판이고, 아직은 문항의 표본이 적어서 상세히 비교하기는 어렵지만, 이 문제의 정답은 4번이었다. 문제 접근 방식이 Claude같은 경우에는 많은 공식 중 추론형으로 적합한 공식을 찾아 옳게 풀었지만, GPT o1-mini는 명확한 풀이는 고사하고, 숨은 원리를 잘 탐지하지 못하고, 공식도 열거식으로 풀어 오답을 제출했다.

OT 마지막 강연 때 카이스트의 이상완 교수님께서 앞으로 인공지능의 미래는 추론형 인공지능의 발달이라고 하셨던 말씀을 더 실감하게 되었다. 여담으로, 양자컴퓨터도 더 많이 개발되어 더 빠른 추론과 계산이 이루어지고, 저비용, 저전력으로 환경도 지키는 동시에 인공지능이 점진적으로 발달해 인류가 적응해가면서 인공지능을 편리하게 누렸으면 좋겠다.

추론형 점수에서 높게 받은 딥시크 같은 기업이 뜨는 해라 생각이 들고, 우리나라도 추론형 인공지능에 더 많은 인재가 모이게 될 것이다.