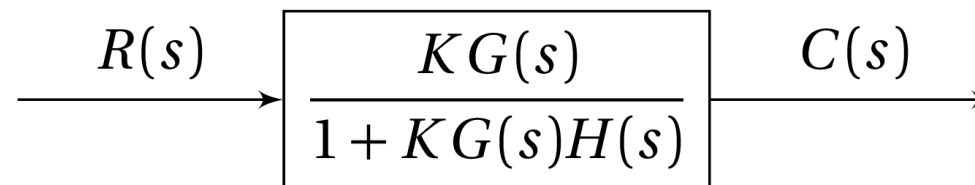
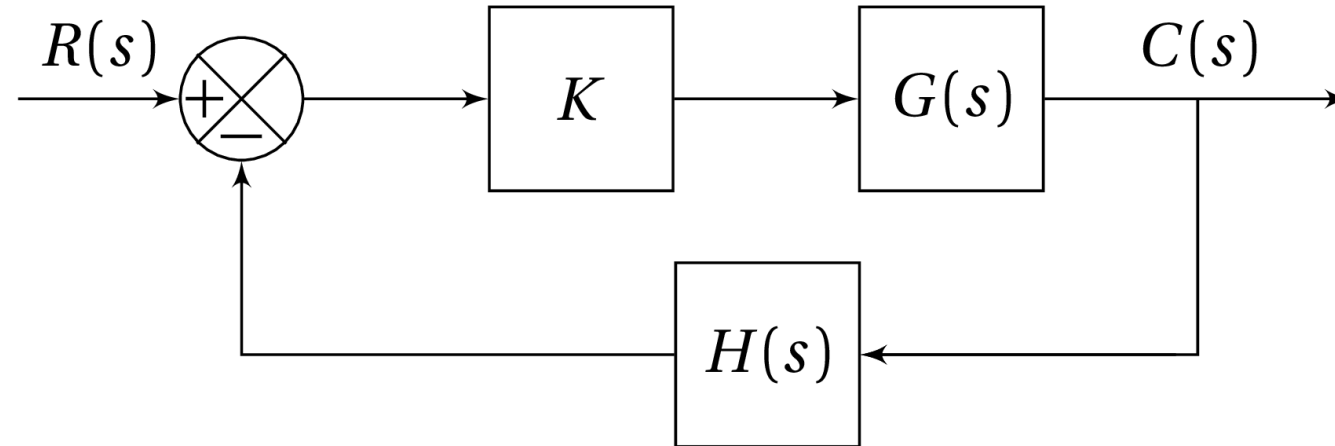




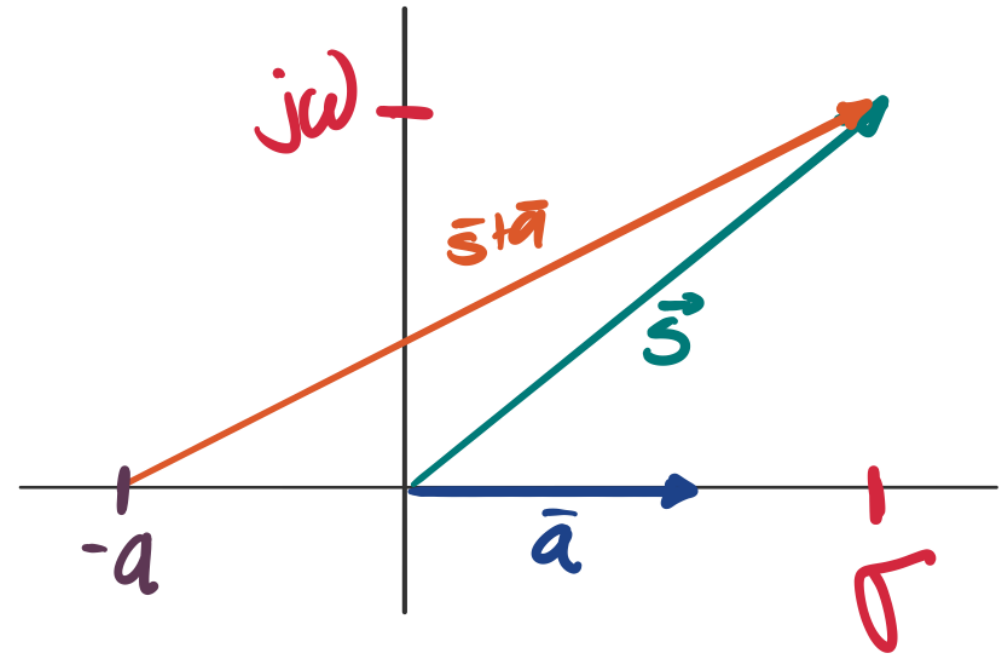
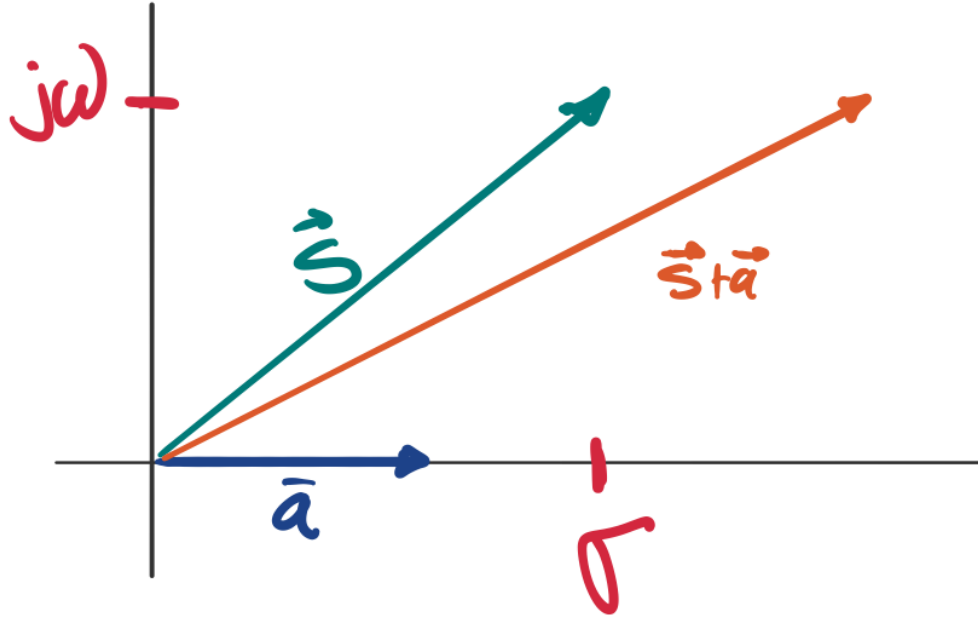
Biomecatrónica

Lugar geométrico de las raíces

El problema del sistema de control



Representación vectorial de complejos



¿Qué pasa con una función de transferencia?

Partiendo de la representación *zpk* de la función de transferencia, se pueden trazar $m + n$ vectores que parten desde sus raíces hasta un punto en el plano

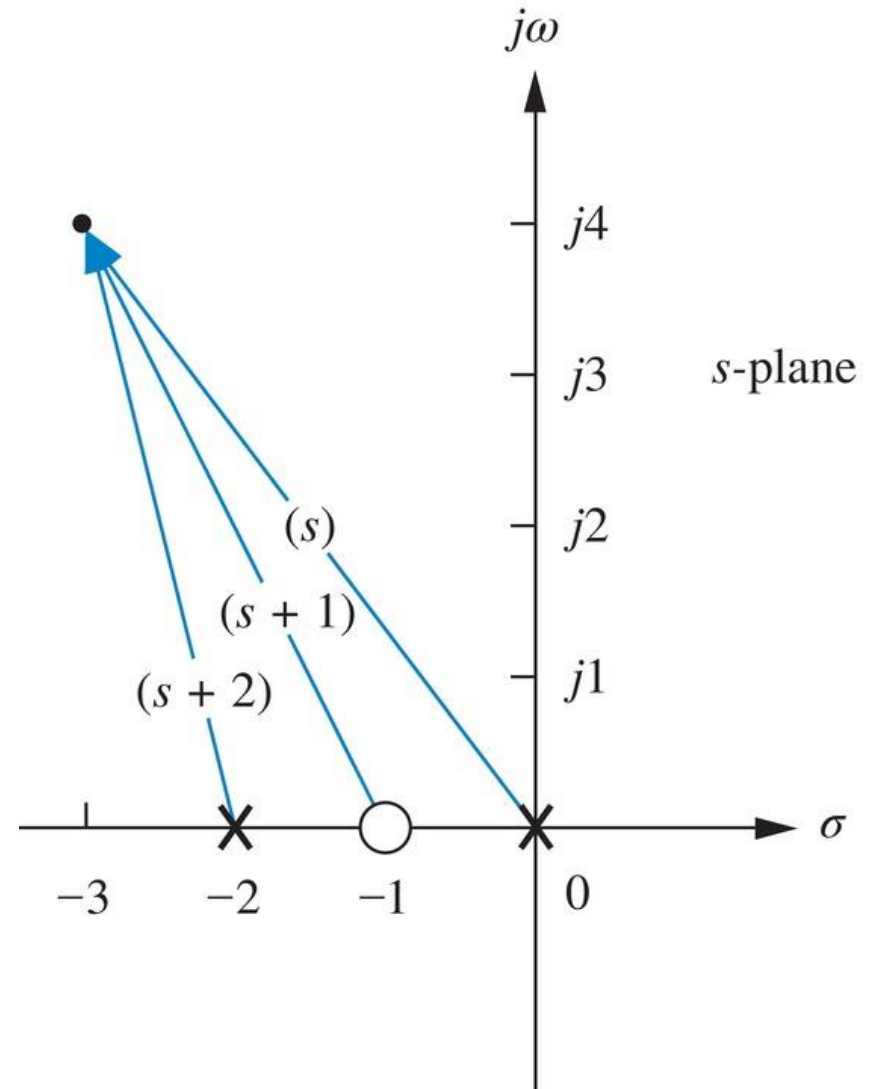
$$F(s) = \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{j=1}^n (s + p_j)}$$

$$M = \frac{\prod_{i=1}^m |(s + z_i)|}{\prod_{j=1}^n |(s + p_j)|} \quad \theta = \sum_{i=1}^m \angle(s + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s + p_j)$$

Ejemplo

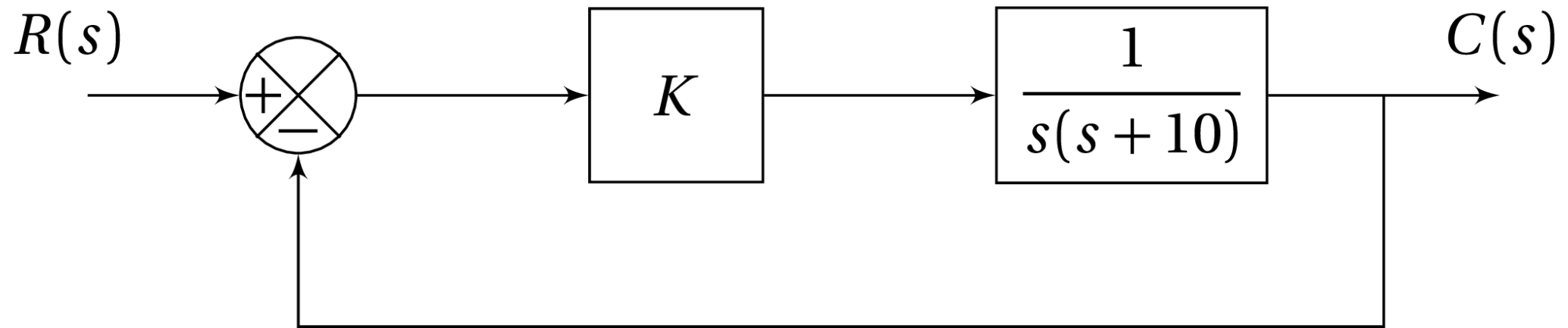
Evalúe la siguiente
función de transferencia
en $s = -3 + j4$

$$F(s) = \frac{(s + 1)}{s(s + 2)}$$



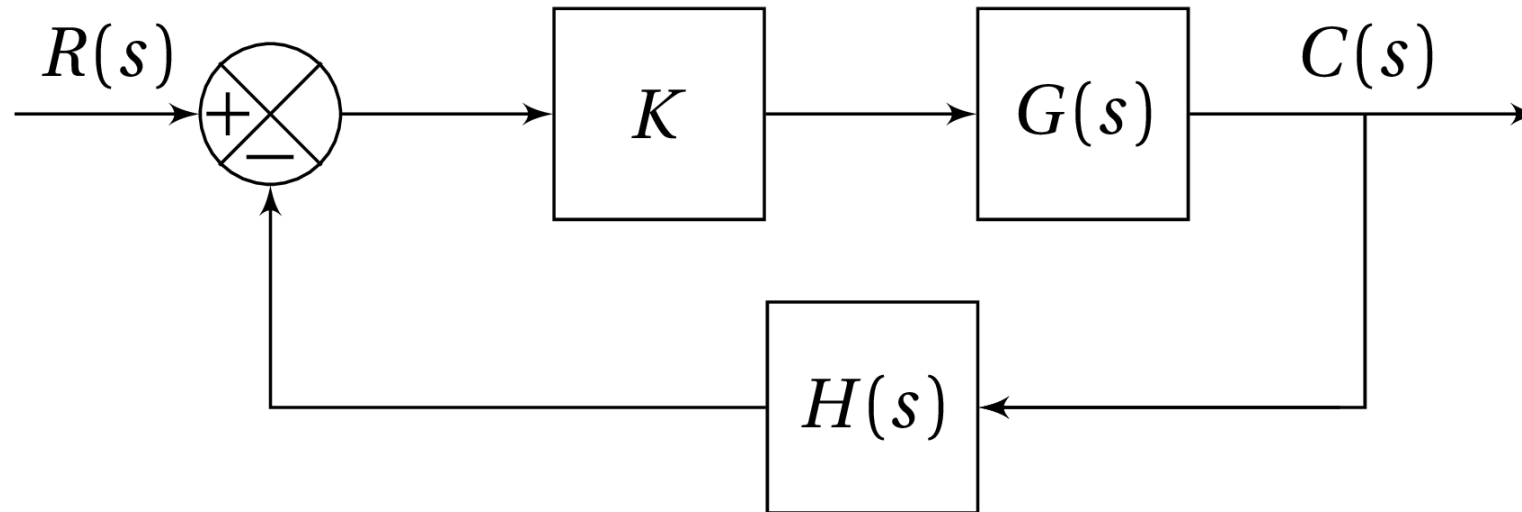
¿Qué es un lugar geométrico?

Definición del lugar de raíces



Representación de las trayectorias de los polos en lazo cerrado a medida que varía la ganancia

Propiedades del LGR



$$T(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

Propiedades del LGR

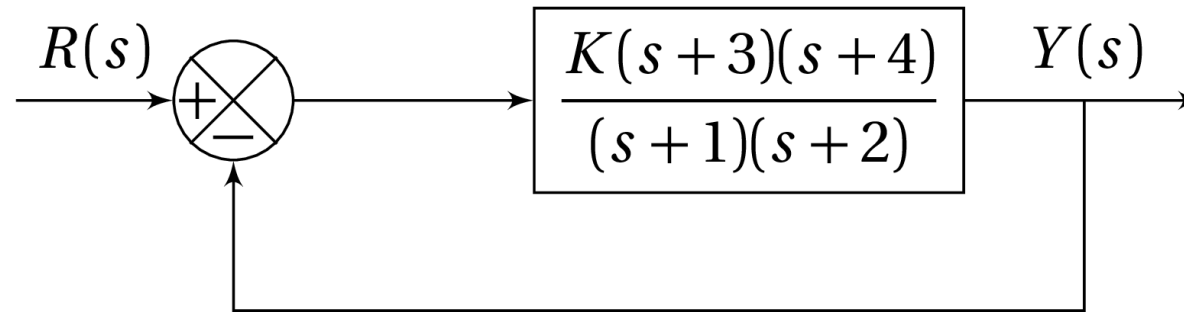
s es un polo de lazo cerrado si cumple $KG(s)H(s) = -1$

Esto quiere decir que

$$|KG(s)H(s)| = 1 \quad \angle KG(s)H(s) = (2k + 1)180^\circ$$

Ejemplo

Evalúe si $s_1 = -2 + j3$ y $s_2 = -2 + j\sqrt{2}/2$ se encuentran sobre el LGR del sistema de la figura. En caso afirmativo, encuentre el valor de ganancia respectivo



Construcción del LGR

Construir exactamente el LGR es un proceso tedioso y que se realiza de manera más exacta usando MATLAB

Pero, se puede llegar a una aproximación mediante la aplicación de algunas reglas

Regla 1: Número de ramas

El número de ramas del lugar de las raíces es igual al número de polos en lazo cerrado

Regla 2: Simetría

El lugar de raíces es simétrico respecto al eje real

Regla 3: Segmentos sobre el eje real

En el eje real, para $K > 0$ el lugar geométrico de las raíces existe a la izquierda de un número impar de raíces finitas en lazo abierto sobre el eje real

Regla 4: Puntos de partida y llegada

El lugar de las raíces comienza en los polos finitos en lazo abierto de $G(s)H(s)$ y termina en los ceros finitos e infinitos de $G(s)H(s)$

Regla 5: Comportamiento en infinito

El lugar de las raíces se acerca a asíntotas rectas cuando el lugar geométrico se acerca al infinito

Además, la ecuación de las asíntotas viene dada por la intersección del eje real (σ_a) y el ángulo(θ_a) de la siguiente manera

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos finitos} - \sum \text{ceros finitos}}{\# \text{ polos finitos} - \# \text{ ceros finitos}}$$
$$\theta_a = \frac{180^\circ(2k + 1)}{\# \text{ polos finitos} - \# \text{ ceros finitos}} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Ejemplo

Dibuje el LGR del sistema mostrado en la figura

