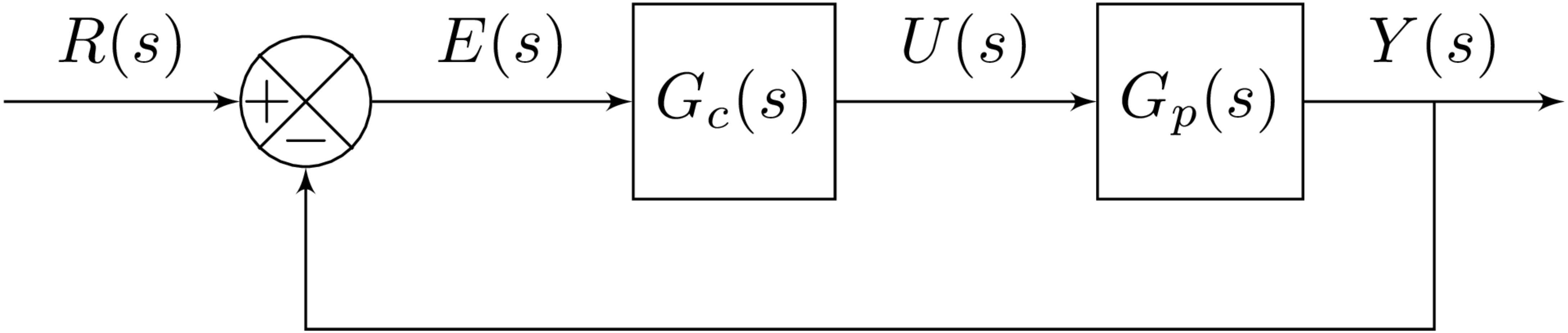
09 – Controlador PID

Biomecatrónica – 2023/II

Estructura simple de control



Controlador PID

El control proporcional-integral-derivativo (PID) es la forma más común de utilizar la retroalimentación en sistemas de ingeniería

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

La forma más común para hallar sus parámetros es usando diferentes métodos de sintonía

Controlador PID

La utilidad de los controles PID estriba en que se aplican en forma casi general a la mayoría de los sistemas de control

En particular, cuando el modelo matemático de la planta no se conoce y, por lo tanto, no se pueden emplear métodos de diseño analíticos, es cuando los controles PID resultan más útiles

Control proporcional

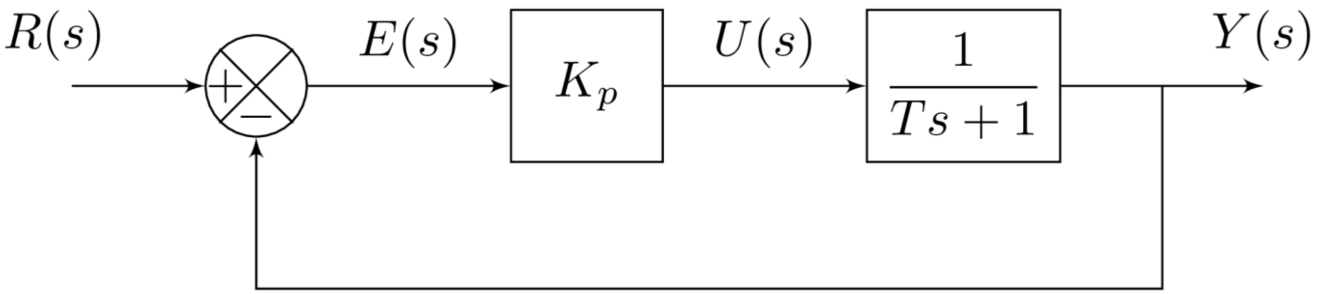
Es aquel controlador en el que la señal de control u es proporcional al error de seguimiento e

$$u(t) = K_p\, e(t)$$

Por tanto, el control no tiene dinámica, y su función de transferencia viene dada por

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Control proporcional



El error en estado estacionario es

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)} = \frac{Ts+1}{Ts+1+K_p}R(s)$$

Y la función de transferencia de lazo cerrado

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{Ts+1+K_p}$$

Control integral

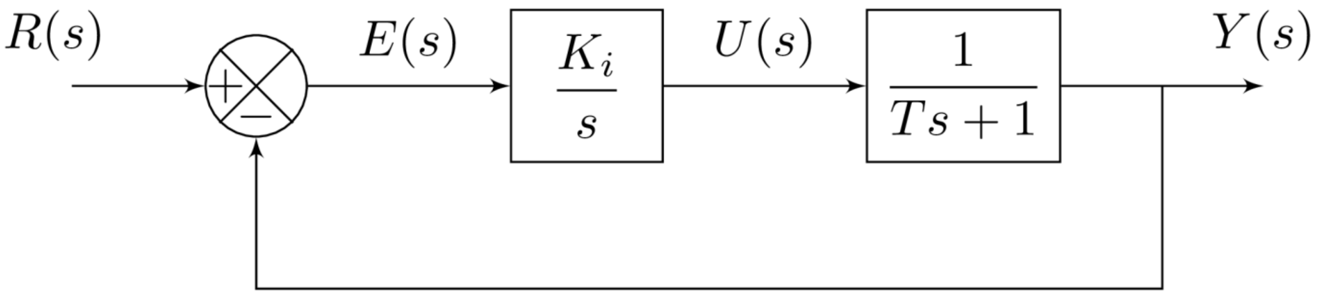
Es aquel controlador en el que la señal de control u es proporcional a la integral del error de seguimiento e

$$u(t) = K_i \int_{t_0}^{t} e(\tau)\, d\tau$$

Su objetivo es reducir el error de estado estacionario de seguimiento y de rechazo de perturbaciones, al actuar sobre la historia del error

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

Control integral



El error en estado estacionario es

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)} = \frac{s(Ts+1)}{Ts^2+s+K_i}R(s)$$

Y la función de transferencia de lazo cerrado

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_i}{Ts^2+s+K_i}$$

Control derivativo

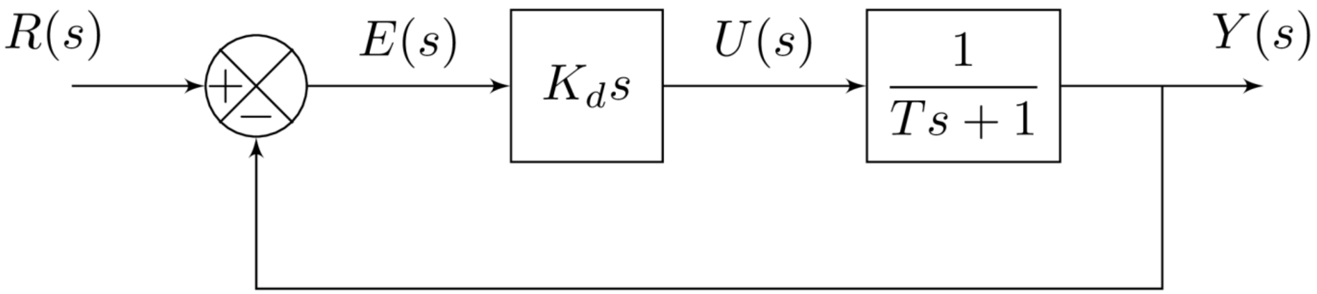
Es aquel controlador en el que la señal de control u es proporcional a la derivada del error de seguimiento e

$$u(t) = K_d \dot{e}(t)$$

Sus objetivos son mejorar la estabilidad de lazo cerrado, aumentar la velocidad de respuesta y reducir el sobreimpulso

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_d s$$

Control derivativo



El error en estado estacionario es

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)} = \frac{Ts+1}{(T+K_d)s+1}R(s)$$

Y la función de transferencia de lazo cerrado

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_d s}{(T+K_d)s+1}$$

Sintonía heurística

Se siguen reglas generales para obtener resultados aproximados o cualitativos

La mayoría de controladores PID del mundo están sintonizados con estos métodos

El método de prueba y error es un ejemplo de sintonía heurística

Efecto sobre la dinámica

El efecto del incremento de los parámetros del controlador sobre la dinámica del sistema se puede resumir con la siguiente tabla

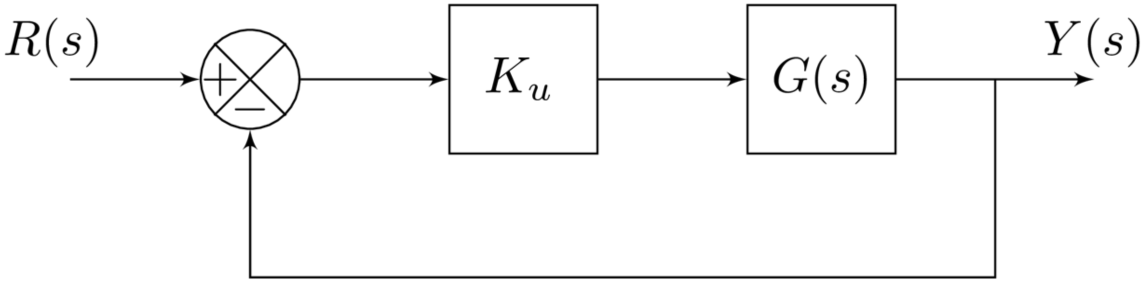
	t_r	M_p	t_s	e_{ss}
K_p	Reduce	Aumenta	Poco efecto	Reduce
K_i	Reduce	Aumenta	Aumenta	Elimina
K_d	Poco efecto	Reduce	Reduce	Poco efecto

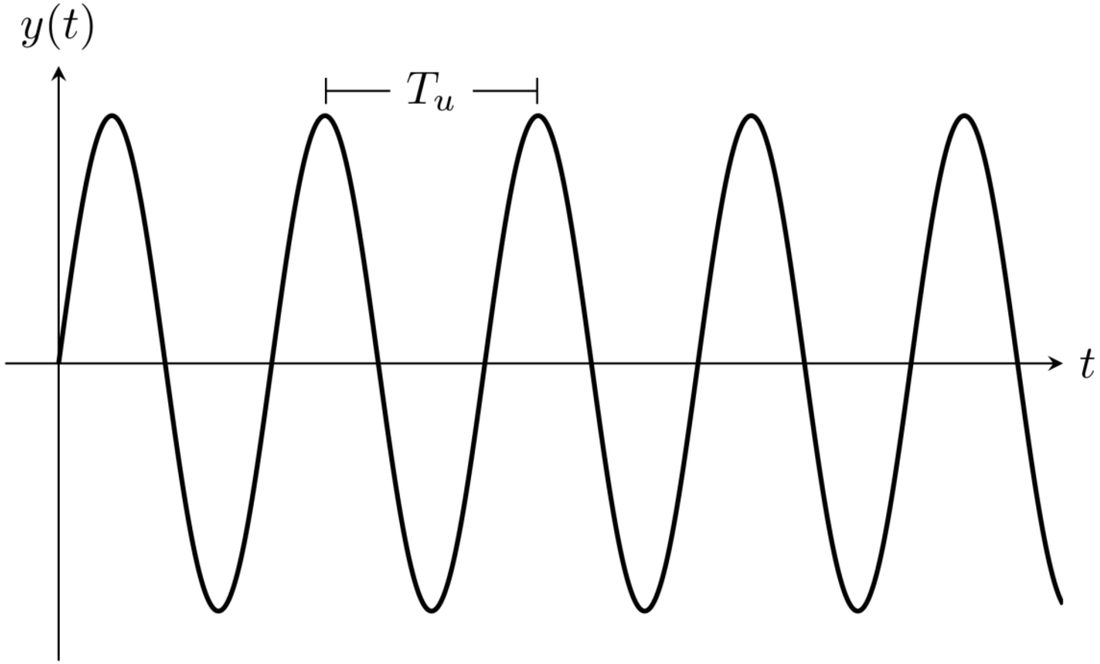
Sintonía basada en reglas

Se supone una determinada respuesta del proceso para obtener fórmulas matemáticas sencillas que permitan el ajuste de un controlador PID

Las características del proceso se pueden derivar de experimentos simples y se utilizan para calcular los parámetros PID

Método ZN Lazo cerrado





Valores de las constantes

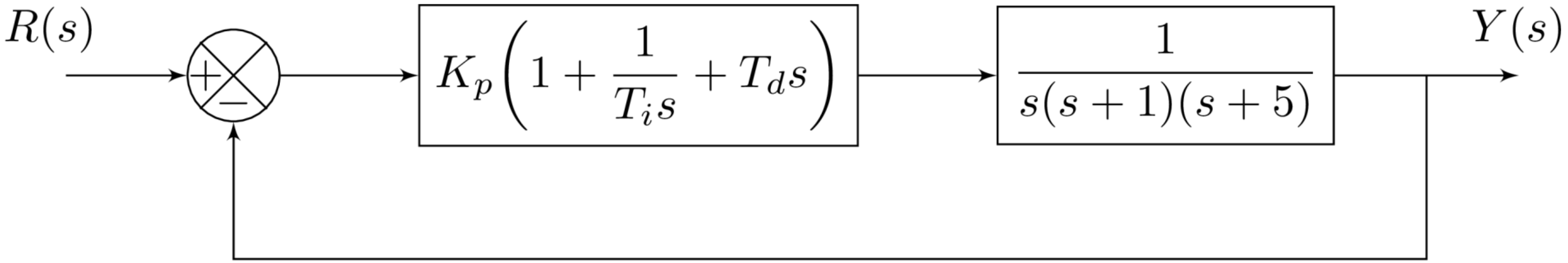
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

Tipo de control	K_p	T_i	T_d	K_i	K_d
P	$0.5K_u$	–	–	–	–
PI	$0.45K_u$	$0.80T_u$	–	$0.54K_u/T_u$	–
PD	$0.8K_u$	–	$0.125T_u$	–	$0.10K_uT_u$
PID clásico	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$	$1.2K_u/T_u$	$0.075K_uT_u$
Regla de Pessen	$0.7K_u$	$0.4T_u$	$0.15T_u$	$1.75K_u/T_u$	$0.105K_uT_u$
Bajo M_p	$0.3\overline{3}K_u$	$0.50T_u$	$0.3\overline{3}T_u$	$0.6\overline{6}K_u/T_u$	$0.1\overline{1}K_uT_u$
No M_p	$0.20K_u$	$0.50T_u$	$0.3\overline{3}T_u$	$0.40K_u/T_u$	$0.06\overline{6}K_uT_u$

Ejemplo

Use el método de Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador PID clásico para el sistema mostrado en la figura

- obtenga la curva de respuesta ante el escalón unitario y compruebe si el sistema diseñado presenta un sobreimpulso de aproximadamente el 25%
- si el sobreimpulso es excesivo (40% o más), haga una sintonía fina para reducirlo al 25% o menos.



Problemas de implementación

El controlador PID sintonizado mediante el segundo método de las reglas de Ziegler-Nichols produce la función de transferencia

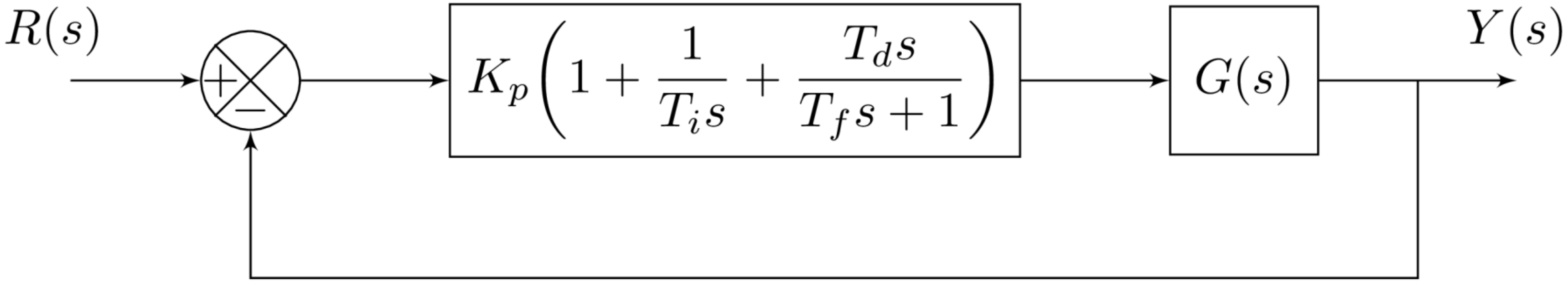
$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right) \\ &= 0.6K_u\left(1+\frac{1}{0.5T_u s}+0.125T_u s\right) \\ &= 0.075K_u T_u \frac{\left(s+\frac{4}{T_u}\right)^2}{s} \end{aligned}$$

Por tanto, el controlador PID tiene un polo y un cero doble, lo que configura un sistema impropio

Además, la acción derivativa puede generar inestabilidad a altas frecuencias

Filtro derivativo

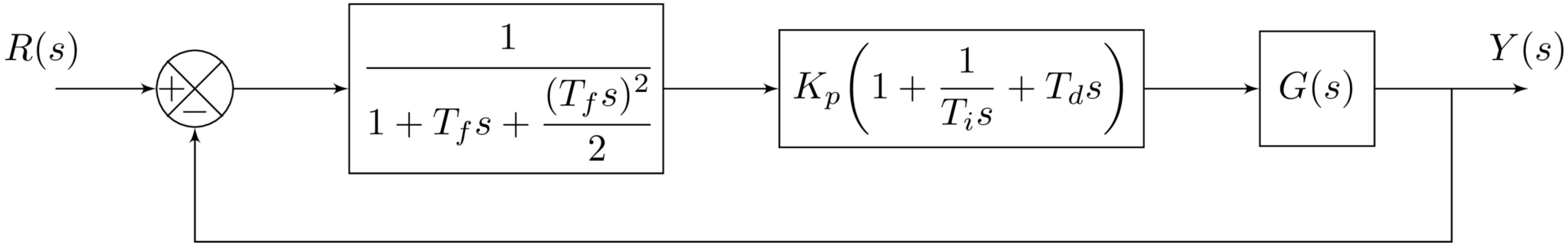
Una primera solución al problema de implementación es realizar un filtrado pasabajas de la derivada con un filtro de primer orden con ganancia unitaria y constante de tiempo T_f



$$T_f = \frac{T_d}{N},\ N \in [5,\ 20]$$

Prefiltro de segundo orden

Otra solución práctica consiste en filtrar la señal de error con filtros pasabajas, el caso más común es mediante filtrado de segundo orden



$$T_f = \frac{T_d}{N},\ N \in [5,\ 20]$$

Ejemplo

Simular la respuesta del sistema del ejemplo anterior, partiendo del PID ideal inicialmente sintonizado y aplicando los dos tipos de filtrados vistos