Identificación de sistemas

Biomecatrónica 2025-1

Modelo paramétrico

Un modelo paramétrico es un tipo de modelo en el que se especifica una estructura matemática con un conjunto de parámetros desconocidos que deben ser estimados a partir de los datos

Estos parámetros son variables que controlan el comportamiento del modelo y determinan su forma exacta

Modelos paramétricos

Los modelos paramétricos más usados son los de primer (FO) y segundo orden (SO), con (FOPDT, SOPDT) o sin tiempo muerto

Para el caso de sistemas sin ceros, se tiene

$$G_{FO}(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

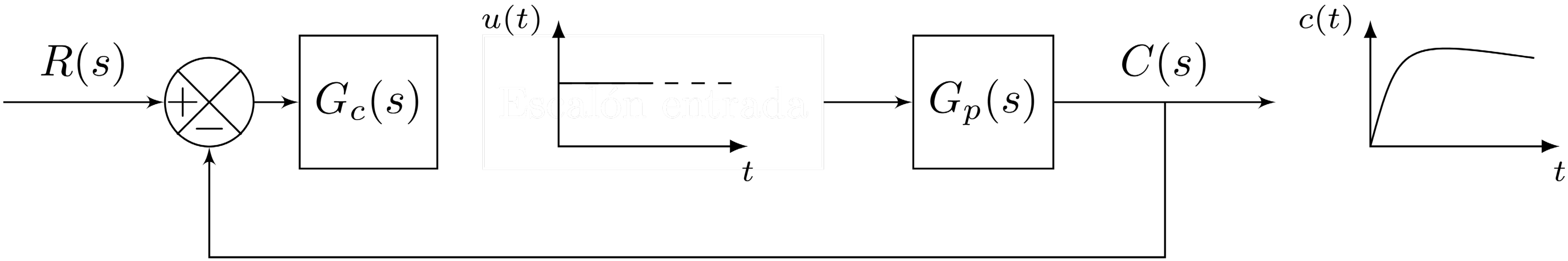
$$G_{SO}(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

Modelos a partir de la curva de reacción

Para obtener un modelo a partir de datos transientes, asumimos que hay disponible una **respuesta al escalón**

Si el transitorio es una combinación simple de transitorios elementales, entonces se puede estimar un modelo razonable de orden bajo utilizando cálculos manuales

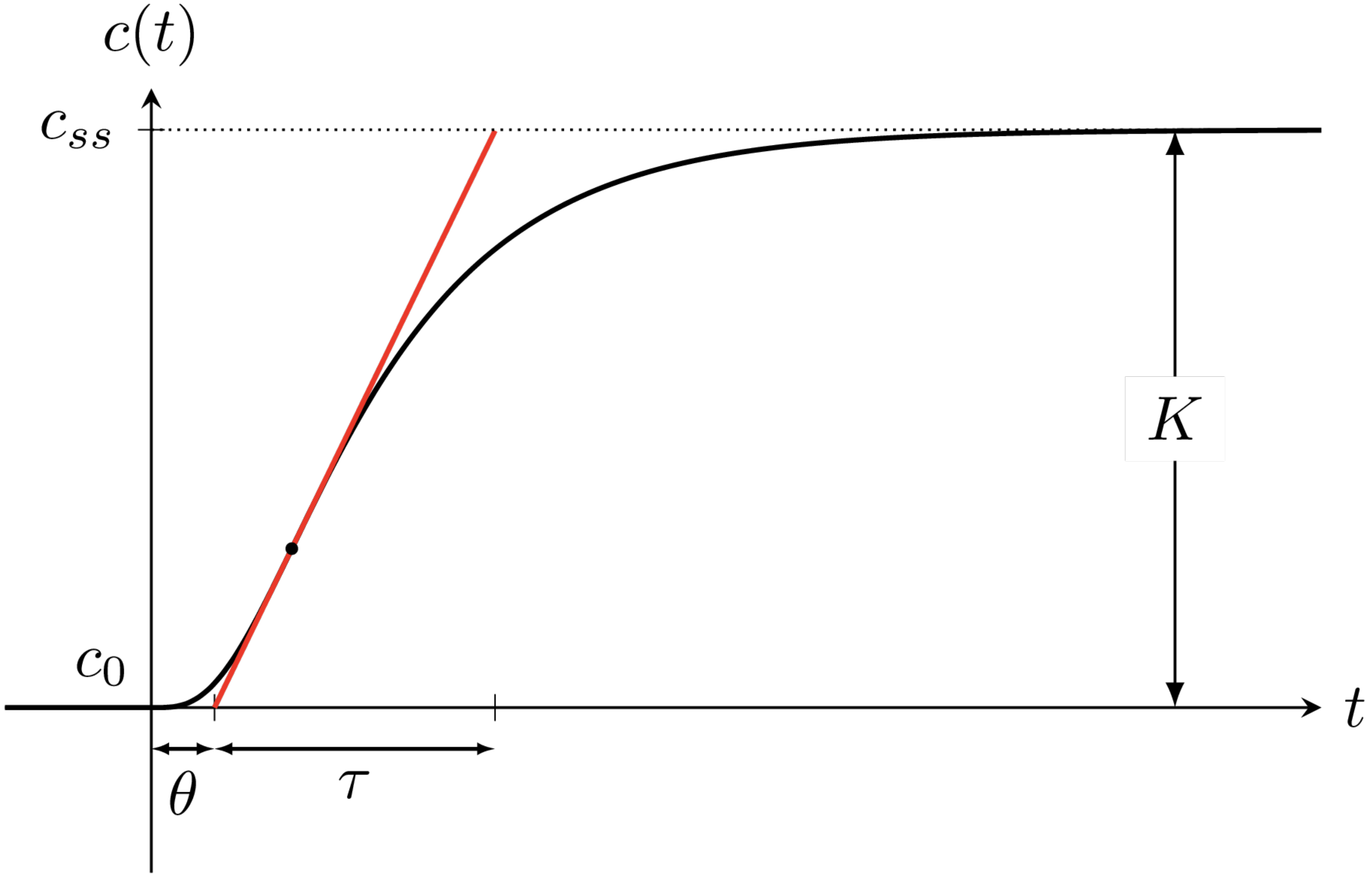
Obtención de la curva de reacción



Sistema FOPDT

Método 1:

$$G_p(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$



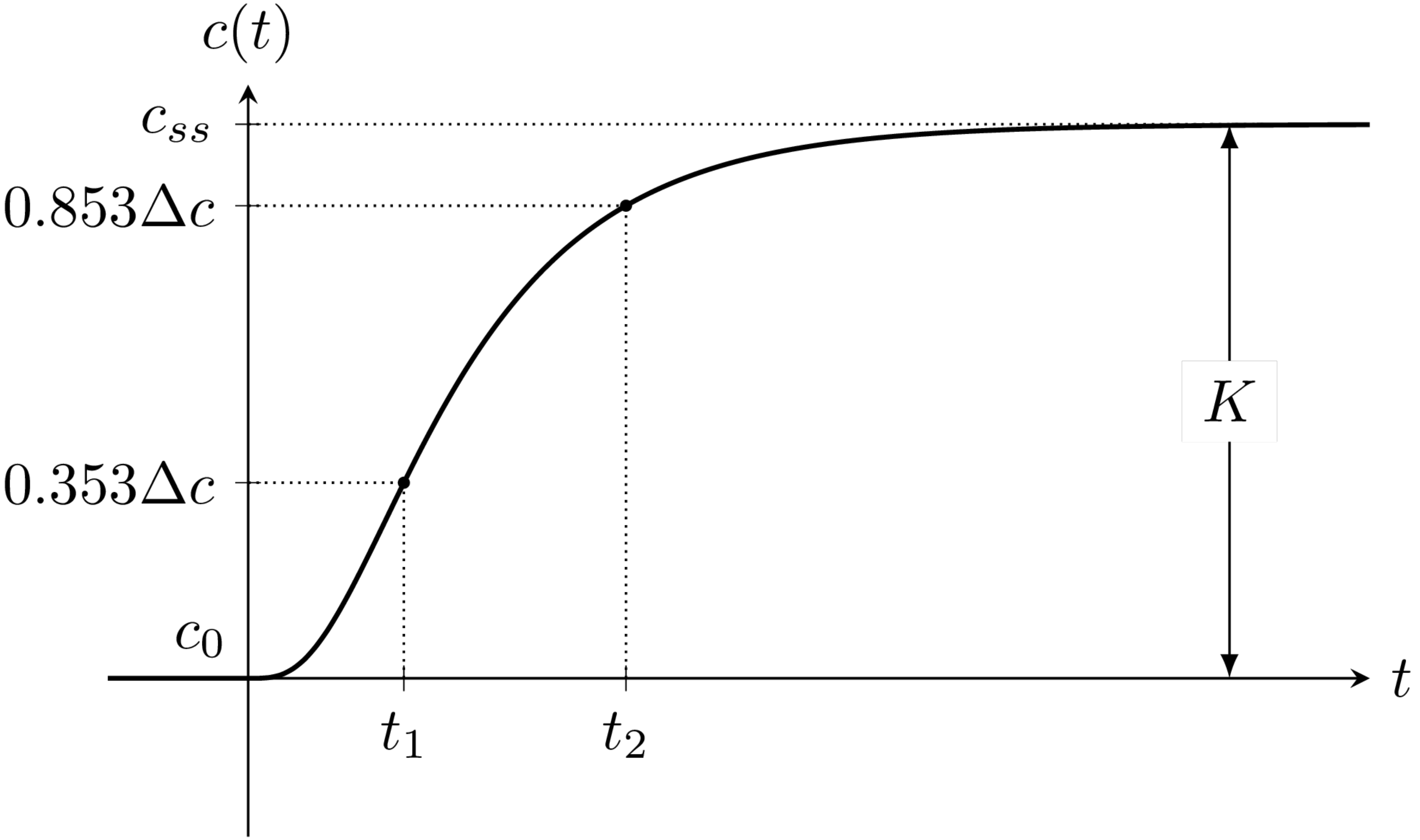
Sistema FOPDT

Método 2:

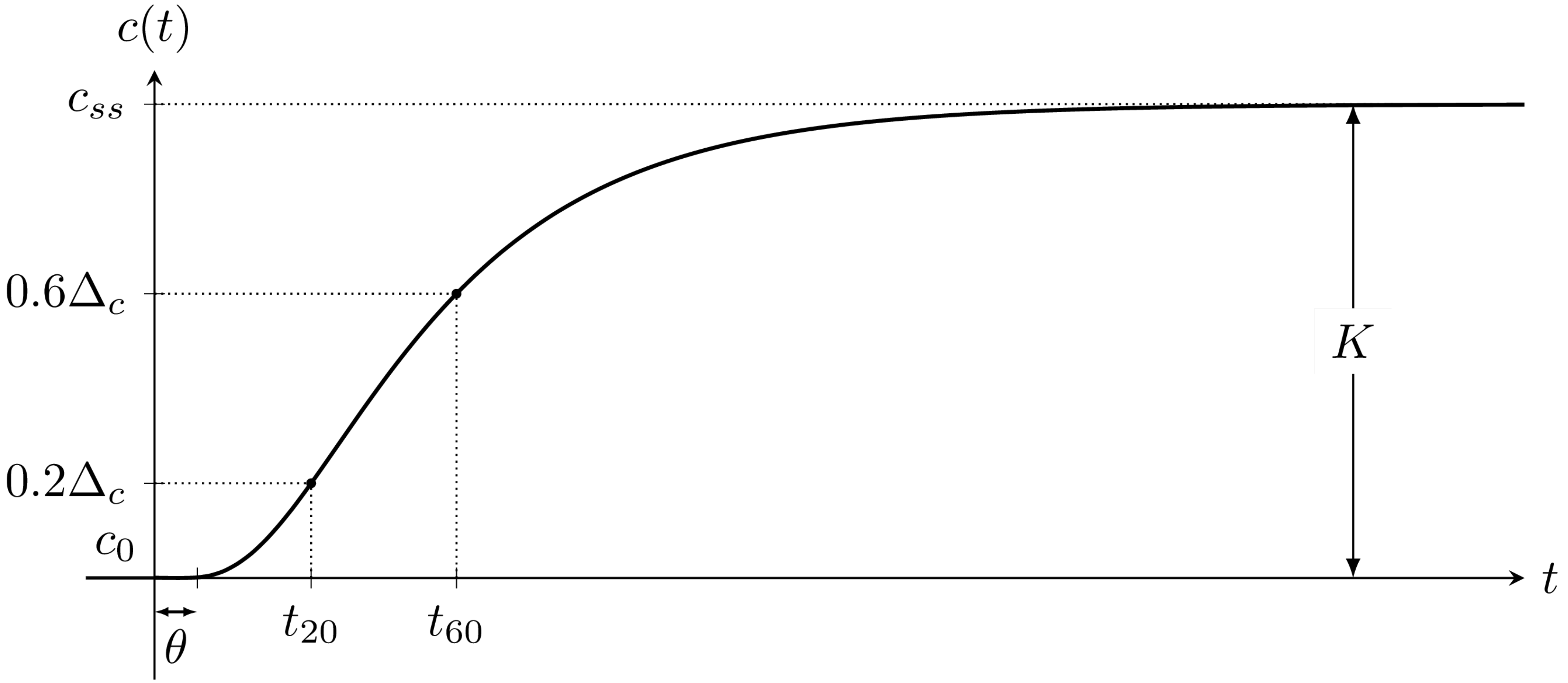
$$G_p(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

$$\theta = 1.3\,t_1 - 0.29\,t_2$$

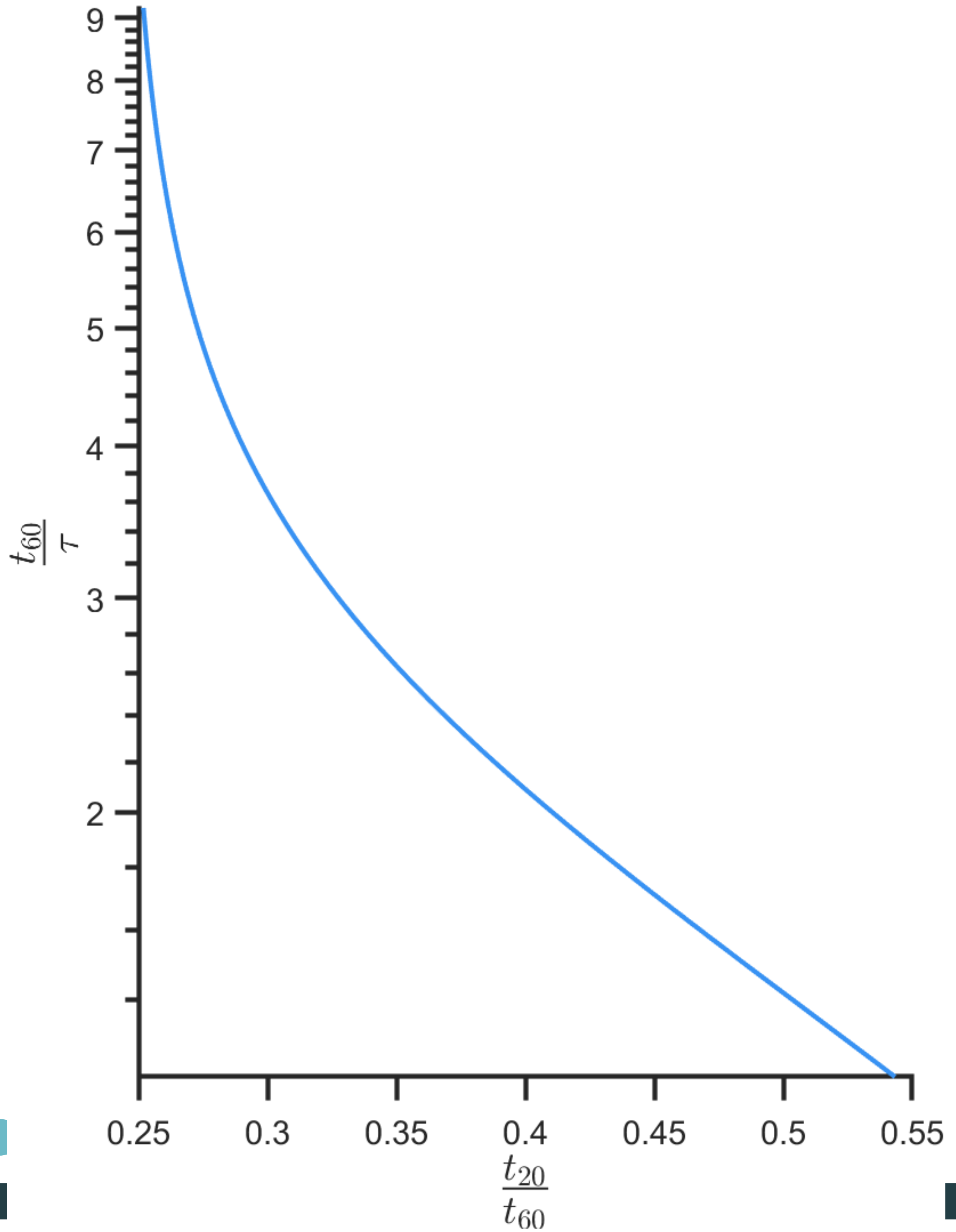
$$\tau = 0.67\,(t_2 - t_1)$$

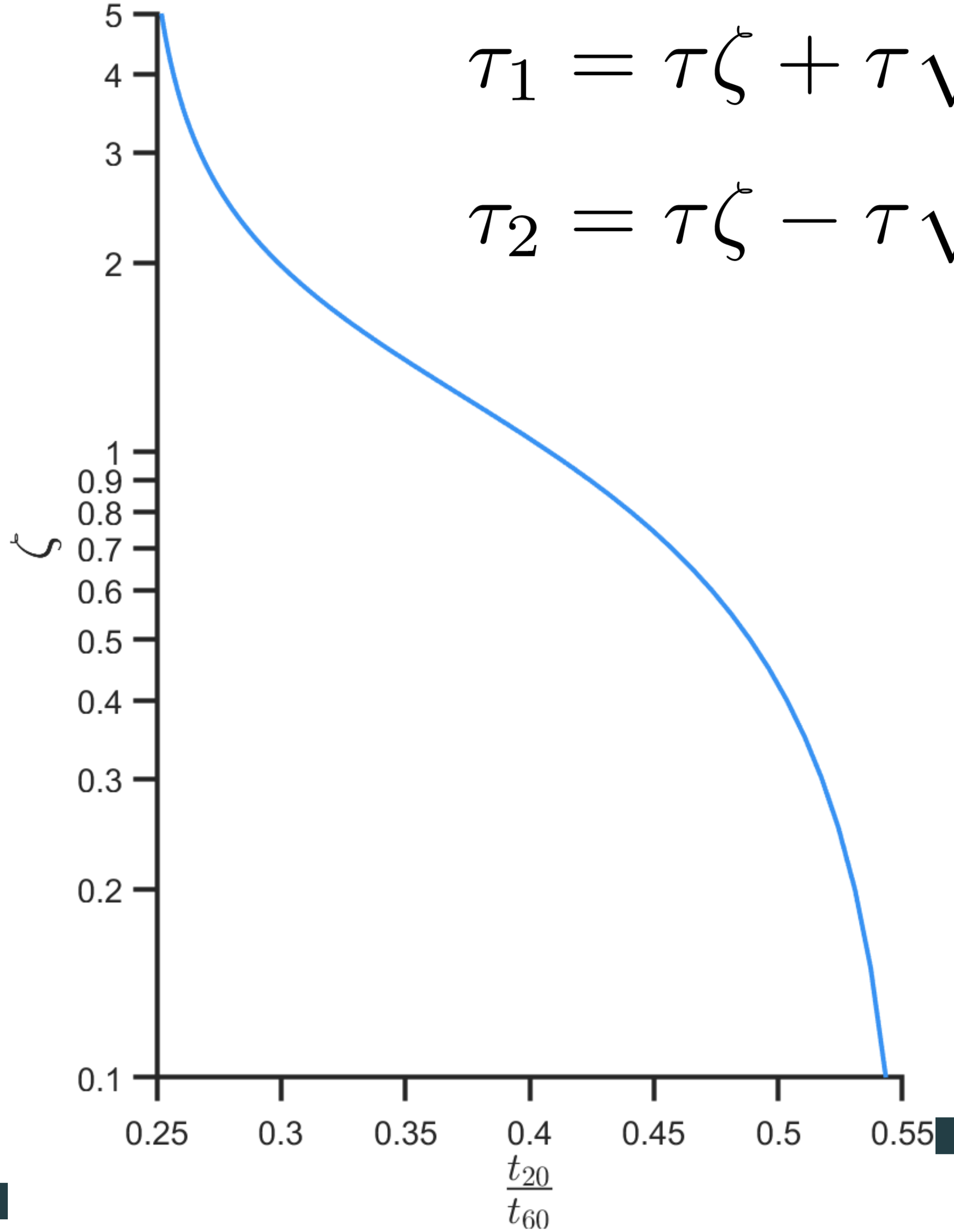


Modelo SOPDT (Smith)



Método de Smith





$$\tau_1 = \tau\zeta + \tau\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$\tau_2 = \tau\zeta - \tau\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Sistema SOPDT con ceros

Para la aproximación a un sistema de segundo orden con tiempo muerto y un cero se establecen las funciones de transferencia

$$G_p(s) = \begin{cases} \dfrac{K(1+as)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1}, & 0 < \zeta < 1 \text{ Modelo I} \\ \\ \dfrac{K(1+as)e^{-\theta s}}{(\tau s + 1)(\eta\tau s + 1)}, & 0 < \eta < 1 \text{ Modelo II} \end{cases}$$

Modelo SOPDT I (adimensional)

El proceso de identificación de los sistemas SOPDT se lleva a cabo en un dominio adimensional y normalizado ($K = 1$)

$$\bar{G}_{\bar{\mathrm{p}}}(s) = \frac{(1+\bar{a}\bar{s})e^{-\bar{\theta}\bar{s}}}{\bar{s}^2 + 2\zeta\bar{s} + 1}$$

$$\bar{s} = \tau s$$

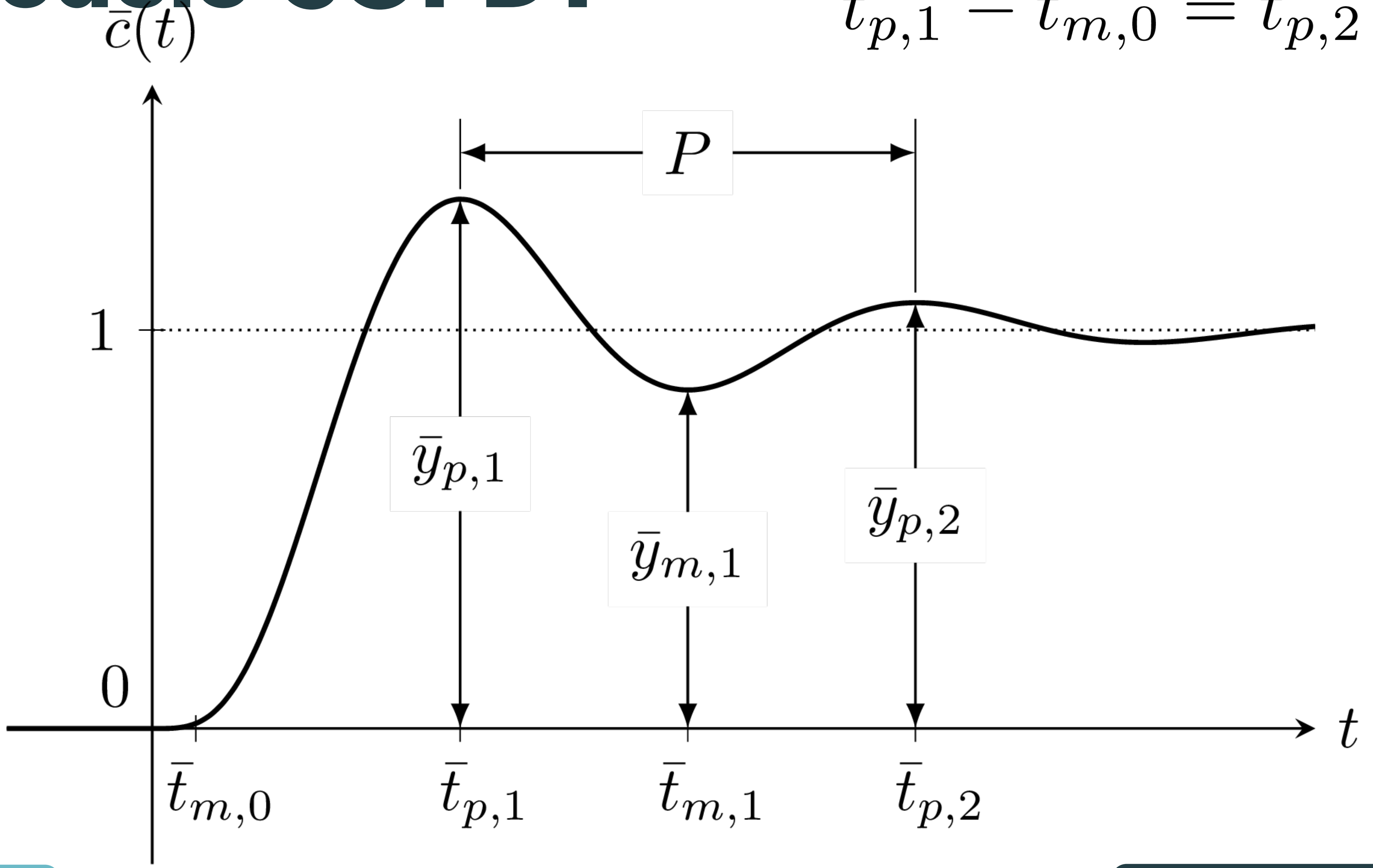
$$\bar{a} = \frac{a}{\tau}$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\tau}$$

$$\bar{C}(s) = \frac{C(s)}{K}$$

Modelo SOPDT

$$t_{p,1} - t_{m,0} = t_{p,2} - t_{m,1} \Rightarrow \bar{a} = 0$$



Paso 1

$$\tau = \frac{P}{\sqrt{4\pi^2 + P^2 x^2}}$$

$$x = \frac{1}{t_{p,1} - t_{p,2}} \ln\left[\frac{\bar{y}_{p,2} - 1}{\bar{y}_{p,1} - 1}\right]$$

Paso 2

$$\zeta = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\ln^2\left(\bar{y}_{p,1} - 1\right)}{\pi^2 + \ln^2\left(\bar{y}_{p,1} - 1\right)}} & \bar{a} = 0 \\ \dfrac{Px}{\sqrt{4\pi^2 + P^2x^2}} & \bar{a} \neq 0 \end{cases}$$

Paso 3

Si $a = 0$

$$\theta = t_{p,1} + \frac{\tau}{\zeta} \ln\left(\bar{y}_{p,1} - 1\right)$$

Si $a \neq 0$

$$\bar{a} = \zeta + \sqrt{\zeta^2 + \left[1 - \left(\frac{\bar{y}_{p,1} - 1}{e^{-\zeta \bar{t}_{p,1}}}\right)^2\right]}$$

$$\theta = t_{p,1} - \frac{P}{2\pi}\left[\pi - \tan^{-1}\frac{\bar{a}\sqrt{1-\zeta^2}}{1-\bar{a}\zeta}\right]$$

Modelo SOPDT II (adimensional)

El proceso de identificación de los sistemas SOPDT se lleva a cabo en un dominio adimensional y normalizado ($K = 1$)

$$\bar{G}_{\bar{\mathrm{p}}}(s) = \frac{(1 + \bar{a}\bar{s})e^{-\bar{\theta}\bar{s}}}{\bar{s}^2 + 2\zeta\bar{s} + 1}$$

$$\bar{s} = \tau s \qquad \bar{\theta} = \frac{\theta}{\tau}$$

$$\bar{a} = \frac{a}{\tau} \qquad \bar{C}(s) = \frac{C(s)}{K}$$