



# Biomecatrónica

Diseño por ubicación de polos

# Polos y ceros de un SLIT



## Polos

Raíces del denominador, *i.e.* los valores de frecuencias complejas que hacen que la ganancia de la función de transferencia sea infinita

## Ceros

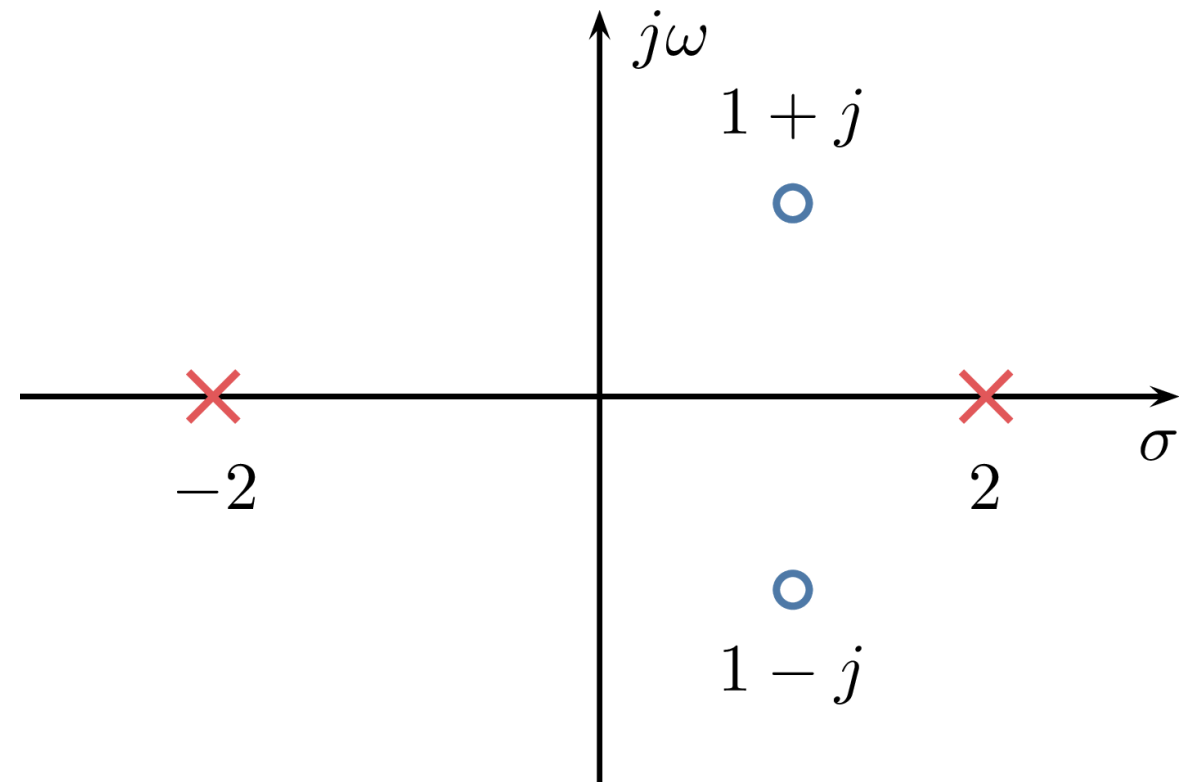
Raíces del numerador, *i.e.* los valores de frecuencias complejas que hacen que la ganancia de la función de transferencia sea cero

# Diagrama de polos y ceros



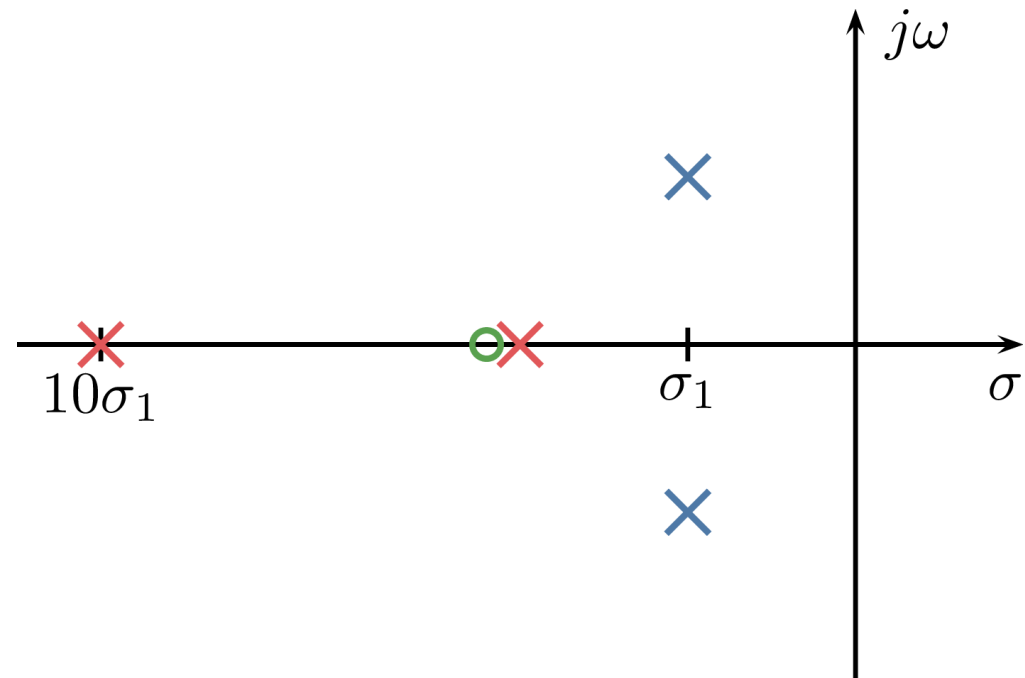
Es la representación gráfica de los polos y ceros del sistema en el plano complejo  $s$

Los ceros se marcan con un pequeño círculo  $\circ$  y los polos con una pequeña cruz  $\times$



# Polos dominantes

Los polos de un sistema que están más próximos al eje imaginario son los que determinan, generalmente, la respuesta transitoria



# **Reducción de orden**

Mediante la ubicación de polos en posiciones no dominantes se puede reducir el orden de un sistema

# Segundo orden



## Sistema original

$$G(s) = \frac{\alpha \cdot \beta}{(s + \alpha)(s + \beta)}$$

$$\beta \gg \alpha$$

## Sistema reducido

$$G(s) \approx \frac{\alpha}{(s + \alpha)}$$

# Tercer orden



## Sistema original

$$G(s) = \frac{\alpha \cdot \omega_n^2}{(s + \alpha)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

## Sistema reducido

$$G(s) \approx \begin{cases} \frac{\alpha}{s + \alpha}, & \alpha \ll \zeta\omega_n \\ \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, & \zeta\omega_n \ll \alpha \end{cases}$$

# Ejemplos



Para los siguientes sistemas, halle el sistema reducido equivalente y compare las respuestas al escalón de ambos.

$$G_1(s) = \frac{10}{s^2 + 13s + 12}$$

$$G_2(s) = \frac{8}{s^2 + 14s + 24}$$

$$G_3(s) = \frac{5}{s^3 + 7.3s^2 + 27.1s + 7.5}$$

$$G_4(s) = \frac{25}{s^3 + 42s^2 + 270s + 875}$$



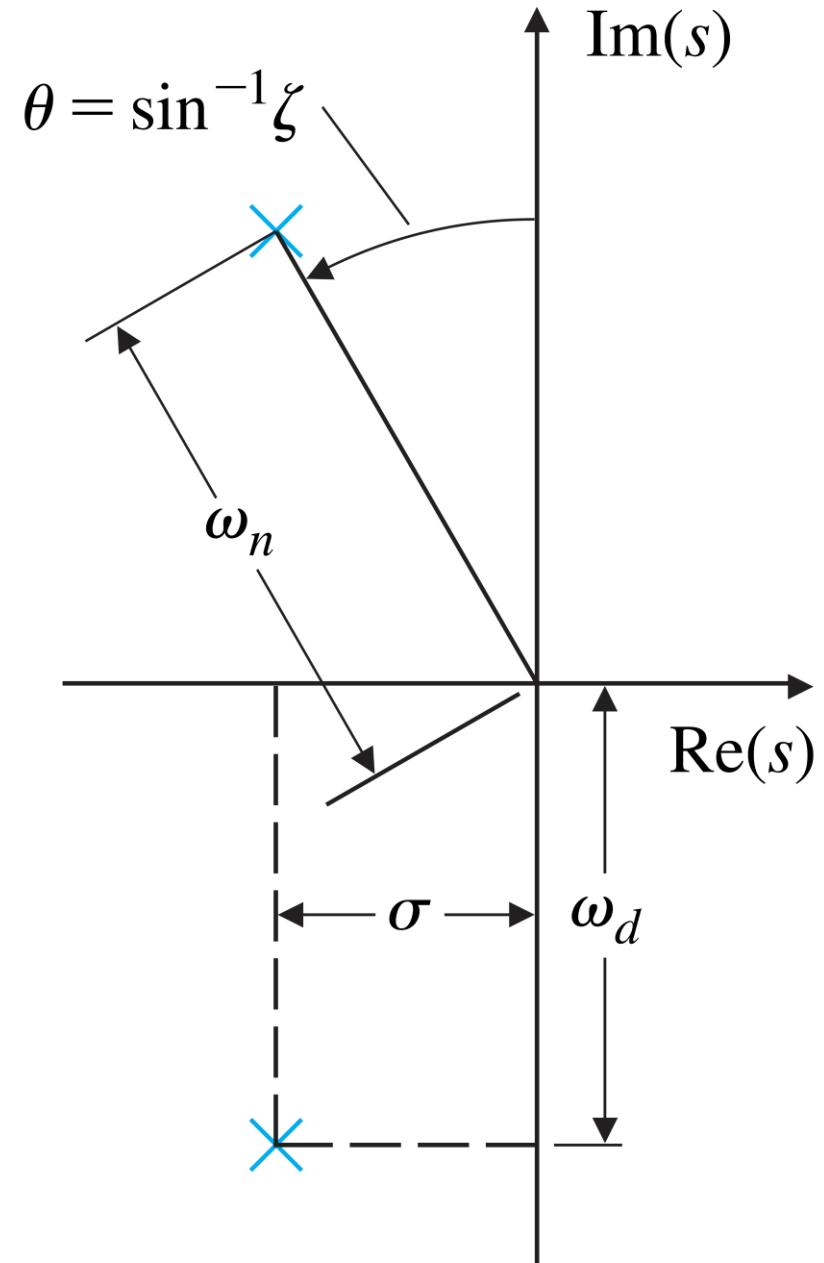
## **Ubicación de polos**

Dadas ciertas especificaciones se puede determinar una función de transferencia de segundo orden que cumpla con esas especificaciones

En caso de tener un sistema de orden mayor, lo que se hace es determinar un par de polos para cumplir con las especificaciones y ubicar el resto de los polos en posiciones no dominantes

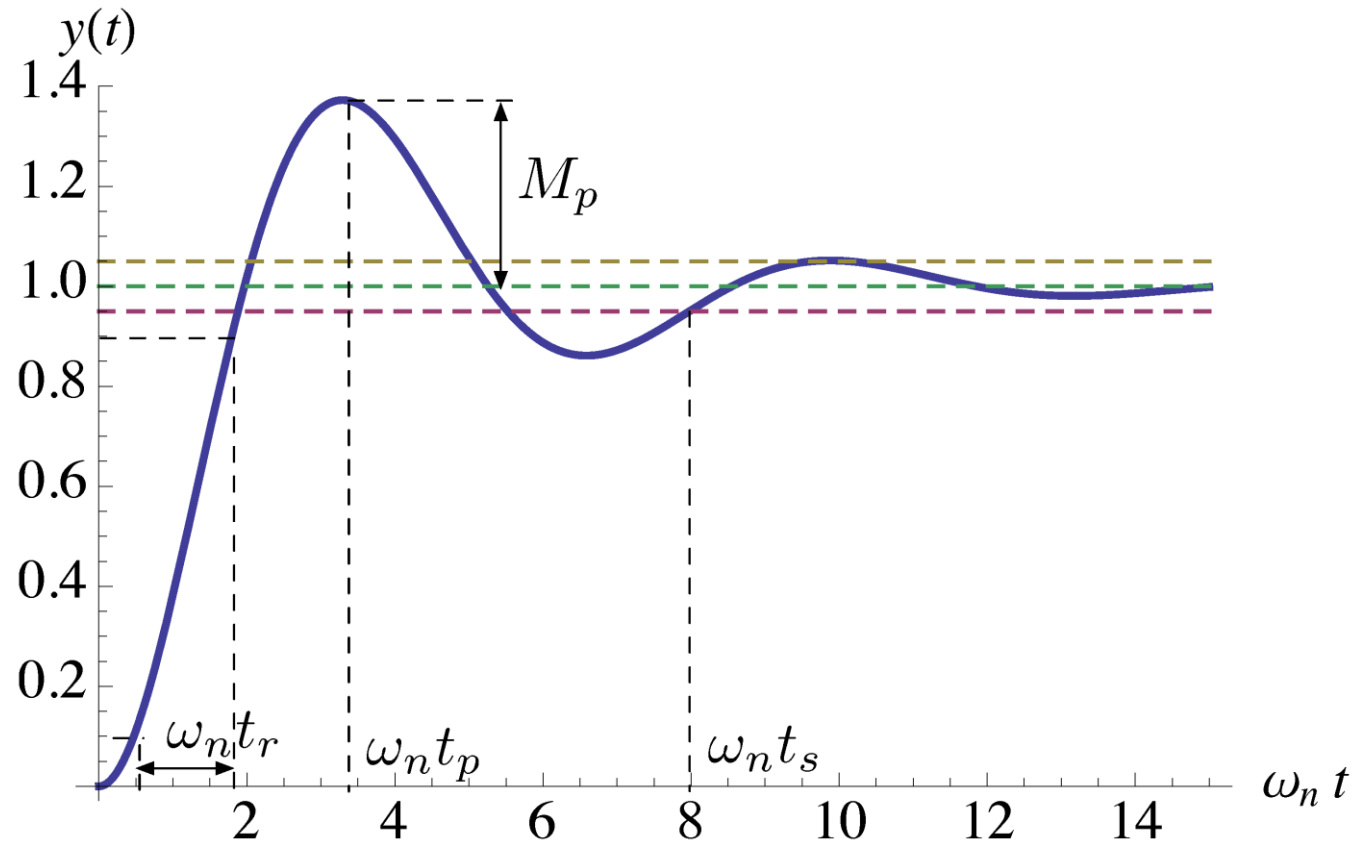
# Recordemos:

## Polos de segundo orden



# Recordemos:

## Especificaciones de la respuesta temporal



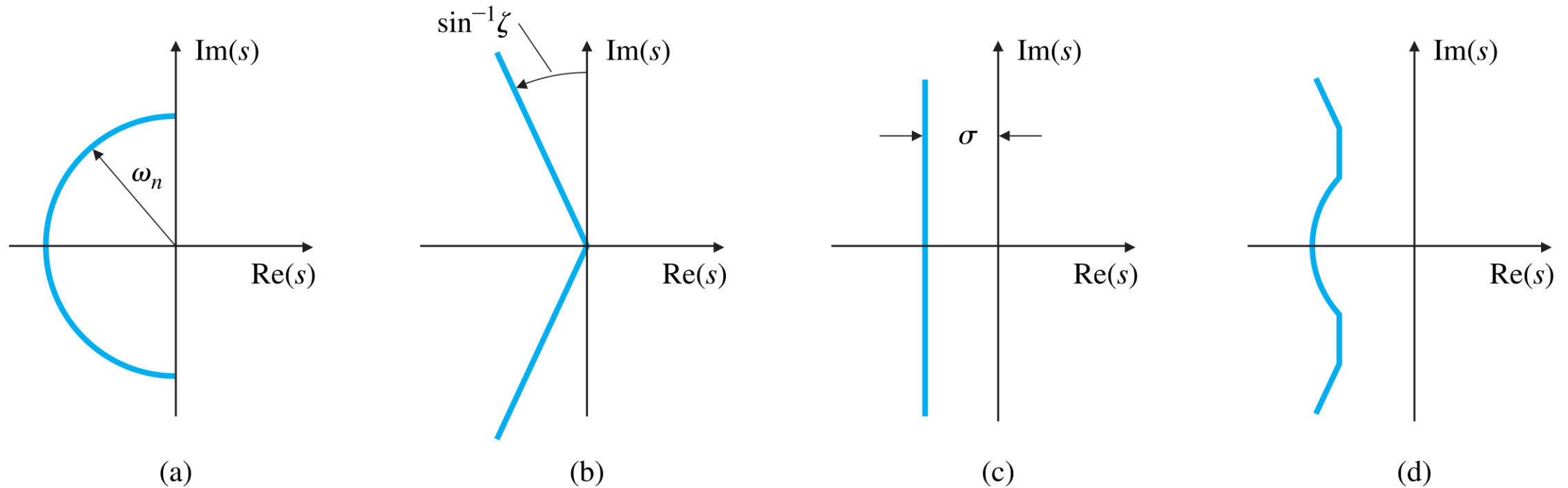
$$t_r \approx \frac{1.8}{\omega_n},$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d},$$

$$M_p = \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right),$$

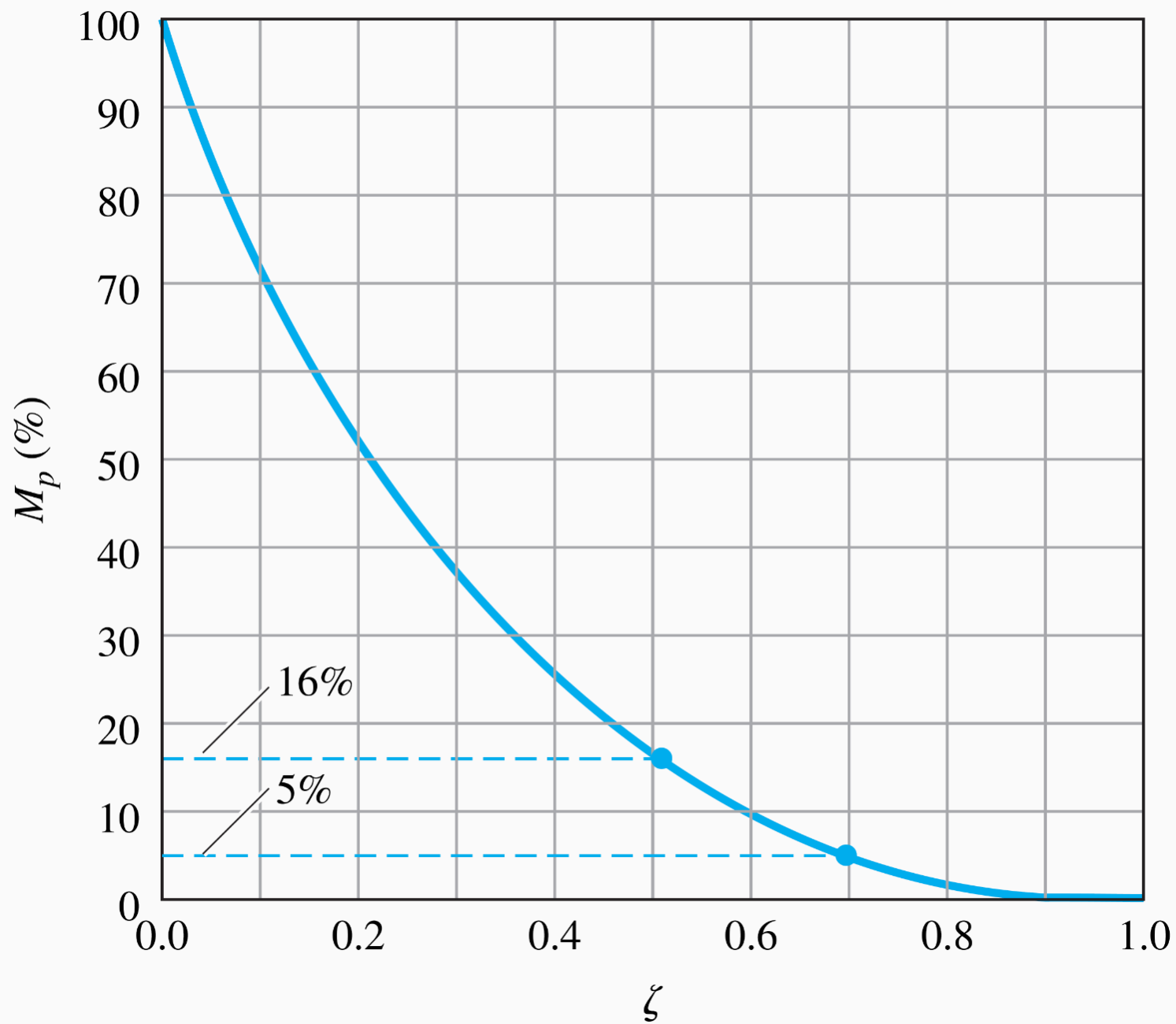
$$t_{s_{p\%}} = \frac{-\ln\left(\frac{p}{100}\right)}{\zeta\omega_n}$$

# Relación polos y especificaciones



**Figure 3.25**

Graphs of regions in the  $s$ -plane delineated by certain transient requirements: (a) rise time; (b) overshoot; (c) settling time; (d) composite of all three requirements



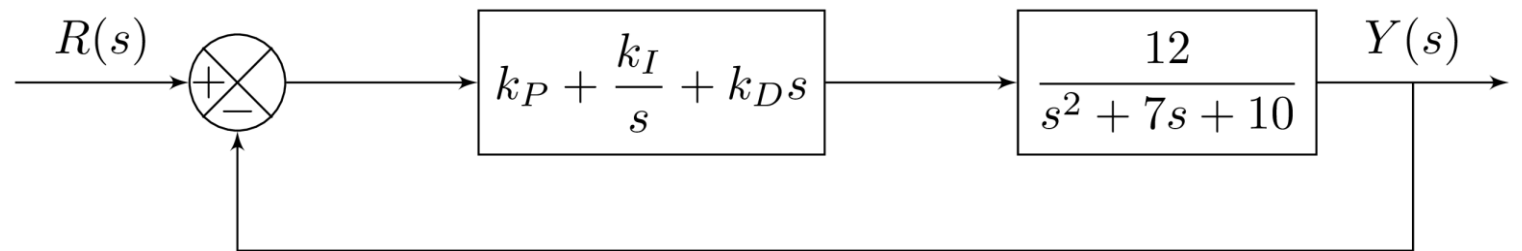
## Ejemplo

Encuentre una función de transferencia de tercer orden que tenga una respuesta al escalón con las siguientes especificaciones:

- $K = 10$
- $M_p < 10\%$
- $t_{s1\%} < 0.5\text{ s}$

## Ejemplo

Diseñe un controlador PID para el sistema mostrado, tal que el sistema se estabilice antes de 1 segundo (2 %), con un sobreimpulso máximo del 20 %, ante una entrada tipo escalón



## Ejemplo

Diseñe un compensador para el sistema mostrado, tal que la respuesta de lazo cerrado ante un escalón tenga tiempo de subida menor a 0.1 s y tiempo de estabilización menor a 1.5 s (5 %)

