Sistemas de orden superior

Biomecatrónica 2025-1

Sistemas con raíces adicionales

Si un sistema tiene ceros o más de dos polos, no podemos usar las fórmulas para calcular las especificaciones de desempeño de la respuesta dinámica

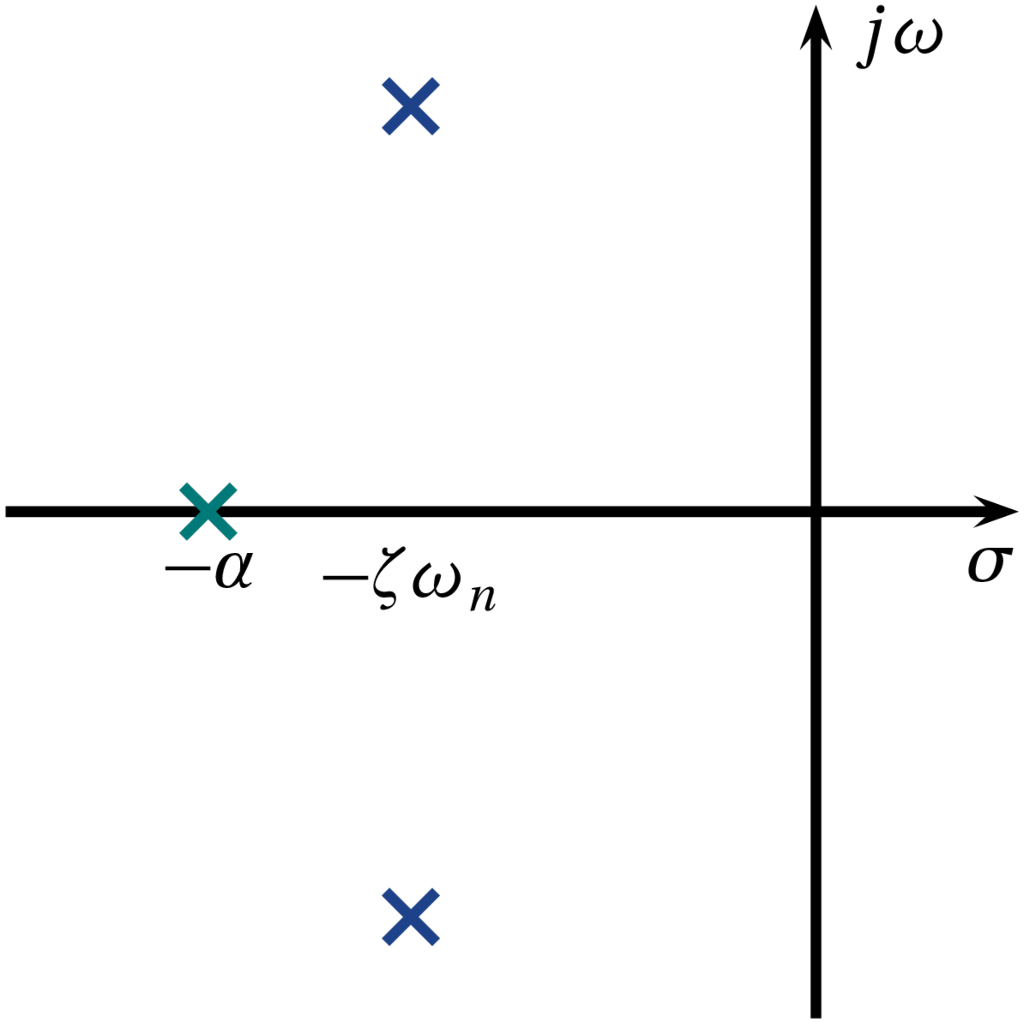
Sin embargo, **bajo ciertas condiciones**, un sistema con más de dos polos o con ceros puede aproximarse a un sistema de segundo orden que tiene sólo dos polos complejos **dominantes**

Sistemas con un polo adicional

Veamos ahora las condiciones que tendrían que existir para aproximar el comportamiento de un sistema con tres polos al de un sistema de segundo orden subamortiguado

$$G(s) = \frac{\alpha\omega_n^2}{(s+\alpha)(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$$

Mapa de polos



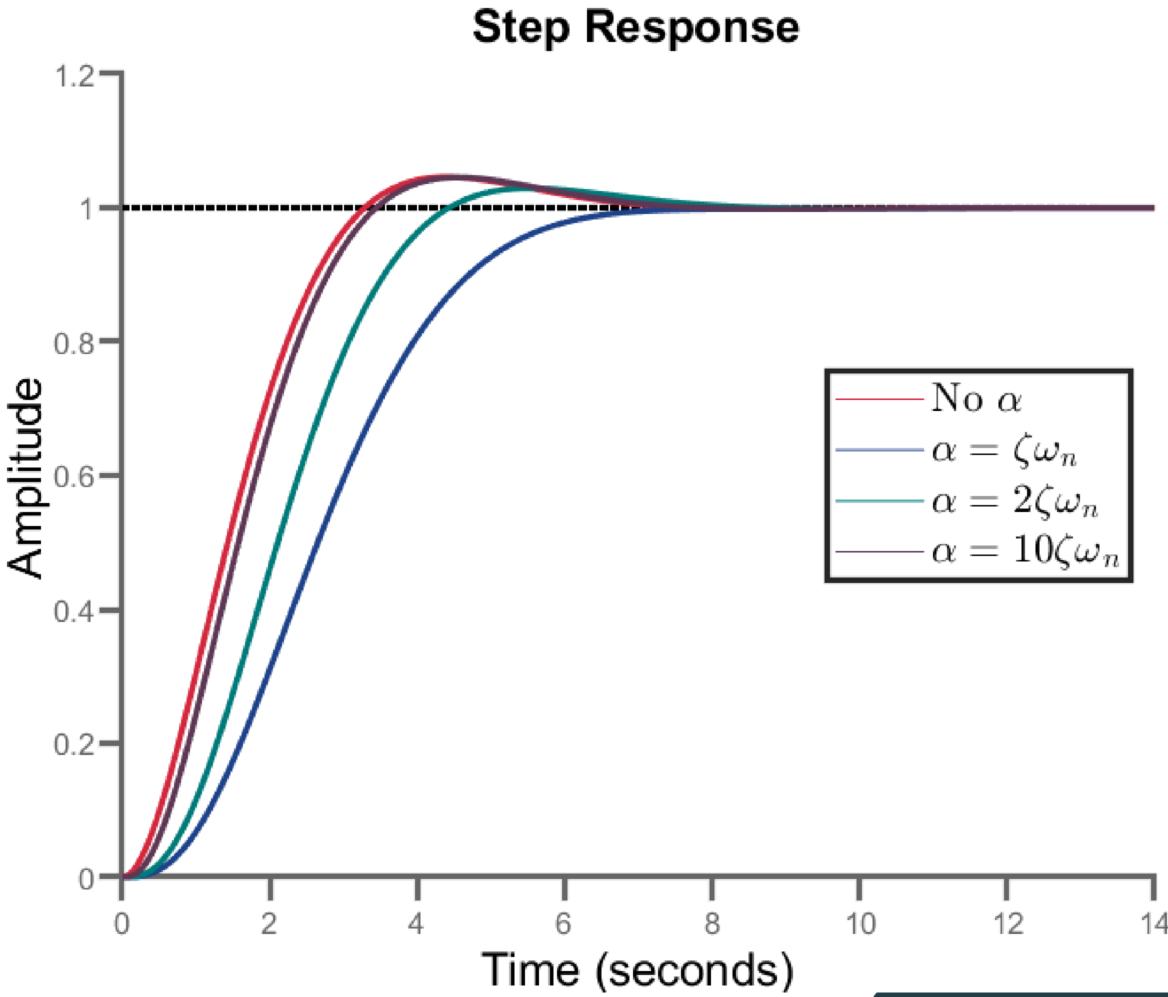
Sistemas con un polo adicional

La respuesta al escalón de este sistema tendrá la forma

$$C(s) = \frac{A}{s} + \frac{B\,(s+\zeta\omega_n) + C\omega_d}{(s+\zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} + \frac{D}{s+\alpha}$$

$$c(t) = Au(t) + e^{-\zeta\omega_n t}\,(B\cos\omega_d t + C\sin\omega_d t) + De^{-\alpha t}$$

Respuesta al escalón



Ejemplo 1

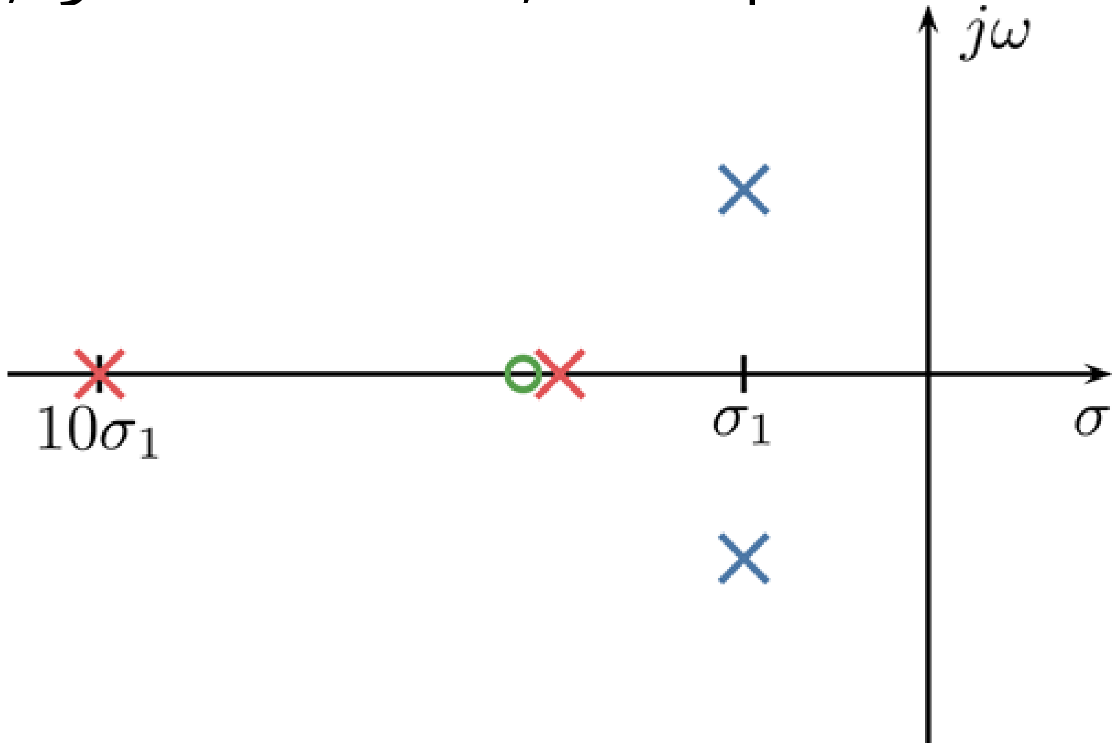
Determine la validez de la aproximación de segundo orden para los siguientes sistemas

$$G_1(s) = \frac{700}{(s+15)\,(s^2+4s+100)}$$

$$G_2(s) = \frac{360}{(s+4)\,(s^2+2s+90)}$$

Polos dominantes

Los polos de un sistema que están más próximos al eje imaginario son los que determinan, generalmente, la respuesta transitoria



Reducción de orden

Mediante la ubicación de polos en posiciones no dominantes se puede reducir el orden de un sistema

Reducción de orden

Sistema original

$$G(s) = \frac{\alpha \cdot \omega_n^2}{(s+\alpha)\left(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2\right)}$$

Sistema reducido

$$G(s) \approx \begin{cases} \dfrac{\alpha}{s+\alpha}, & \alpha \ll \zeta\omega_n \\ \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, & \zeta\omega_n \ll \alpha \end{cases}$$

Ejemplo 2

Para los siguientes sistemas, halle el sistema reducido equivalente y compare las respuestas al escalón de ambos

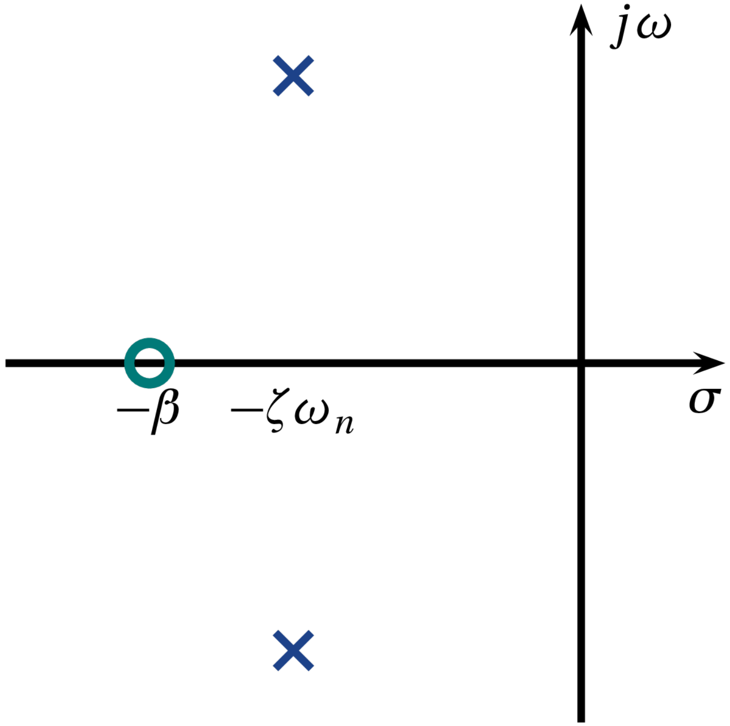
$$G_1(s) = \frac{10}{s^2 + 13s + 12} \qquad G_2(s) = \frac{8}{s^2 + 14s + 24}$$

$$G_3(s) = \frac{5}{s^3 + 7.3s^2 + 27.1s + 7.5} \qquad G_4(s) = \frac{25}{s^3 + 42s^2 + 270s + 875}$$

Sistema con cero

Veamos ahora el efecto que tendría la existencia de un cero sobre el comportamiento de un sistema de segundo orden subamortiguado

$$G(s) = \frac{\omega_n^2\left(\frac{s}{\beta} + 1\right)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



Respuesta a escalón