

Sistemas dinámicos de primer orden

Biomecatrónica 2025-1



Relación ZP con respuesta temporal

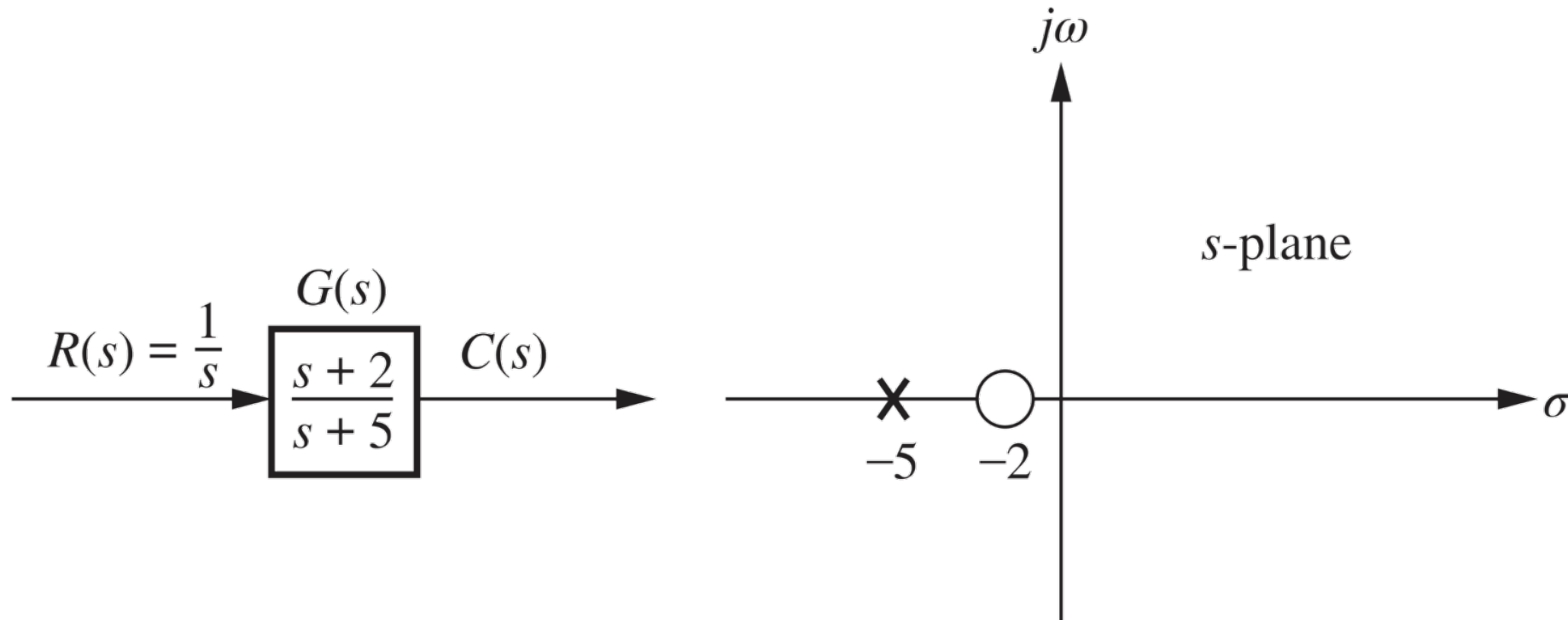
La respuesta de un sistema es la suma de dos respuestas: la respuesta forzada y la respuesta natural

En la mayoría de los casos, solo nos interesa conocer de forma cualitativa cómo responderá el sistema

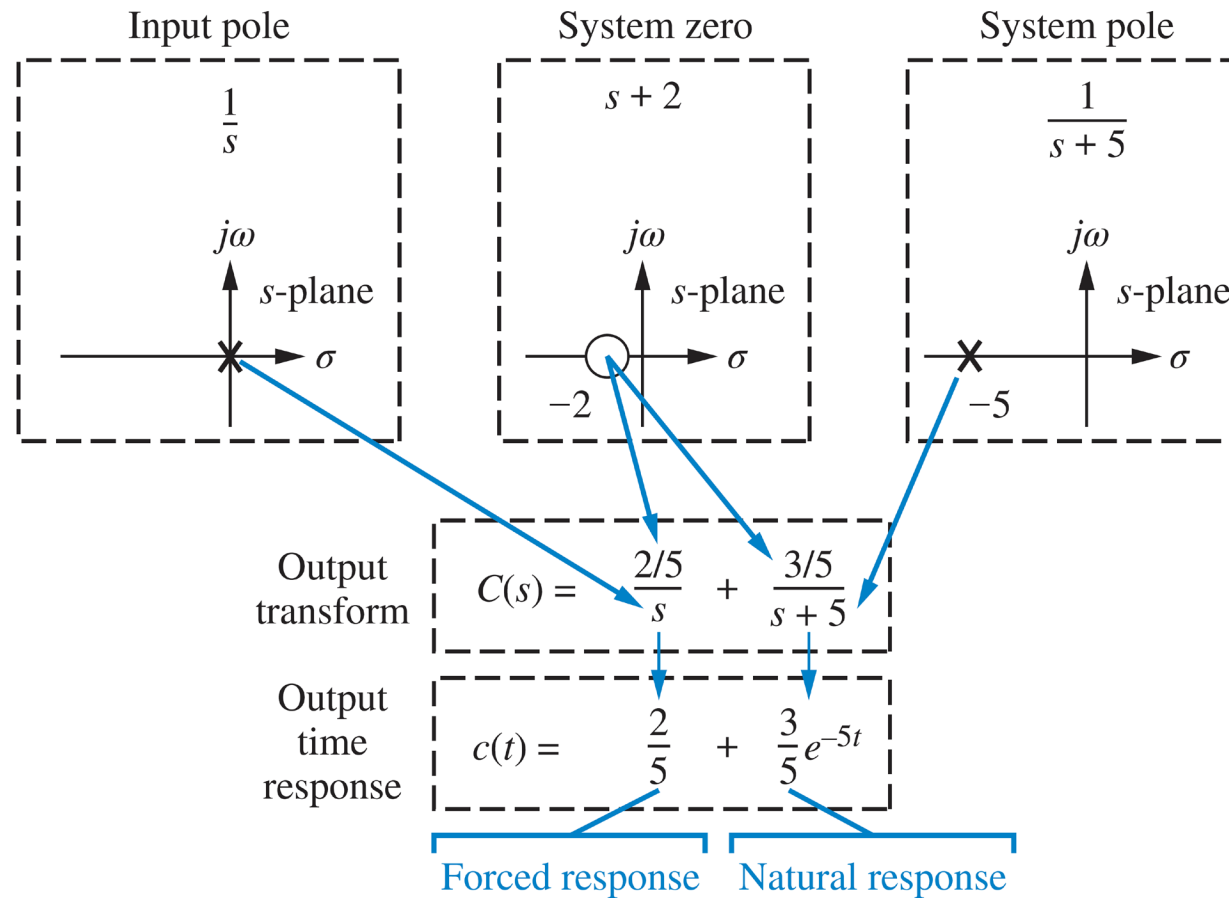
El uso de polos y ceros y su relación con la respuesta temporal de un sistema es una técnica de análisis cualitativo

Mapa de polos y ceros

Consideremos el sistema de primer orden mostrado y su respectivo mapa de polos y ceros

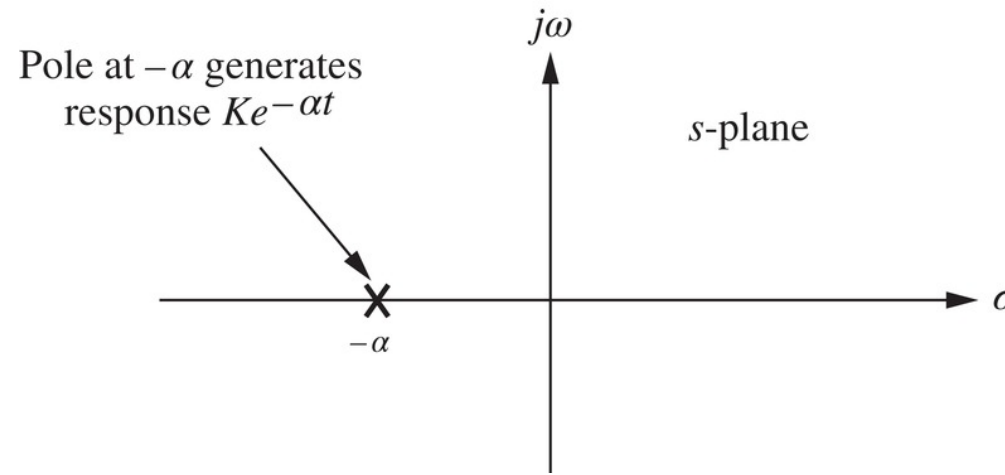


Relación PZ y respuesta temporal



Observaciones

- Un polo de la función de entrada genera la forma de la respuesta forzada
- Un polo de la función de transferencia genera la forma de la respuesta natural (modos naturales del sistema)

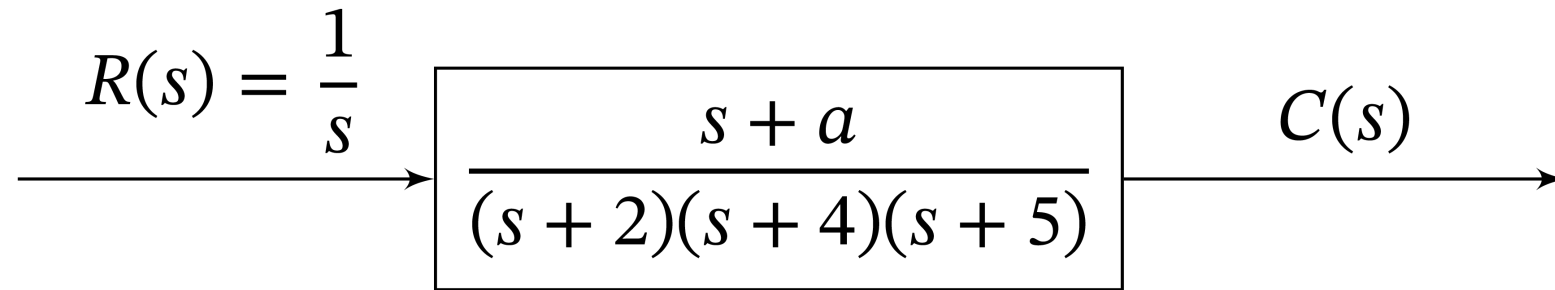


Observaciones

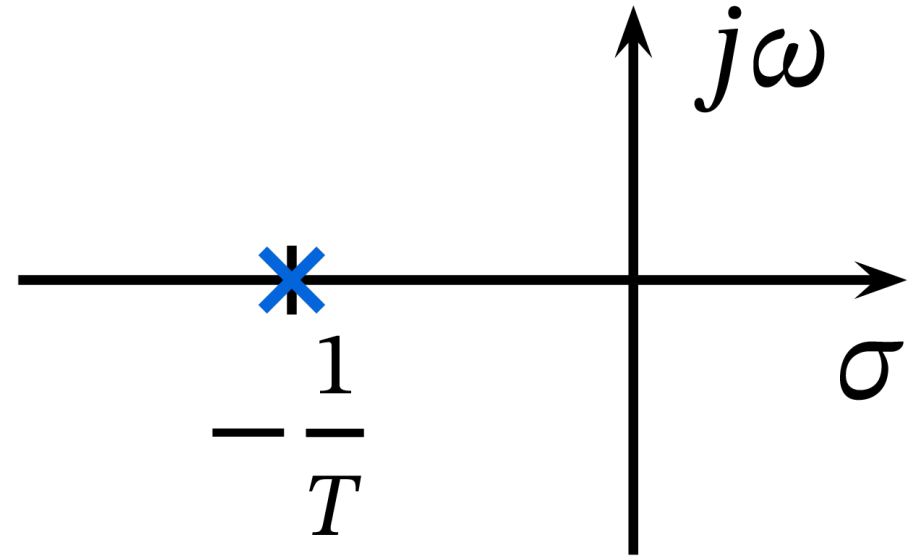
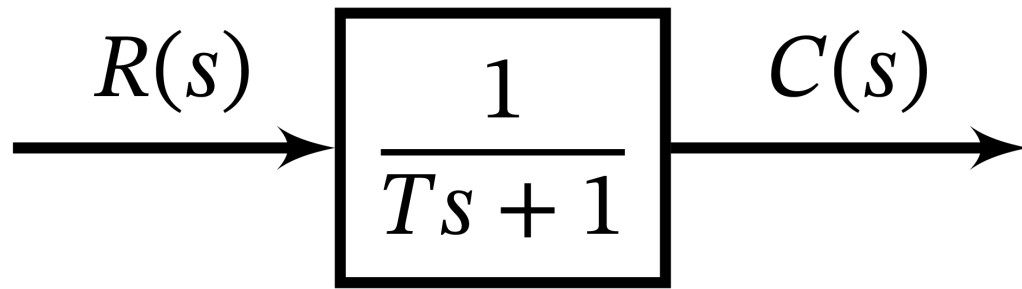
- Un polo en el eje real genera una respuesta exponencial de la forma $e^{\alpha t}$, donde α es la ubicación del polo en el eje real. Por lo tanto, cuanto más a la izquierda se encuentre un polo en el eje real negativo, más rápido decaerá a cero la respuesta transitoria exponencial
- Los ceros modulan las amplitudes tanto para la respuesta forzada como para la natural

Ejemplo 1

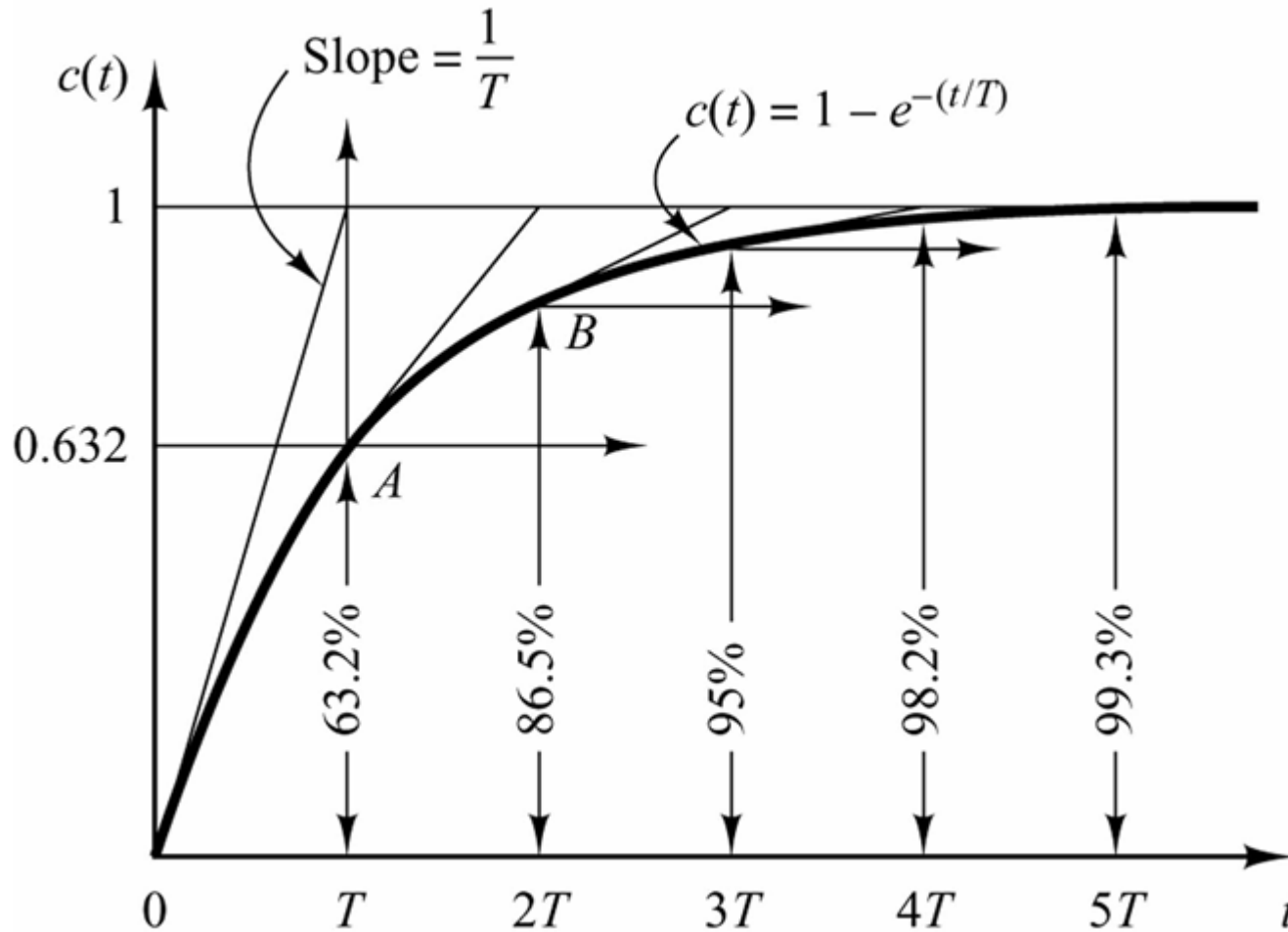
Dado el sistema de la figura, escriba la salida, $c(t)$, en términos de a



Sistema de primer orden sin ceros

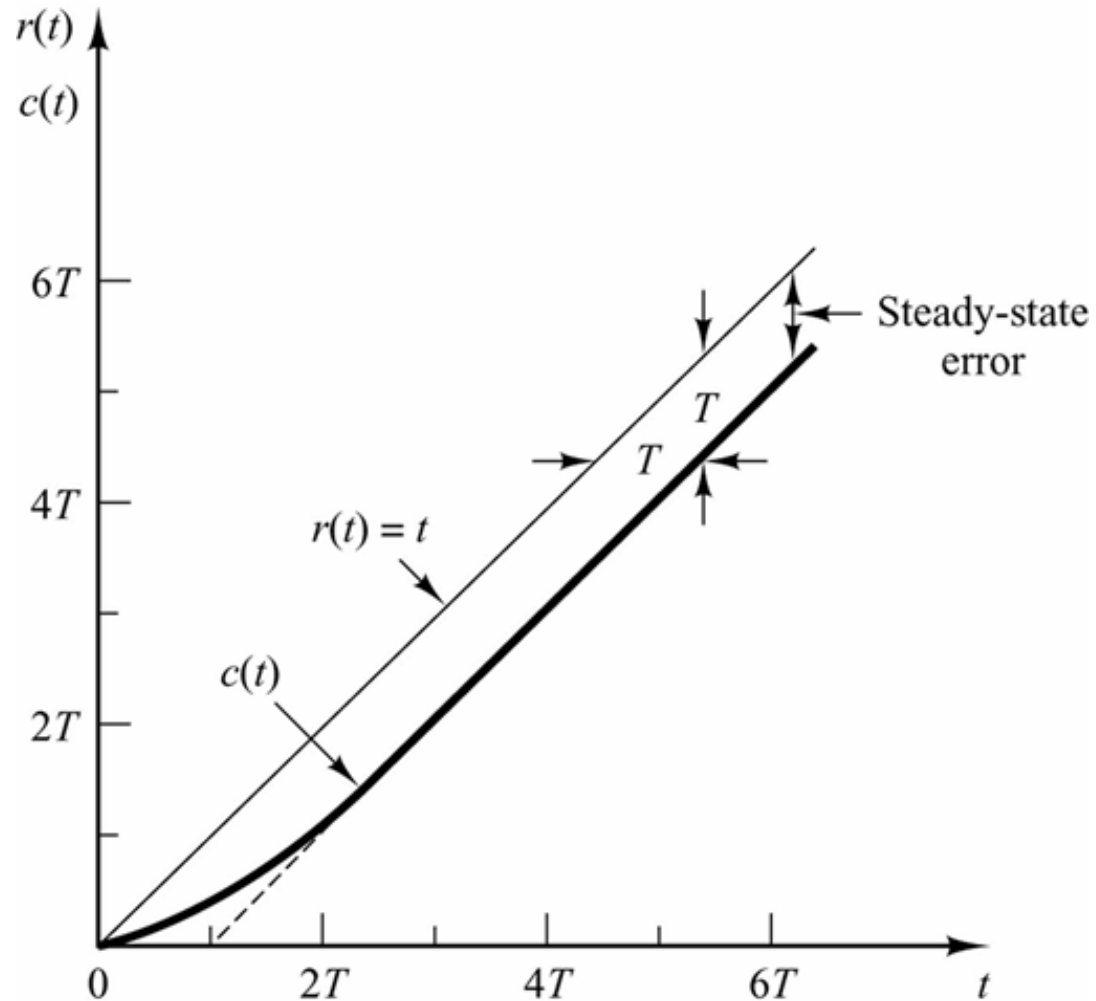


Respuesta al escalón unitario



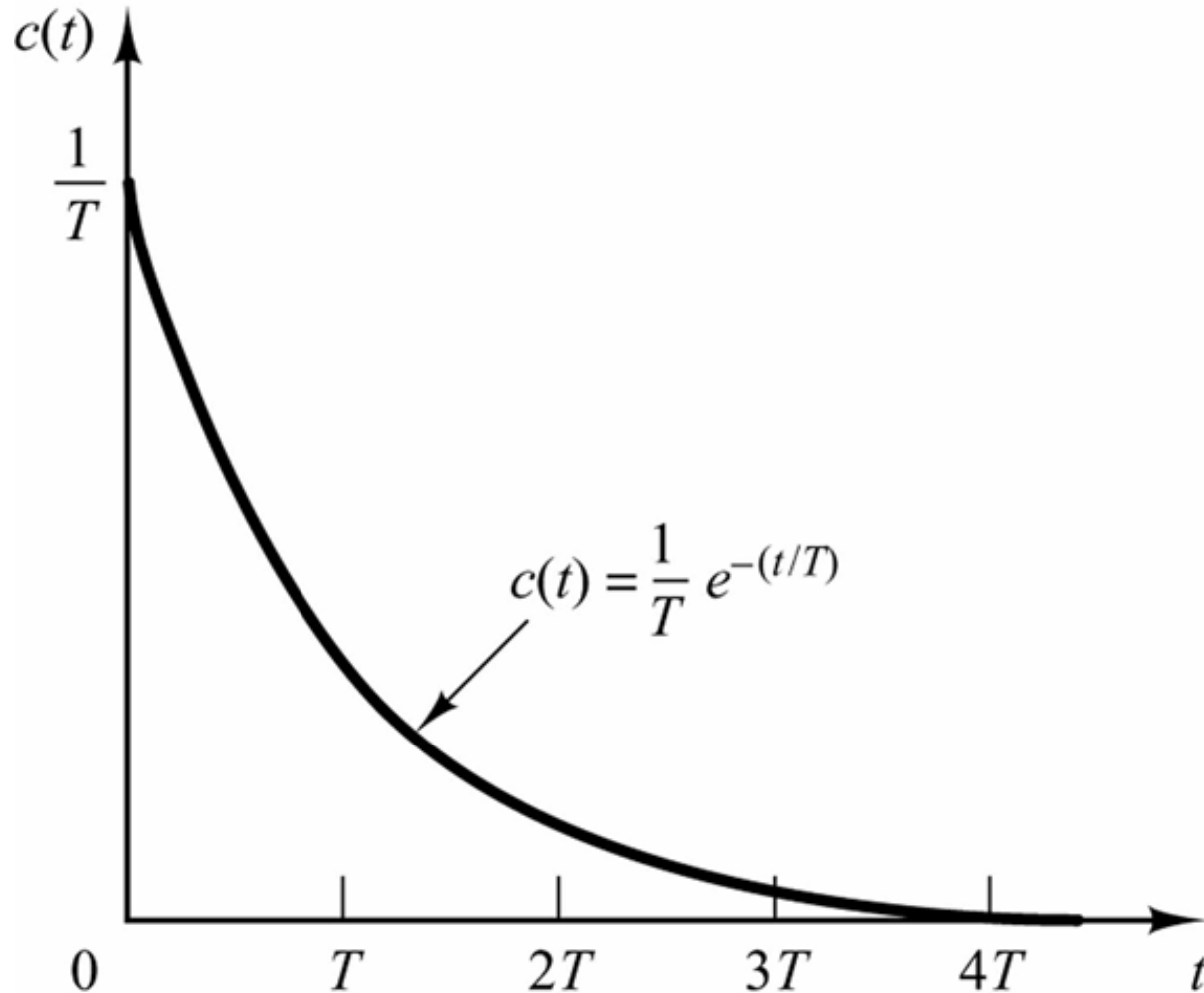
$$c(t) = 1 - e^{-t/T}$$

Respuesta a la rampa unitaria



$$c(t) = t - T + T e^{-t/T}$$

Respuesta al impulso



$$c(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T}$$

Ejemplo 2

Un termómetro requiere de un minuto para alcanzar el 98% del valor final de la respuesta a una entrada escalón. Suponiendo que el termómetro es un sistema de primer orden, encuentre la constante de tiempo.

Si el termómetro se coloca en una incubadora, cuya temperatura cambia en forma lineal a una velocidad de 10°C/min , ¿qué error muestra el termómetro?

Ejemplo 3

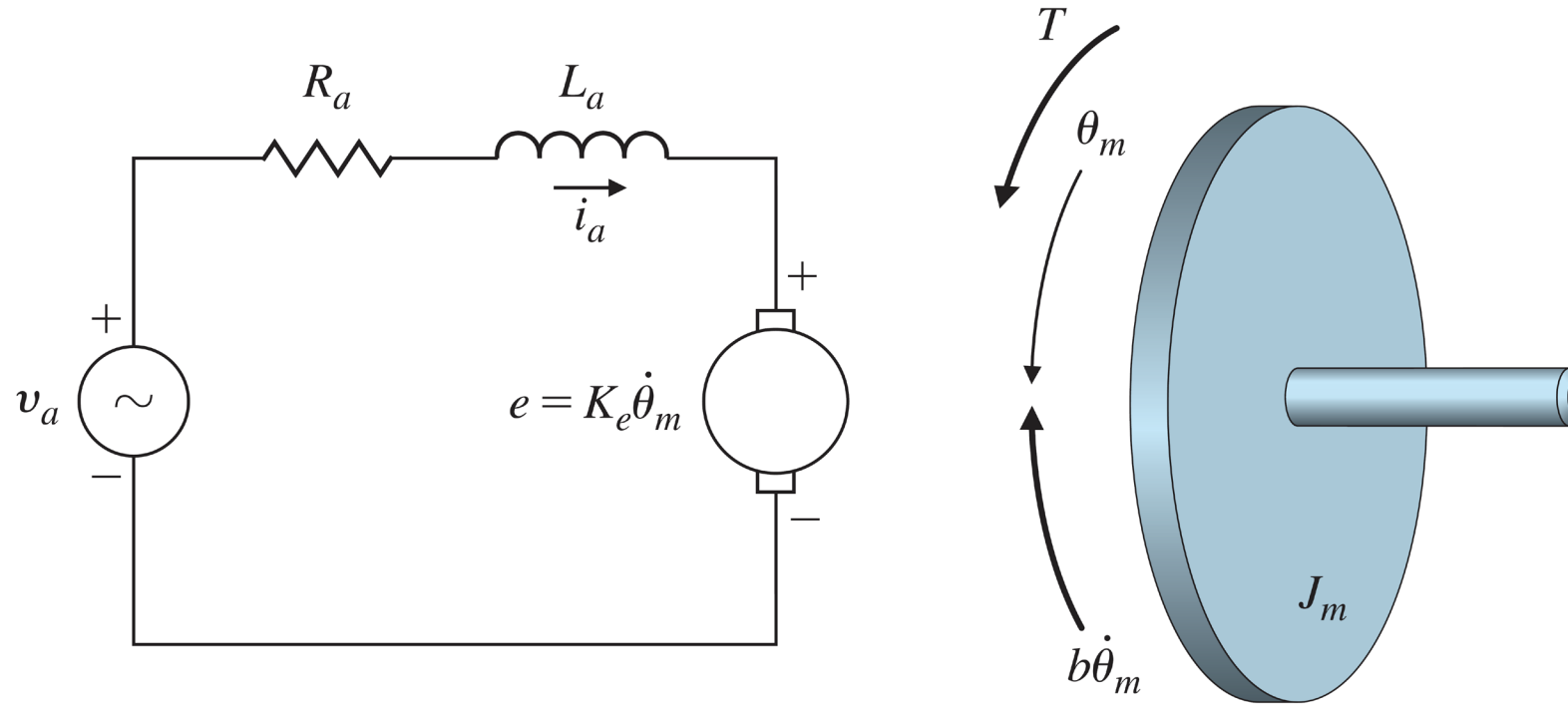
Una carga giratoria está conectada a un motor DC controlado por campo con una inductancia de campo despreciable

Una prueba da como resultado que la carga de salida alcanza una velocidad de 1 rad/s en 0.5 s cuando se aplica una entrada constante de 100 V a los terminales del motor

La velocidad de salida en estado estacionario de la misma prueba es de 2 rad/s

Determine la función de transferencia $H(s) = \frac{\Theta(s)}{V(s)}$ del motor

Motor DC



$$\frac{\Theta_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_t}{s \left[(J_m s + b) (L_a s + R_a) + K_t K_e \right]}$$