

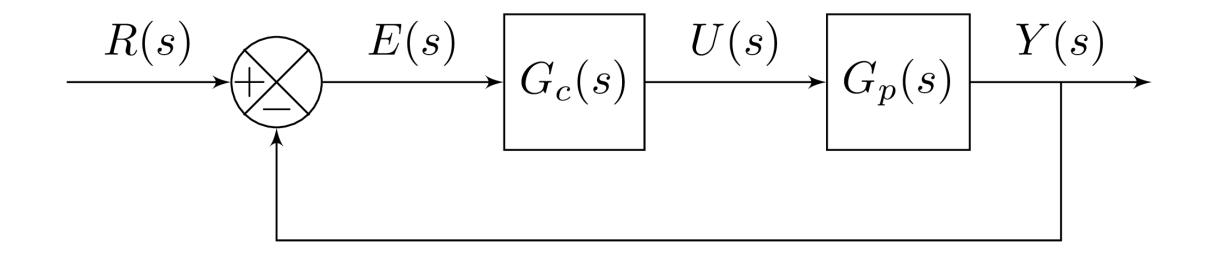
09 - Controlador PID

Biomecatrónica – 2023/II



Estructura simple de control





Controlador PID



El control proporcional-integral-derivativo (PID) es la forma más común de utilizar la retroalimentación en sistemas de ingeniería

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

La forma más común para hallar sus parámetros es usando diferentes métodos de sintonía

Controlador PID



La utilidad de los controles PID estriba en que se aplican en forma casi general a la mayoría de los sistemas de control En particular, cuando el modelo matemático de la planta no se conoce y, por lo tanto, no se pueden emplear métodos de diseño analíticos, es cuando los controles PID resultan más útiles

Control proporcional



Es aquel controlador en el que la señal de control u es proporcional al error de seguimiento e

$$u(t) = K_p e(t)$$

Por tanto, el control no tiene dinámica, y su función de transferencia viene dada por

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Control integral



Es aquel controlador en el que la señal de control u es proporcional a la integral del error de seguimiento e

$$u(t) = K_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau$$

Su objetivo es reducir el error de estado estacionario de seguimiento y de rechazo de perturbaciones, al actuar sobre la historia del error

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

Control derivativo



Es aquel controlador en el que la señal de control u es proporcional a la derivada del error de seguimiento e

$$u(t) = K_d \dot{e}(t)$$

Sus objetivos son mejorar la estabilidad de lazo cerrado, aumentar la velocidad de respuesta y reducir el sobreimpulso

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_d s$$

Sintonía heurística



Se siguen reglas generales para obtener resultados aproximados o cualitativos

La mayoría de controladores PID del mundo están sintonizados con estos métodos

El método de prueba y error es un ejemplo de sintonía heurística

Efecto sobre la dinámica



El efecto de los parámetros del controlador sobre la dinámica del sistema se puede resumir con la siguiente tabla

| | t_r | M_p | t_s | e_{ss} |
|-------|-------------|---------|-------------|-------------|
| K_p | Reduce | Aumenta | Poco efecto | Reduce |
| K_i | Reduce | Aumenta | Aumenta | Elimina |
| K_d | Poco efecto | Reduce | Reduce | Poco efecto |

Sintonía basada en reglas

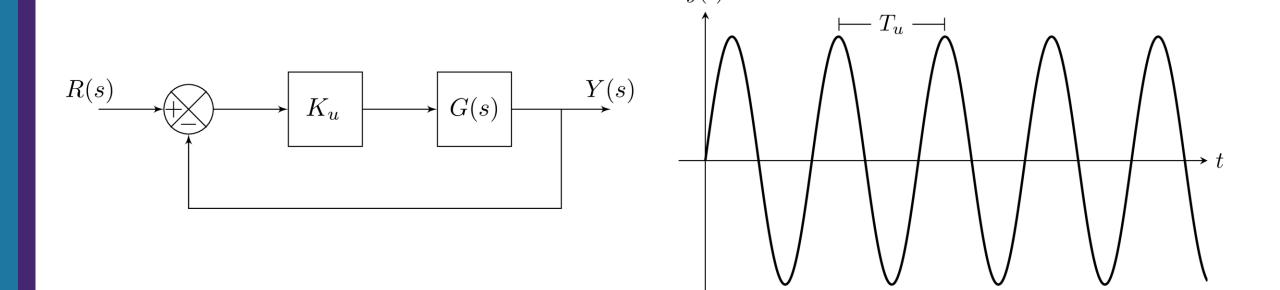


Se supone una determinada respuesta del proceso para obtener fórmulas matemáticas sencillas que permitan el ajuste de un controlador PID

Las características del proceso se pueden derivar de experimentos simples y se utilizan para calcular los parámetros PID

Método ZN Lazo cerrado





Valores de las constantes



$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

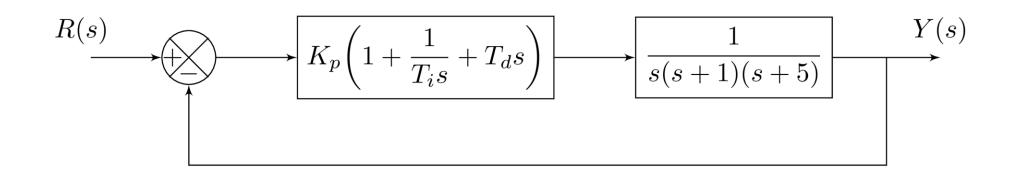
| Tipo de control | K_p | T_i | T_d | K_i | K_d |
|-----------------|----------------------|-------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| Р | $0.5K_u$ | _ | _ | _ | _ |
| PI | $0.45K_u$ | $0.80T_{u}$ | _ | $0.54K_u/T_u$ | _ |
| PD | $0.8K_u$ | _ | $0.125T_{u}$ | _ | $0.10K_uT_u$ |
| PID clásico | $0.6K_u$ | $0.5T_u$ | $0.125T_u$ | $1.2K_u/T_u$ | $0.075K_uT_u$ |
| Regla de Pessen | $0.7K_u$ | $0.4T_u$ | $0.15T_u$ | $1.75K_u/T_u$ | $0.105K_uT_u$ |
| Bajo M_p | $0.3\overline{3}K_u$ | $0.50T_u$ | $0.3\overline{3}T_u$ | $0.6\overline{6}K_u/T_u$ | $0.1\overline{1}K_uT_u$ |
| No M_p | $0.20K_u$ | $0.50T_u$ | $0.3\overline{3}T_u$ | $0.40K_u/T_u$ | $0.06\overline{6}K_uT_u$ |

Ejemplo



Use el método de Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador PID clásico para el sistema mostrado en la figura

- o obtenga la curva de respuesta ante el escalón unitario y compruebe si el sistema diseñado presenta un sobreimpulso de aproximadamente el 25%
- si el sobreimpulso es excesivo (40% o más), haga una sintonía fina para reducirlo al 25% o menos.



Problemas de implementación



El controlador PID sintonizado mediante el segundo método de las reglas de Ziegler-Nichols produce la función de transferencia

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$$= 0.6 K_u \left(1 + \frac{1}{0.5 T_u s} + 0.125 T_u s \right)$$

$$= 0.075 K_u T_u \frac{\left(s + \frac{4}{T_u} \right)^2}{s}$$

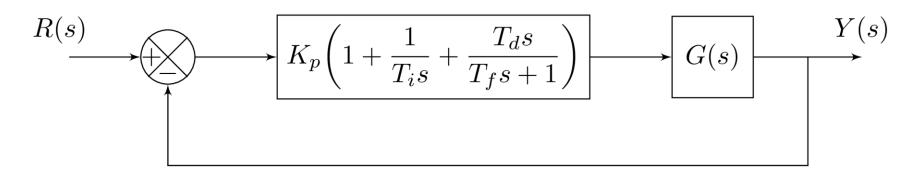
Por tanto, el controlador PID tiene un polo y un cero doble, lo que configura un sistema impropio

Además, la acción derivativa puede generar inestabilidad a altas frecuencias

Filtro derivativo



Una primera solución al problema de implementación es realizar un filtrado pasabajas de la derivada con un filtro de primer orden con ganancia unitaria y constante de tiempo $T_{\it f}$

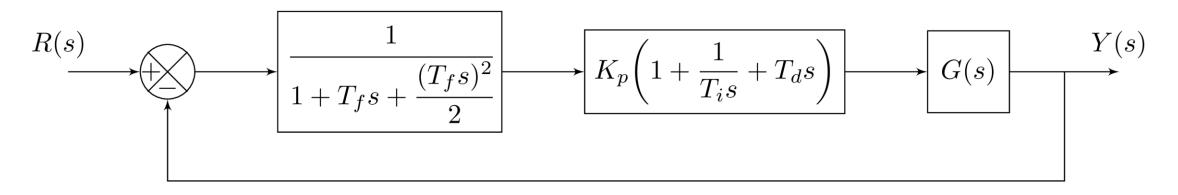


$$T_f = \frac{T_d}{N}, N \in [5, 20]$$

Prefiltro de segundo orden



Otra solución práctica consiste en filtrar la señal de error con filtros pasabajas, el caso más común es mediante filtrado de segundo orden



$$T_f = \frac{T_d}{N}, N \in [5, 20]$$

Ejemplo



Simular la respuesta del sistema del ejemplo anterior, partiendo del PID ideal inicialmente sintonizado y aplicando los dos tipos de filtrados vistos