Acciones de control Error de estado estacionario

Biomecatrónica 2025-1

Controlador PID

- El PID es uno de los controladores más utilizados en la industria
- Su simplicidad y efectividad lo hacen ideal para una gran variedad de sistemas
- El control integral y derivativo no son solo términos técnicos, son herramientas poderosas que nos permiten moldear el comportamiento de los sistemas a nuestro favor
  - La acción integral corrige errores acumulados, asegurando precisión a largo plazo
  - La acción derivativa anticipa cambios, aportando estabilidad y rapidez

El principio de la realimentación

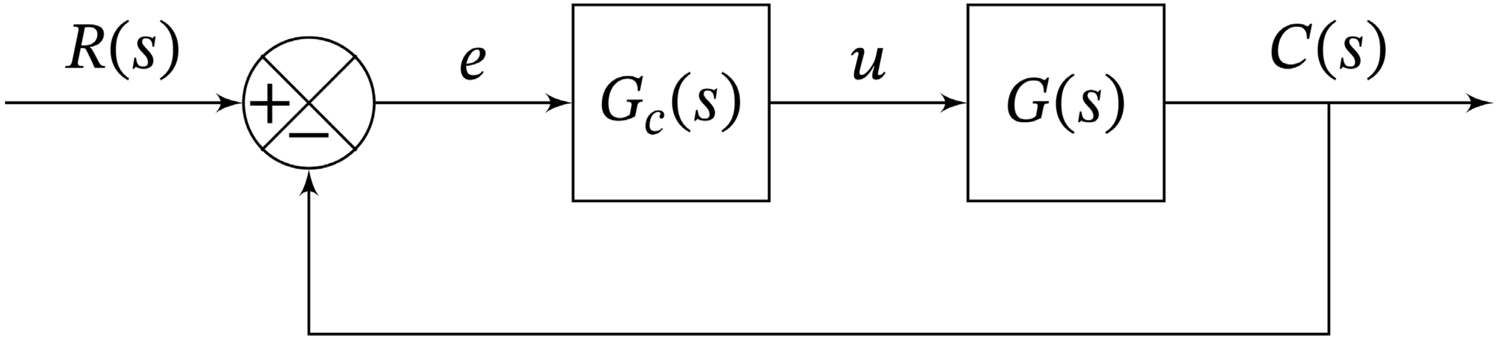
La idea de la realimentación es engañosamente simple y, sin embargo, extremadamente poderosa y puede expresarse de la siguiente manera:

Aumentar la variable manipulada cuando la variable del proceso sea menor que el punto de ajuste y disminuirla cuando la variable del proceso sea mayor que el punto de ajuste

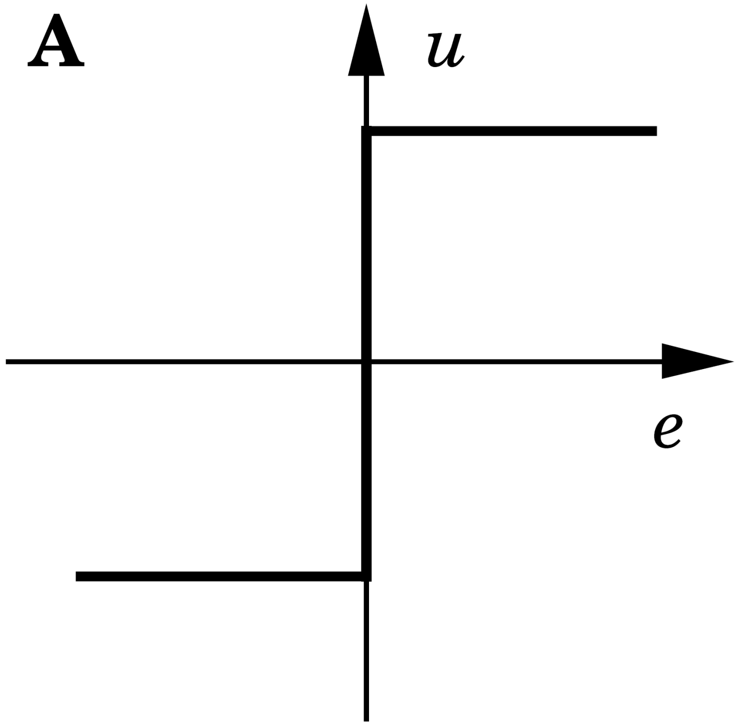
Control *On–Off*

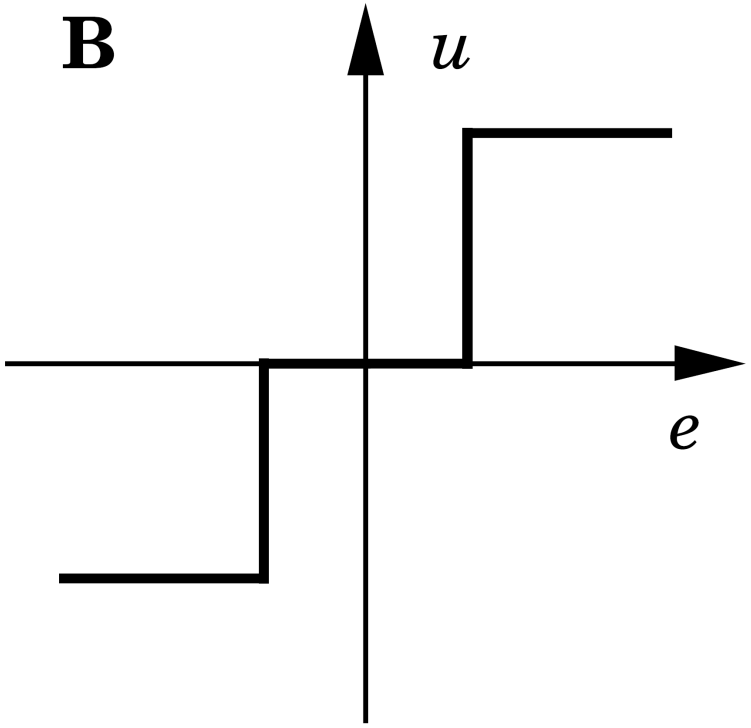
La realimentación puede organizarse de muchas maneras diferentes. Un mecanismo de retroalimentación simple puede describirse matemáticamente de la siguiente manera:

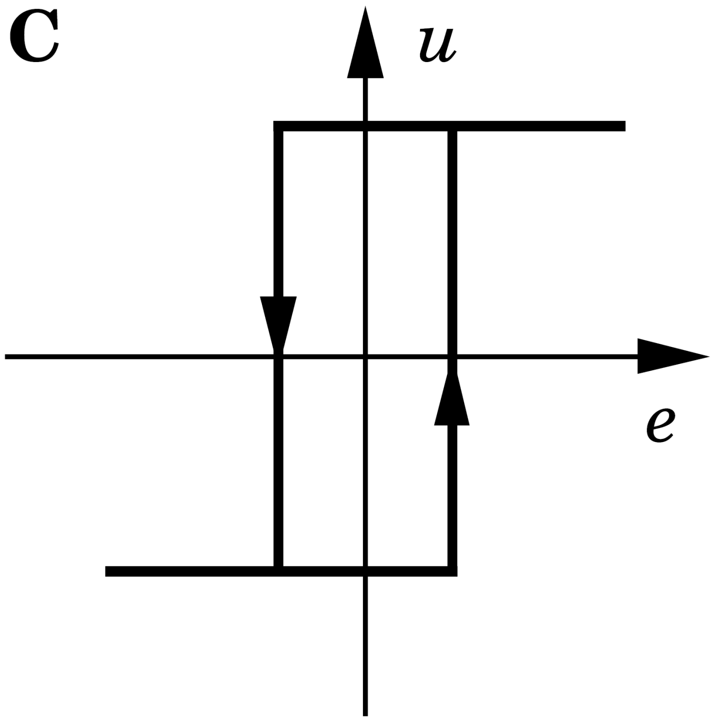
$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{si } e > 0 \\ u_{min} & \text{si } e < 0 \end{cases}$$



Variantes *On–Off*



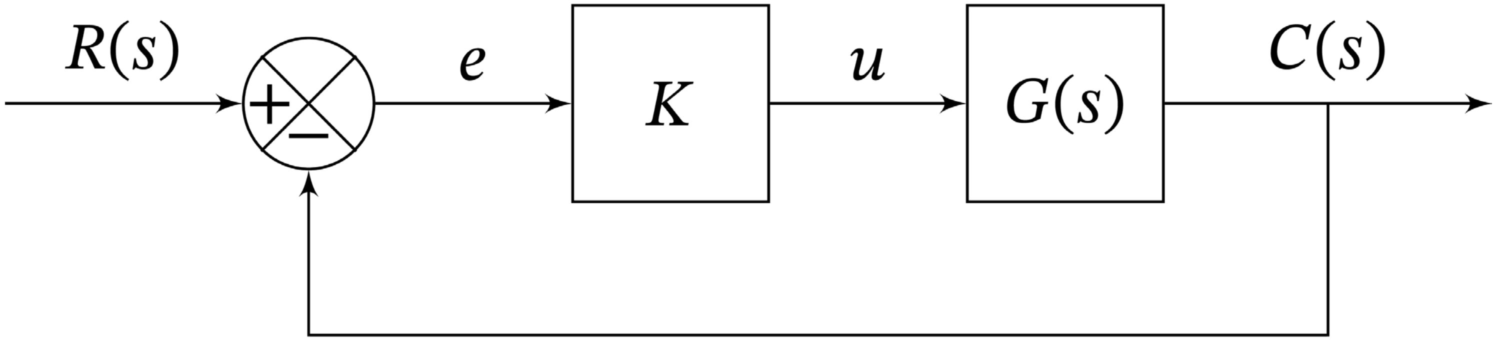




Control proporcional

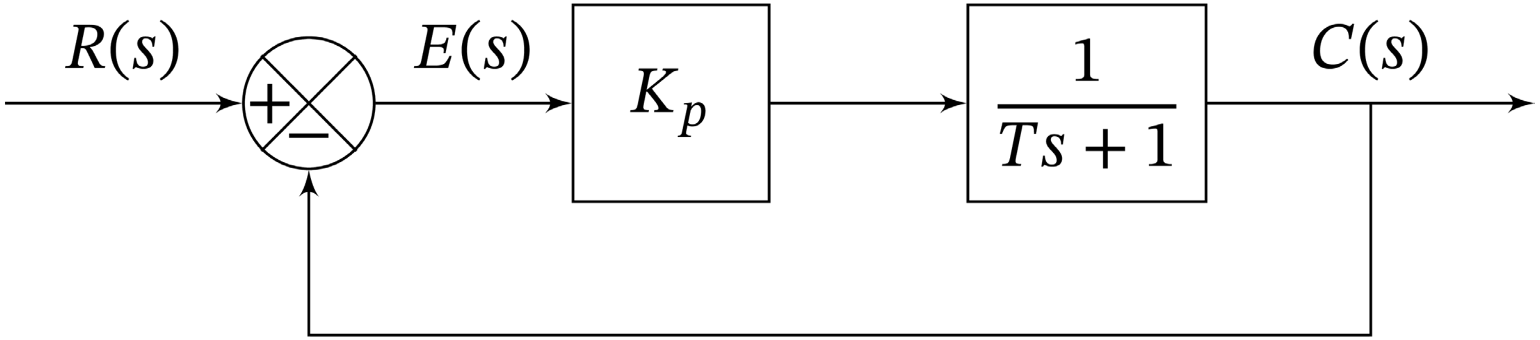
La razón por la que el control *On–Off* suele generar oscilaciones es que el sistema reacciona de forma exagerada

Este efecto se evita en el control proporcional, donde la característica del controlador es proporcional al error de control para **errores pequeños**



Respuesta en estado estacionario

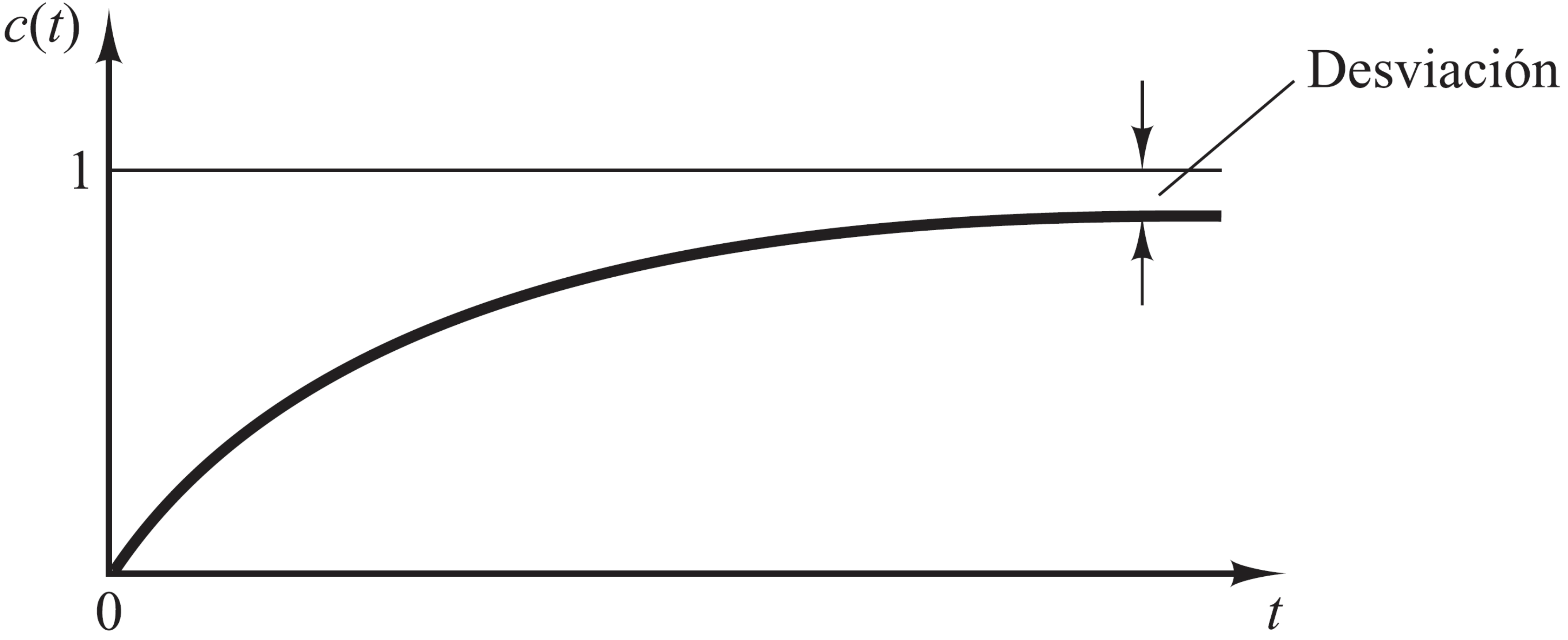
Partiendo del sistema de primer orden mostrado



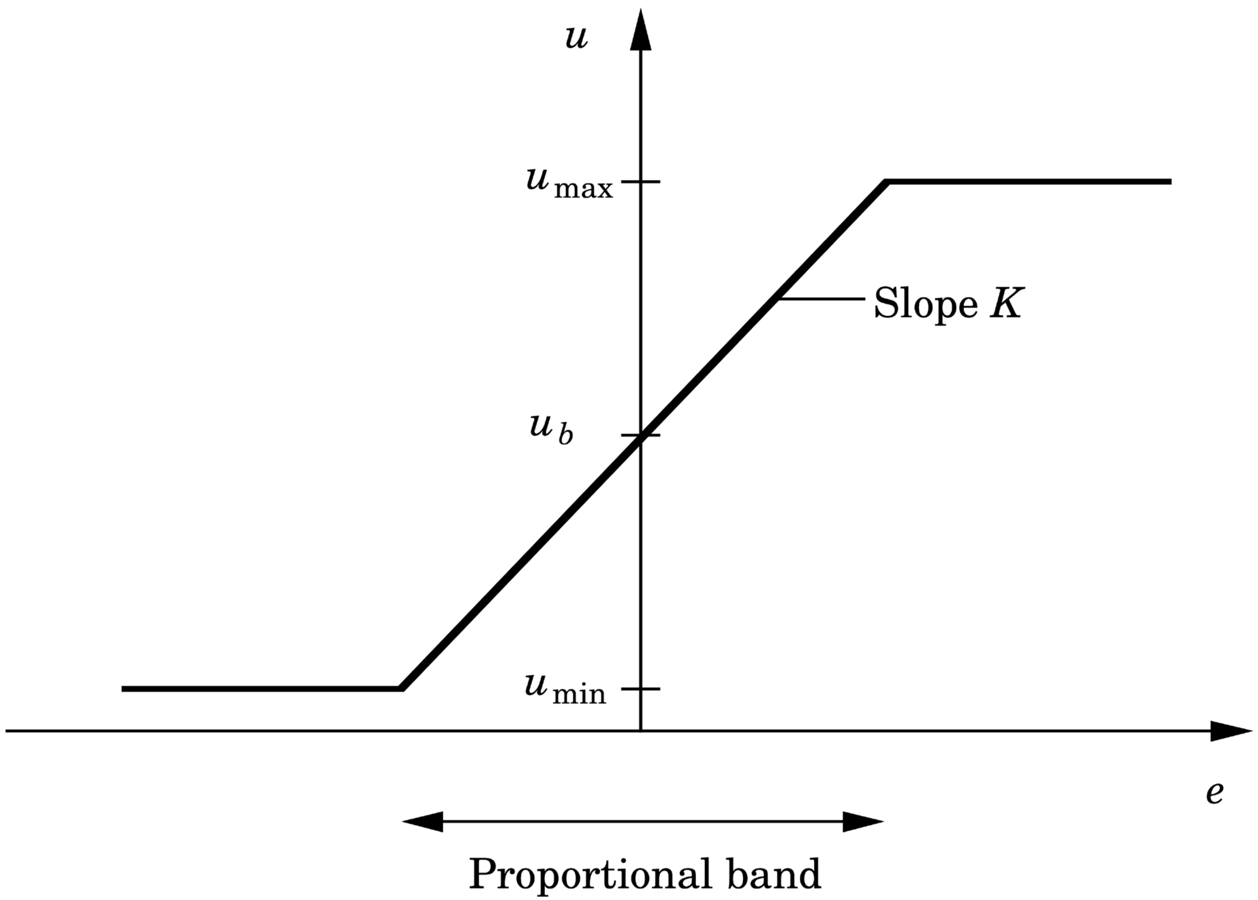
se puede demostrar que el sistema controlado tiene un error en estado estacionario

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$$

Respuesta en estado estacionario



Control proporcional real

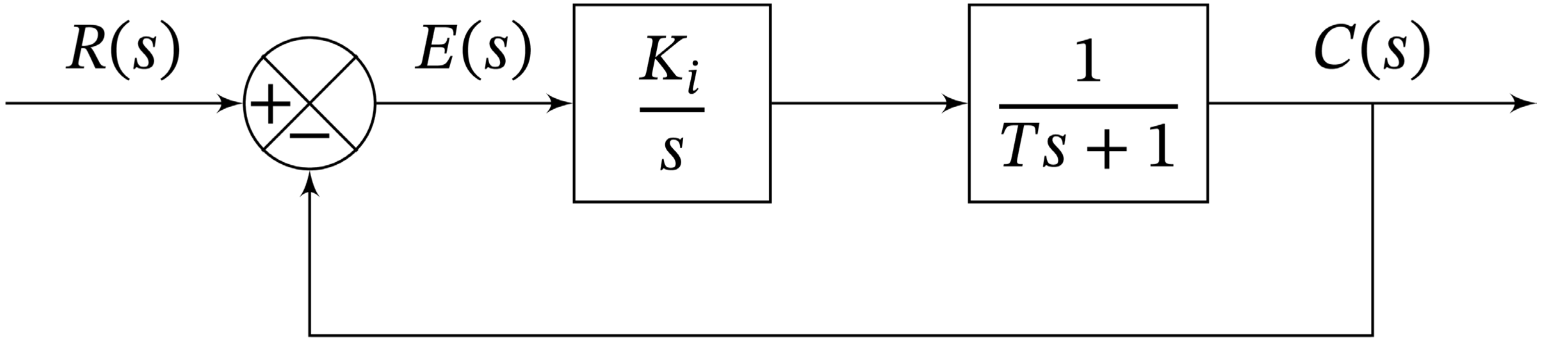


$$KP_b = \underbrace{u_{max} - u_{min}}_{100\,\%}$$

$$K = \frac{100}{P_b}$$

Control integral

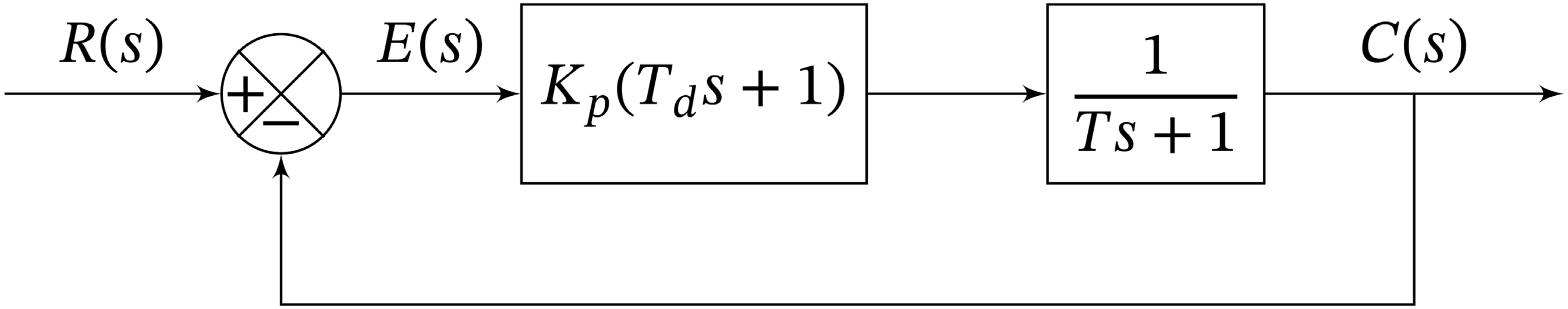
Para el mismo sistema de primer orden anterior



la acción integral logra eliminar el error de estado estacionario ante un escalón

Control proporcional derivativo

Para el mismo sistema de primer orden anterior



la acción derivativa tiene efectos diversos, según la ubicación del cero del controlador

Clasificación de los SAC

- Los sistemas de control se clasifican de acuerdo con su capacidad de seguir entradas escalón, rampa, parábola, etc.
- Este es un esquema de clasificación razonable, porque las entradas reales con frecuencia se consideran combinaciones de las entradas mencionadas
- Las magnitudes de los errores en estado estacionario producidos por estas entradas individuales indican la bondad del sistema

Tipo de sistema

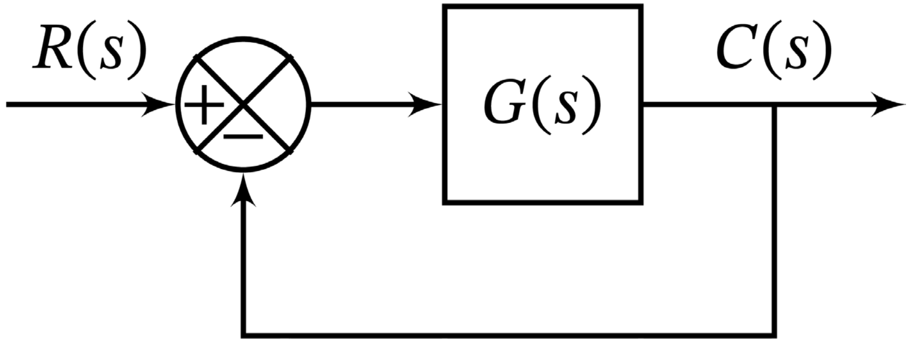
Considérese el sistema de control con realimentación unitaria con la siguiente función de transferencia en lazo abierto $G(s)$

$$G(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1)\dots(T_m s + 1)}{s^N(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)\dots(T_p s + 1)}$$

El esquema de clasificación actual se basa en la cantidad de integraciones indicadas por la función de transferencia en lazo abierto

Error en estado estacionario

Con base en el sistema de la figura,



la función de transferencia entre la señal de error y la señal de entrada

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)}$$

Constante de error de posición estática K_p

El error en estado estacionario del sistema para una entrada escalón unitario es

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{s}{1 + G(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + G(0)}$$

la constante de error de posición estática K_p se define como

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s)$$

Constante de error de velocidad estática K_v

El error en estado estacionario del sistema para una entrada rampa unitaria es

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1+G(s)} \frac{1}{s^2} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{sG(s)}$$

la constante de error de posición estática K_p se define como

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$$

Constante de error de aceleración estática K_a

El error en estado estacionario del sistema para una entrada parábola unitaria es

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1+G(s)} \frac{1}{s^3} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s^2 G(s)}$$

la constante de error de posición estática K_p se define como

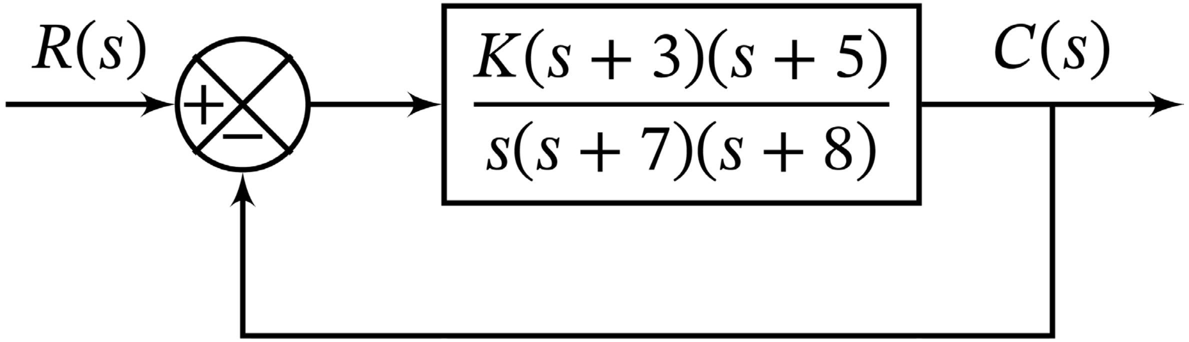
$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s)$$

Errores según tipo de sistema

	Entrada escalón $r(t) = 1$	Entrada rampa $r(t) = t$	Entrada aceleración $r(t) = \frac{1}{2} t^2$
Sistema tipo 0	$\dfrac{1}{1 + K}$	∞	∞
Sistema tipo 1	0	$\dfrac{1}{K}$	∞
Sistema tipo 2	0	0	$\dfrac{1}{K}$

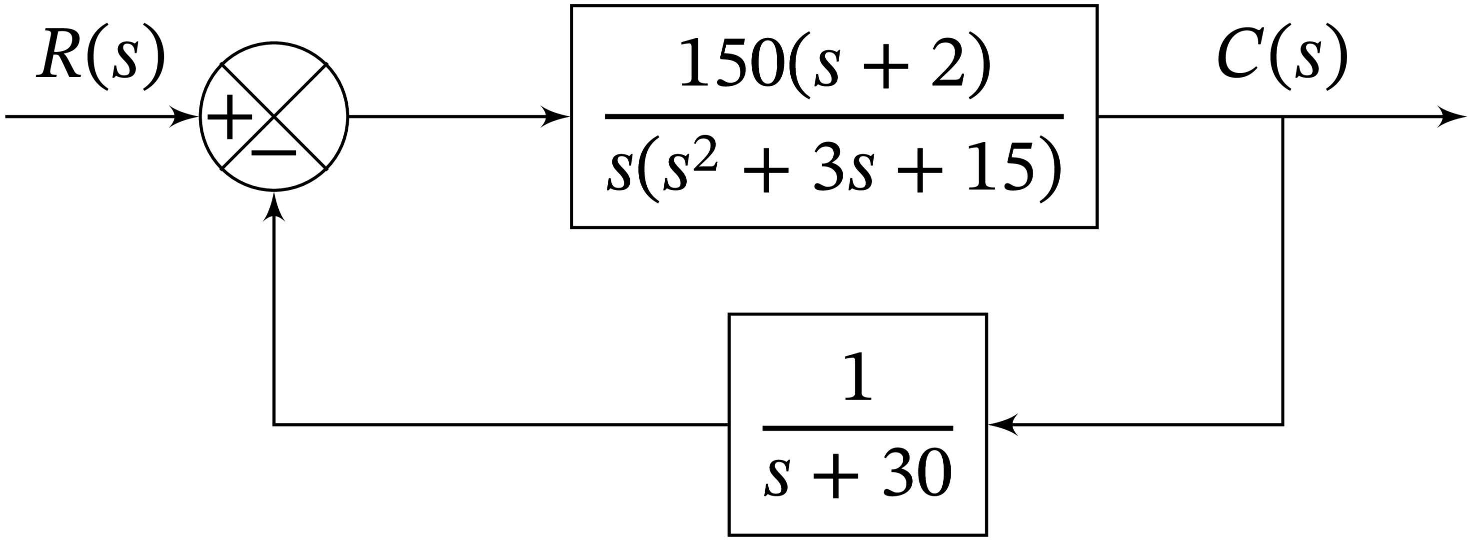
Ejemplo 1

Halle el valor de K, tal que el sistema exhiba un 10% de error en estado estacionario



Ejemplo 2

Para el sistema mostrado en la figura, encuentre el tipo de sistema, la constante de error apropiada y el error de estado estacionario ante una entrada tipo escalón unitario



Ejemplo 3

Para el sistema mostrado, cuál es el error en estado estacionario esperado ante las entradas $10u(t)$, $10tu(t)$ y $10t^2u(t)$