

Este es un examen para hacer en casa, en consecuencia, no puede buscar ayuda de otros. Se le permite consultar sus notas de clase y libros de referencia y se le permite usar Matlab, Symbolab, o cualquier otro software como **herramienta** de solución matemática. En caso de usarlo, debe incluir captura de pantalla (en la que debe poder verse claramente la fecha del computador) del script usado para sus cálculos y el resultado en el *Command Window* o figura.

Si tiene preguntas sobre la claridad de la redacción de alguna parte del examen, comuníquese conmigo por correo electrónico o Teams. **No responderé preguntas procedimentales.** Como tiene mucho tiempo para hacer este examen, espero que **todas** sus respuestas se expliquen claramente y el **procedimiento** para llegar a estas debe estar **completo y explícito**, en caso contrario no recibirá puntos. Tampoco recibirá crédito a menos que explique de dónde provienen sus resultados según los principios físicos y matemáticos que hemos desarrollado este semestre. Sin embargo, puede tomar como dada cualquier fórmula derivada en clase este semestre; no necesita reinventar la rueda en cada problema.

Recuerde que Matlab (Symbolab) es solo una **herramienta de cálculo**, como lo es una calculadora, por lo que los cálculos que vaya a llevar a cabo en este deben estar establecidos en su solución manual. Para mayor claridad, en caso de que tenga que resolver $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$, la matriz $s\mathbf{I} - \mathbf{A}$ debe aparecer escrita de manera explícita en su hoja de respuestas.

Para el caso de los requisitos de diseño, estos vienen especificados como intervalos, en ningún caso debe escoger ninguno de los valores límite para ellos. Es decir, debe escoger un valor **al interior** del intervalo especificado.

Los incisos marcados con el ícono , indican la necesidad de realizar una simulación, para este caso debe adjuntar un único archivo *.m con el código implementado.

Evidentemente, en un examen para llevar a casa no puedo controlar de manera eficiente si los estudiantes están haciendo trampa. En cambio, confío en gran medida en su integridad. En última instancia, la ciencia depende de confiar en la integridad de los científicos; cuando leo un artículo, necesito estar moralmente seguro de que los autores no han manipulado los datos. Por lo tanto, en este examen lo trato como trataría a cualquier científico y confío en su integridad. No viole esta confianza.

Tiempo disponible para el desarrollo del examen: 8 horas


Hora de inicio: 08:00 Hora de entrega: 16:00

1 (15 puntos)

En el tratamiento de neoplasias anales, los dispositivos de ablación térmica son una herramienta fundamental para eliminar células tumorales de forma localizada mediante la aplicación de calor controlado. Dado que el área anal es particularmente sensible y está rodeada por tejidos saludables, es crucial que la aplicación de calor sea precisa para maximizar la destrucción de las células malignas mientras se minimiza el riesgo de daño en el tejido sano circundante. La ablación térmica en esta región debe alcanzar y mantener una temperatura en el tejido tumoral suficiente para inducir necrosis celular sin exceder los límites que podrían provocar daños térmicos colaterales en estructuras sensibles cercanas, como el esfínter anal. El éxito de este procedimiento depende de un control de temperatura adecuado que mantenga los valores deseados durante el tiempo de tratamiento sin producir oscilaciones excesivas.

El modelo matemático simplificado del sistema térmico de ablación se puede representar mediante la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{2.5}{s(s + 1.2)(s + 0.8)}$$

- (a) (3 puntos) Muestre gráficamente la región del plano complejo en la que es aceptable ubicar los polos dominantes de lazo cerrado, tal que se cumpla con los siguientes requisitos de desempeño:
- **Tiempo de pico:** 150 a 280 ms.
 - **Tiempo de estabilización:** 320 a 430 ms.
 - **Sobreimpulso:** 5 a 12 %.
- (b) (5 puntos) Diseñe un compensador adecuado, tal que se cumpla con los criterios de diseño enunciados anteriormente, que aseguran una aplicación precisa y segura del tratamiento térmico.
- (c) (2 puntos)  Simule la respuesta del sistema con el compensador diseñado ante un escalón unitario.
- (d) (5 puntos) Describa su diseño y justifique la selección de las ubicaciones de polos y del tipo de compensador diseñado.

2 (15 puntos)

Un sistema de administración de insulina tiene como objetivo regular los niveles de glucosa en sangre en pacientes con diabetes de forma automática, respondiendo a cambios en la concentración de glucosa debido a la ingesta de alimentos, actividad física u otros factores fisiológicos. La administración precisa de insulina es crucial, ya que una dosis insuficiente puede resultar en hiperglucemia, lo cual incrementa el riesgo de complicaciones a largo plazo, mientras que una dosis excesiva puede provocar hipoglucemia, lo cual puede ser potencialmente mortal en el corto plazo.

Debido a la dinámica compleja y el tiempo muerto asociado con la absorción de insulina en el cuerpo, el diseño del sistema de control debe considerar tanto la rapidez de la respuesta como la estabilidad, para asegurar que los niveles de glucosa se mantengan en un rango seguro (que puede estar dentro de un margen de error pequeño) y sin producir oscilaciones ni picos peligrosos. Este sistema de control realimentado busca garantizar que las dosis de insulina se ajusten de manera continua y precisa en función de los niveles actuales de glucosa en sangre, optimizando así la salud y la seguridad del paciente.

El modelo matemático simplificado del sistema puede describirse mediante la siguiente función de transferencia con tiempo muerto:

$$G(s) = \frac{8 \times 10^{-5} e^{-1000s}}{(s + 0.05)(s + 0.001)}$$


(a) (2 puntos) Use la aproximación de Padé

$$e^{-\theta s} \approx \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s}$$

para obtener una función de transferencia $G(s)$ sin retardo.

(b) (5 puntos) Use la técnica del lugar geométrico de raíces para diseñar un controlador o compensador tal que el sistema cumpla con los siguientes requisitos de desempeño:

- **Tiempo de pico:** 10 a 20 min.
- **Tiempo de estabilización:** 25 a 30 min.
- **Sobreimpulso:** 10 a 20 %.

(c) (4 puntos)  Simule la respuesta del sistema con el controlador propuesto ante la entrada mostrada en la Figura 1

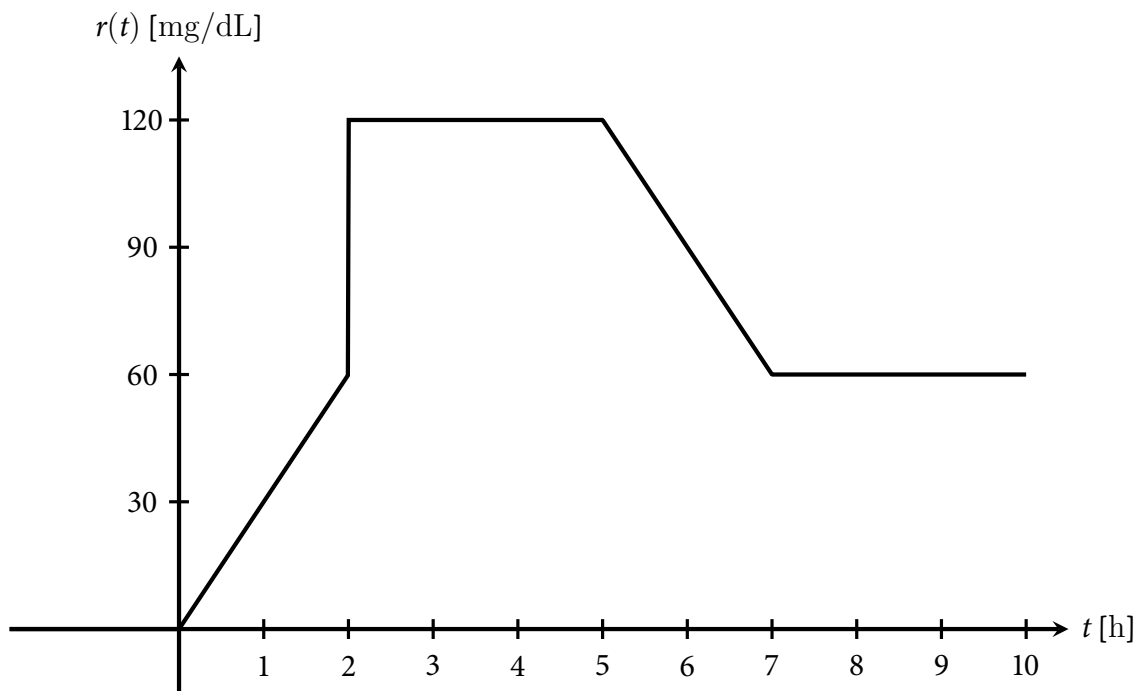


Figura 1: Señal de entrada para la simulación del sistema compensado de la pregunta 2

- (d) (4 puntos) Describa su diseño y justifique la selección de las ubicaciones de polos y del tipo de controlador o compensador diseñado.

3 (20 puntos)

La profundidad de la anestesia (DOA) es un factor crítico en el manejo de un paciente durante una cirugía, ya que afecta directamente el sistema cardiovascular y, en particular, la presión arterial media (MAP). La MAP se utiliza frecuentemente como un indicador indirecto de la DOA y del estado hemodinámico del paciente. Un control preciso de la MAP ayuda a inferir el efecto de los anestésicos y permite ajustar la dosis para mantener al paciente en un estado estable, asegurando así una adecuada perfusión de órganos.

Durante una intervención quirúrgica, el nivel de anestesia debe ser cuidadosamente regulado, ya que una anestesia superficial o insuficiente puede causar que el paciente experimente dolor o incluso despierte durante el procedimiento, lo cual no solo es traumático, sino que puede aumentar la presión arterial debido a la respuesta de estrés del organismo; y una anestesia profunda o excesiva puede llevar a una depresión extrema del sistema cardiovascular, disminuyendo peligrosamente la MAP. Esto incrementa el riesgo de hipotensión prolongada, la cual puede causar daños irreversibles en órganos por la falta de oxígeno.

Para explicar el cambio en la presión arterial media de un paciente bajo la influencia de nitroprusiato de sodio (SNP), se han propuesto diferentes modelos, uno de ellos está dado por una representación en el espacio de estados (SSR) de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & -0.5 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0.3 & -0.7 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.2 & -0.6 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.2 \\ 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

donde:

- $\mathbf{x}(t)$ es el vector de estados del sistema que representa las variables internas de la dinámica cardiovascular.
- $u(t)$ es la señal de control aplicada, que corresponde a la dosis administrada de SNP, medida en mL/h.
- $y(t)$ es la MAP, medida en mmHg.

Se requiere diseñar un sistema de control por realimentación de estados con un observador de orden completo, como el mostrado en la Figura 2, para el sistema de control de la MAP de un paciente bajo los efectos de SNP, que mantenga la MAP en el rango deseado, adaptándose a las variaciones en la DOA. Un diseño adecuado contribuirá a un procedimiento más seguro y controlado, minimizando el riesgo de efectos adversos asociados con una mala regulación de la anestesia.

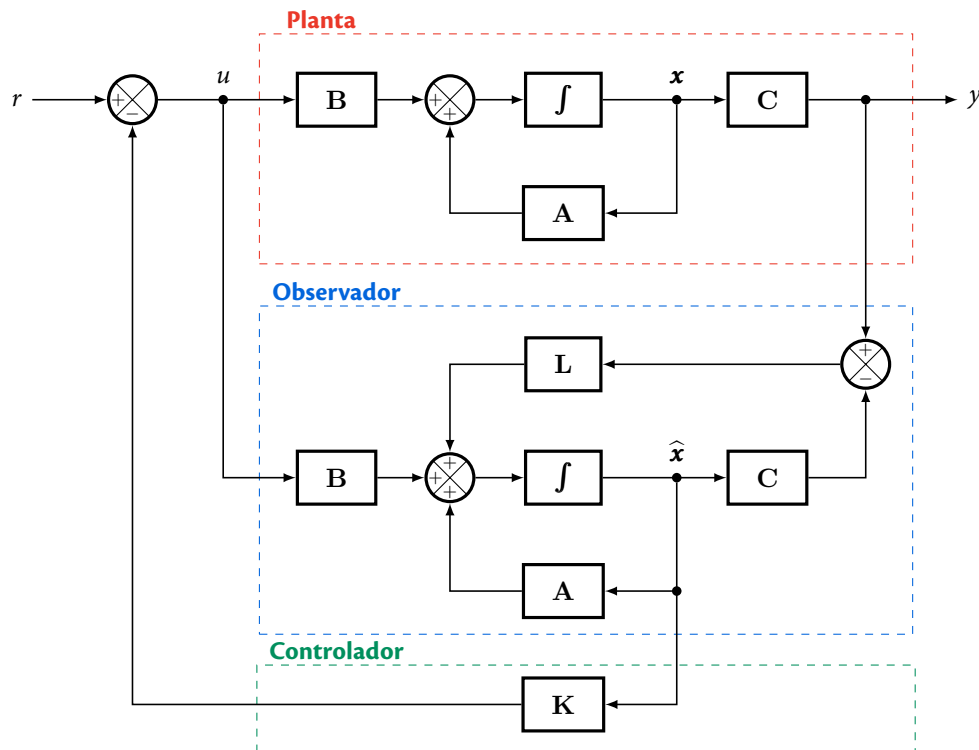


Figura 2: Configuración de diseño conceptual del espacio de estados para la pregunta 3, que muestra la planta, el observador y el controlador

A continuación se describen algunos requisitos típicos de desempeño para garantizar que la presión arterial se mantenga en un rango seguro, evitando tanto hipotensión como hipertensión:

- **Tiempo de pico:** 8 a 12 s.
- **Tiempo de estabilización:** 15 a 30 s.
- **Sobreimpulso:** 5 a 7.5 %.

- (a) (4 puntos) Determine si el sistema es controlable y establezca una matriz de ganancias \mathbf{K} que permita ubicar los polos del sistema de lazo cerrado en las ubicaciones deseadas.
- (b) (4 puntos) Determine si el sistema es observable y establezca una matriz de ganancias \mathbf{L} del observador que permita que la dinámica de la estimación del error sea estable y converja rápidamente a cero.
- (c) (3 puntos) 🚩 Simule la respuesta del sistema ante un cambio en el valor de referencia de MAP, con condiciones iniciales diferentes de cero.
- (d) (9 puntos) Describa su diseño y justifique la selección de las ubicaciones de polos para el controlador y el observador. Explique cómo este diseño contribuye a mantener la MAP en un rango adecuado durante la administración de anestesia.