

## Biomecatrónica

### Examen parcial No. 2



semestre 2024-II  
3 de octubre de 2024

Este es un examen para hacer en casa, en consecuencia, no puede buscar ayuda de otros. Se le permite consultar sus notas de clase y libros de referencia y se le permite usar Matlab. En caso de usarlo, debe incluir captura de pantalla (en la que debe poder verse claramente la fecha del computador) del script usado para sus cálculos y el resultado en el *Command Window* o figura.

Si no tiene claro el examen, comuníquese conmigo por correo electrónico o Teams. No me contacte después de las 5:00 p. m. del jueves, ni antes de las 7:00 a.m. del viernes. Como tiene mucho tiempo para hacer este examen, espero que todas sus respuestas se expliquen claramente y el procedimiento para llegar a estas debe estar completo y explícito. No recibirá crédito a menos que explique de dónde provienen sus resultados según los principios físicos y matemáticos que hemos desarrollado este semestre. Sin embargo, puede tomar como dada cualquier fórmula derivada en clase este semestre; no necesita reinventar la rueda en cada problema.

Algunos de estos problemas son muy sencillos, pero otros no lo son tanto. No se asuste si no entiende todo. Tenga en cuenta también que en algunas preguntas, le he pedido que demuestre que una determinada respuesta es correcta en lugar de simplemente resolver el problema. He hecho esto en gran medida para que pueda usar el resultado en otras partes del problema, incluso si no puede obtenerlo usted mismo.

Evidentemente, en un examen para llevar a casa no puedo controlar de manera eficiente si los estudiantes están haciendo trampa. En cambio, confío en gran medida en su integridad. En última instancia, la ciencia depende de confiar en la integridad de los científicos; cuando leo un artículo, necesito estar moralmente seguro de que los autores no han manipulado los datos. Por lo tanto, en este examen lo trato como trataría a cualquier científico y confío en su integridad. No viole esta confianza.

**Plazo de entrega: Viernes 4 de octubre, 18:00 hrs**

**1 (10 puntos)**

Algunos procedimientos médicos requieren la inserción de una aguja debajo de la piel del paciente utilizando una tomografía computarizada (TC) para lograr precisión. Las TCs emiten radiación, lo que plantea algunos riesgos acumulativos para el personal médico. Para evitar este problema, en el trabajo de Piccin et al. se ha desarrollado un robot de control remoto<sup>1</sup>.

El robot controla la posición y el ángulo de la aguja en el espacio restringido de una máquina de TC y también proporciona al médico una retroalimentación de fuerza proporcional a la oposición de inserción que encuentra el tipo de tejido en el que se inserta la aguja. El robot tiene otras características que le brindan al operador sensaciones y maniobrabilidad similares a las que tendría si la aguja se insertara directamente.

La Figura 1 muestra el diagrama de bloques del mecanismo de inserción de fuerza, donde  $F_h$  es la fuerza de entrada y  $X_h$  es el desplazamiento de salida. Las entradas a los bloques de suma son positivas a menos que se indiquen con un signo negativo. Los subíndices  $h$  y  $m$  se refieren al manipulador maestro. Los subíndices  $s$  y  $e$  se refieren al manipulador esclavo.

- (a) (7 puntos) Suponiendo  $Z_h = 0$ ,  $C_1 = C_s$ ,  $C_2 = 1 + C_6$  y  $C_4 = -C_m$ , utilice álgebra de bloques para mostrar que la función de transferencia de la entrada de fuerza del operador  $F_h$  al desplazamiento de la aguja  $X_h$  está dada por

$$Y(s) = \frac{X_h(s)}{F_h(s)} = \frac{Z_m^{-1} C_2 (1 + G_s C_s)}{1 + G_s C_s + Z_m^{-1} (C_m + C_2 Z_e G_s C_s)}$$

- (b) (3 puntos) Ahora, con  $Z_h \neq 0$ , demuestre que

$$\frac{X_h(s)}{F_h(s)} = \frac{Y(s)}{1 + Y(s)Z_h}$$

<sup>1</sup>O. Piccin et al. «A Force Feedback Teleoperated Needle Insertion Device for Percutaneous Procedures». En: *The International Journal of Robotics Research* 28.9 (2009), págs. 1154-1168. DOI: [10.1177/0278364909101408](https://doi.org/10.1177/0278364909101408).

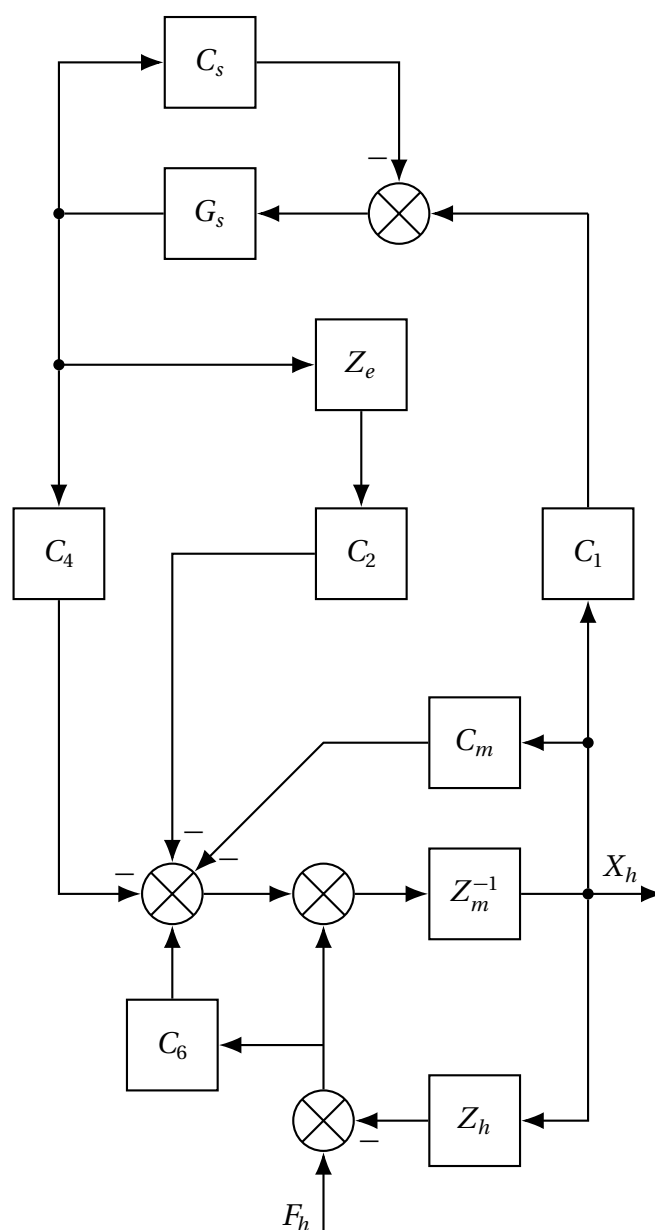


Figura 1: Diagrama de bloques para un dispositivo de inserción de agujas teleoperado con retroalimentación de fuerza para procedimientos percutáneos.

**2 (20 puntos)**

Se ha implantado un marcapasos en un paciente con bradicardia para regular el ritmo cardíaco mediante impulsos eléctricos. El sistema marcapasos–tejido cardíaco puede modelarse como un sistema de segundo orden.

Tras una serie de pruebas, se registró la respuesta del sistema marcapasos–tejido cardíaco,  $c(t)$ , ante un impulso eléctrico que genera un escalón de amplitud 10 mV en el voltaje aplicado a las células cardíacas. La curva de reacción obtenida se muestra en la Figura 2. Allí se puede observar que la respuesta transitoria no presenta retardo ni oscilaciones y tiene una convergencia lenta hacia un valor estable.

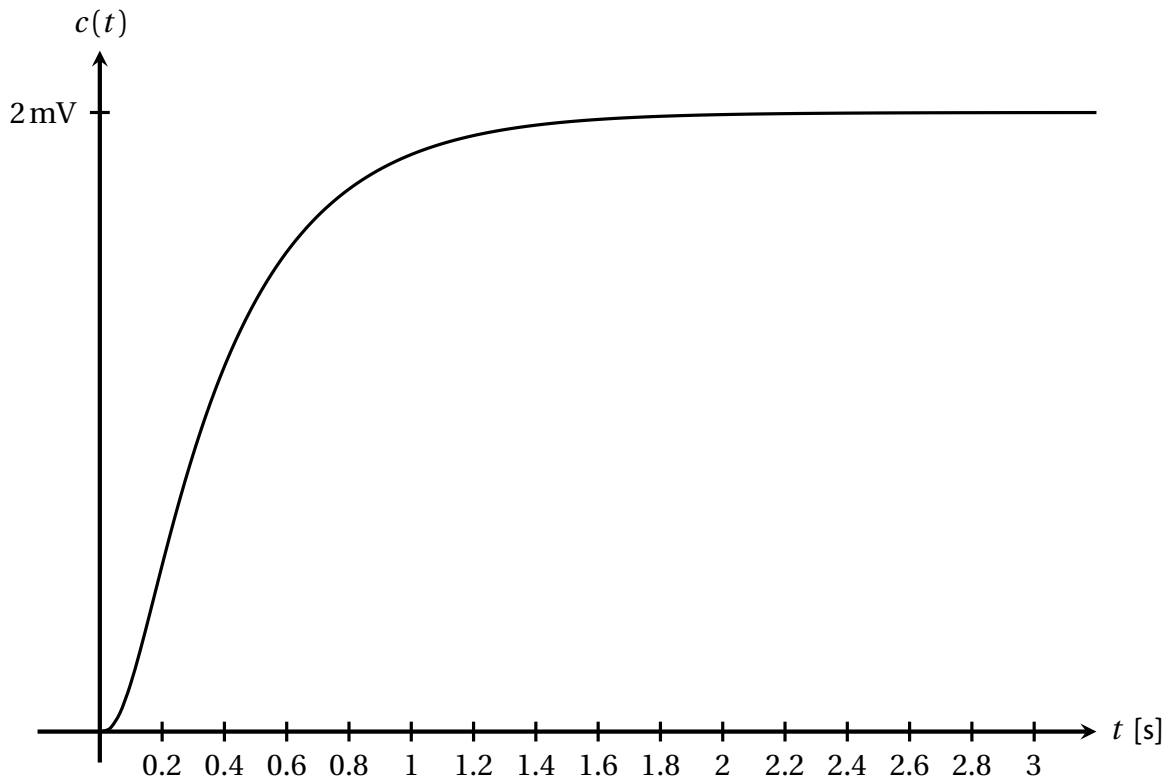


Figura 2: Curva de reacción del sistema marcapasos–tejido cardíaco ante una excitación tipo escalón.

Con base en la información anterior, haga lo siguiente:

- (a) (8 puntos) Use el método de identificación de Smith para obtener un modelo de segundo orden del sistema marcapasos–tejido cardíaco. Simule en Matlab el comportamiento del sistema identificado y compárelo con el sistema original, cuya función de transferencia es

$$G_m(s) = \frac{270}{s^3 + 46s^2 + 579s + 1350}$$

¿La aproximación es adecuada? Justifíquela en términos del RMSE y  $R^2$ .

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

Donde  $y_i$  son los valores del sistema original,  $\bar{y}$  su valor promedio,  $\hat{y}_i$  son los valores del sistema identificado y  $n$  es el número total de observaciones.

- (b) (6 puntos) Una vez se identifica el sistema, se desea reducir el error en estado estacionario al 2 %, ante una entrada tipo rampa. Para esto, se construye un sistema realimentado, como el mostrado en la Figura 3, donde  $G(s)$  es el sistema marcapasos–tejido cardíaco identificado. Diseñe el bloque  $D(s)$  de tal forma que se cumpla con el requisito de error establecido.

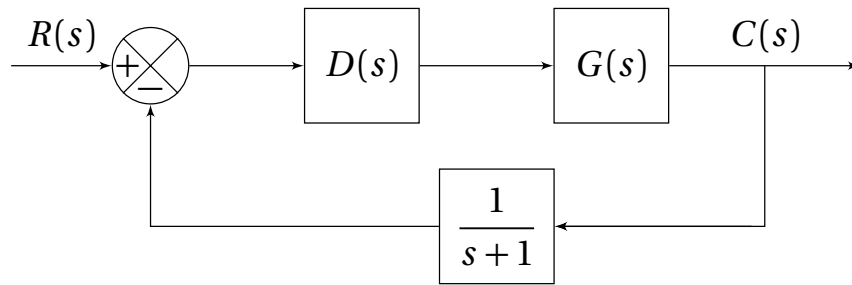


Figura 3: Sistema con realimentación no unitaria para el sistema de marcapasos identificado.

- (c) (6 puntos) Halle el valor de  $K$  mostrado en la Figura 4, con el fin de garantizar un tiempo de pico menor a  $0.4\pi$  s y tiempo de estabilización menor a 4 s.

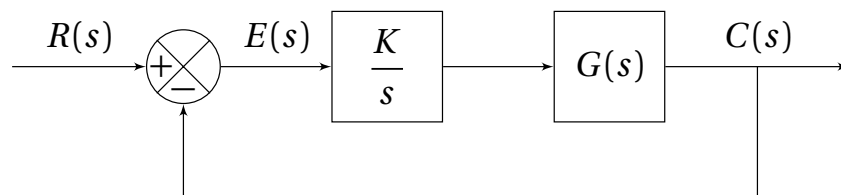


Figura 4: Sistema de control integral para el sistema de marcapasos identificado.

**3 (20 puntos)**

En un proyecto de sistemas de soporte respiratorio, se está diseñando un controlador automático para un ventilador mecánico que regula la frecuencia respiratoria y el volumen de aire administrado en pacientes críticos. El ventilador debe ajustar automáticamente los parámetros para mantener una presión positiva constante en las vías respiratorias del paciente ( $p_{aw}$ ). En el trabajo realizado por Hunnekens, Kamps y Van De Wouw<sup>2</sup> se presenta un esquema de control realimentado como el mostrado en la Figura 5.

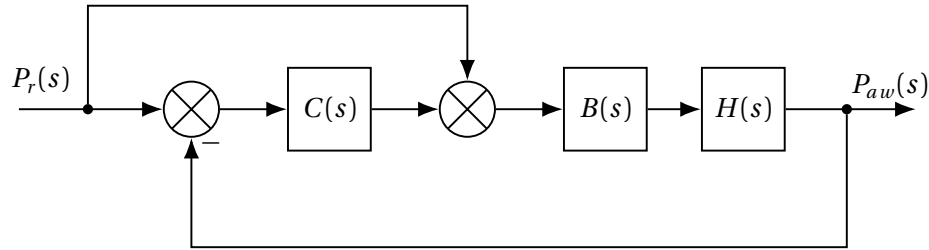


Figura 5: Esquema de control de lazo cerrado para el sistema de ventilación mecánica.

En este esquema, las funciones de transferencia son las siguientes:

$$H(s) = \frac{0.4s + 8}{s + 8}$$

$$B(s) = \frac{16}{s^2 + 8s + 16}$$

$$C(s) = \frac{K}{s}$$

Es crucial que el sistema de control mantenga la estabilidad para evitar fluctuaciones peligrosas en la presión de las vías respiratorias, lo que podría poner en riesgo al paciente. Se pide:

- (5 puntos) Hallar la función de transferencia de lazo cerrado del sistema completo.
- (10 puntos) Aplicar el criterio de Routh-Hurwitz para identificar los valores de  $K$  que permiten la estabilidad del sistema en lazo cerrado.
- (5 puntos) ¿Cuál es el periodo  $T_u$  de oscilación del sistema para el valor de ganancia última  $K_u$ ?

<sup>2</sup>Bram Hunnekens, Sjors Kamps y Nathan Van De Wouw. «Variable-Gain Control for Respiratory Systems». En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 28.1 (2020), págs. 163-171. DOI: [10.1109/TCST.2018.2871002](https://doi.org/10.1109/TCST.2018.2871002).