Biomecatrónica

Diseño por lugar geométrico de raíces

UNIVERSIDAD EIA®

¿Qué es un lugar geométrico?

Ilustración 1

¿Cómo afecta el parámetro k la ubicación de los polos del sistema?

$$\xrightarrow{U(s)} \boxed{\dfrac{s^2+s+1}{s^3+4s^2+ks+1}} \xrightarrow{Y(s)}$$

Efecto de variar k

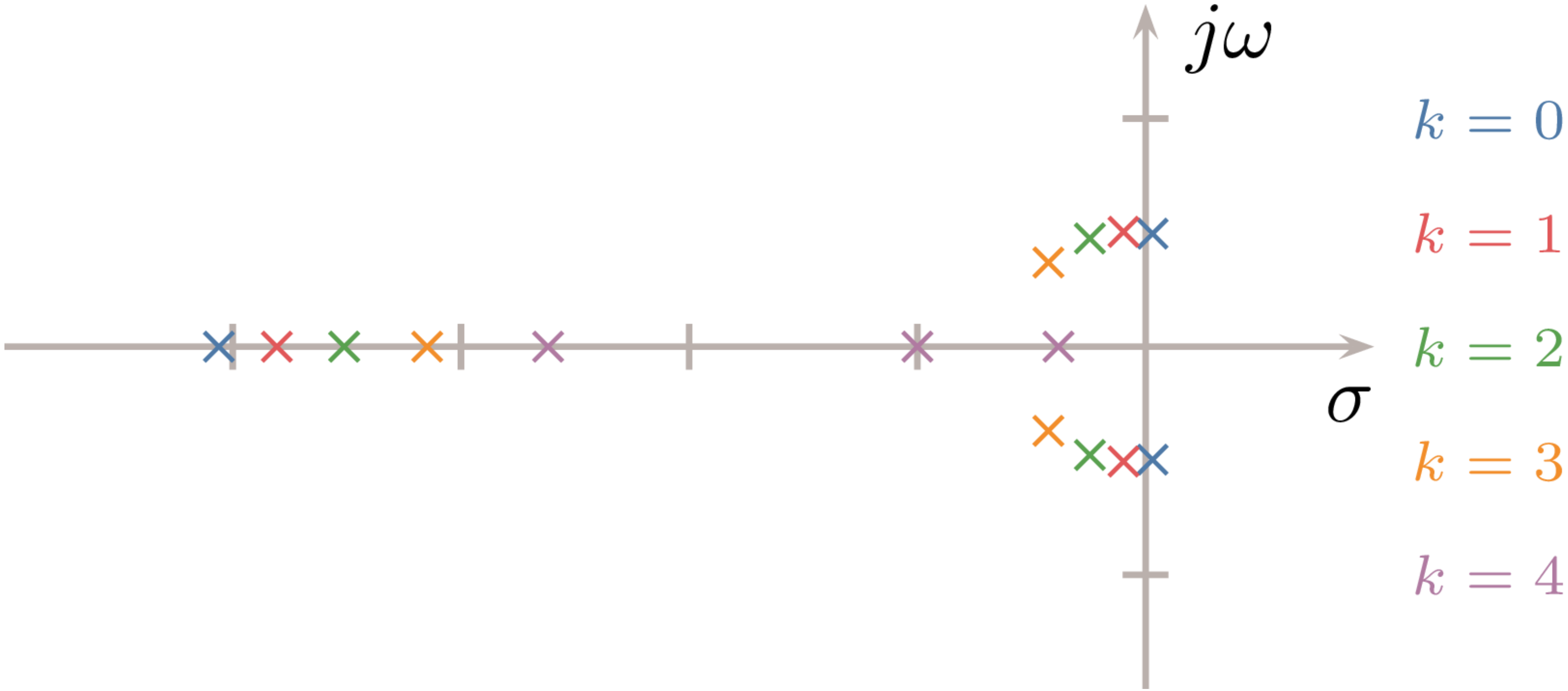
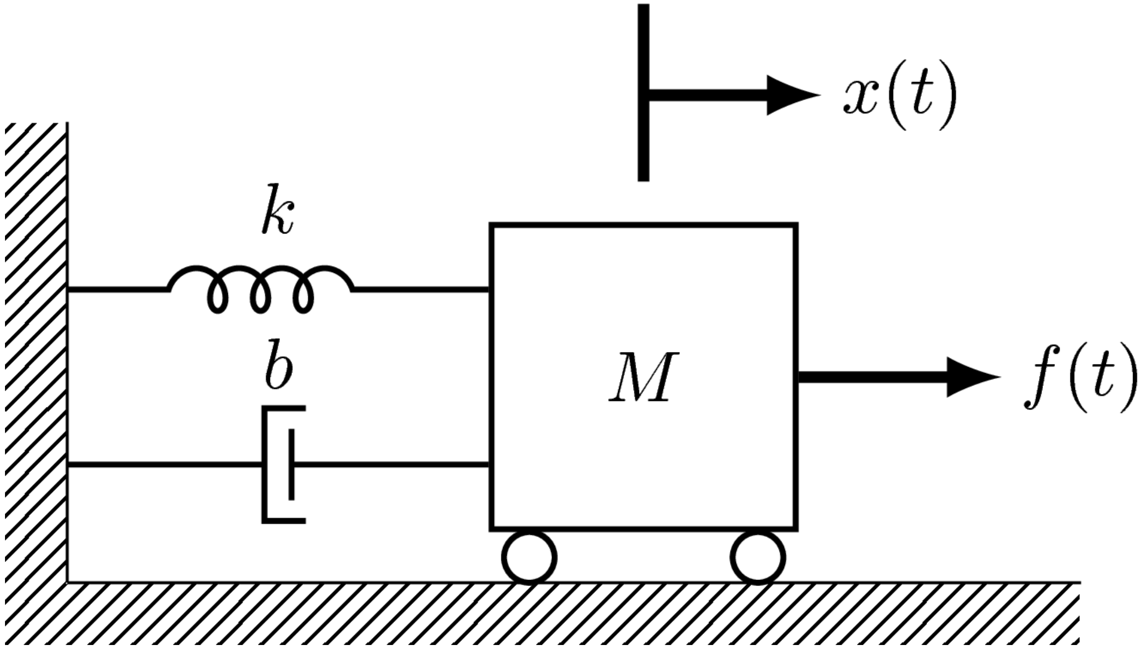


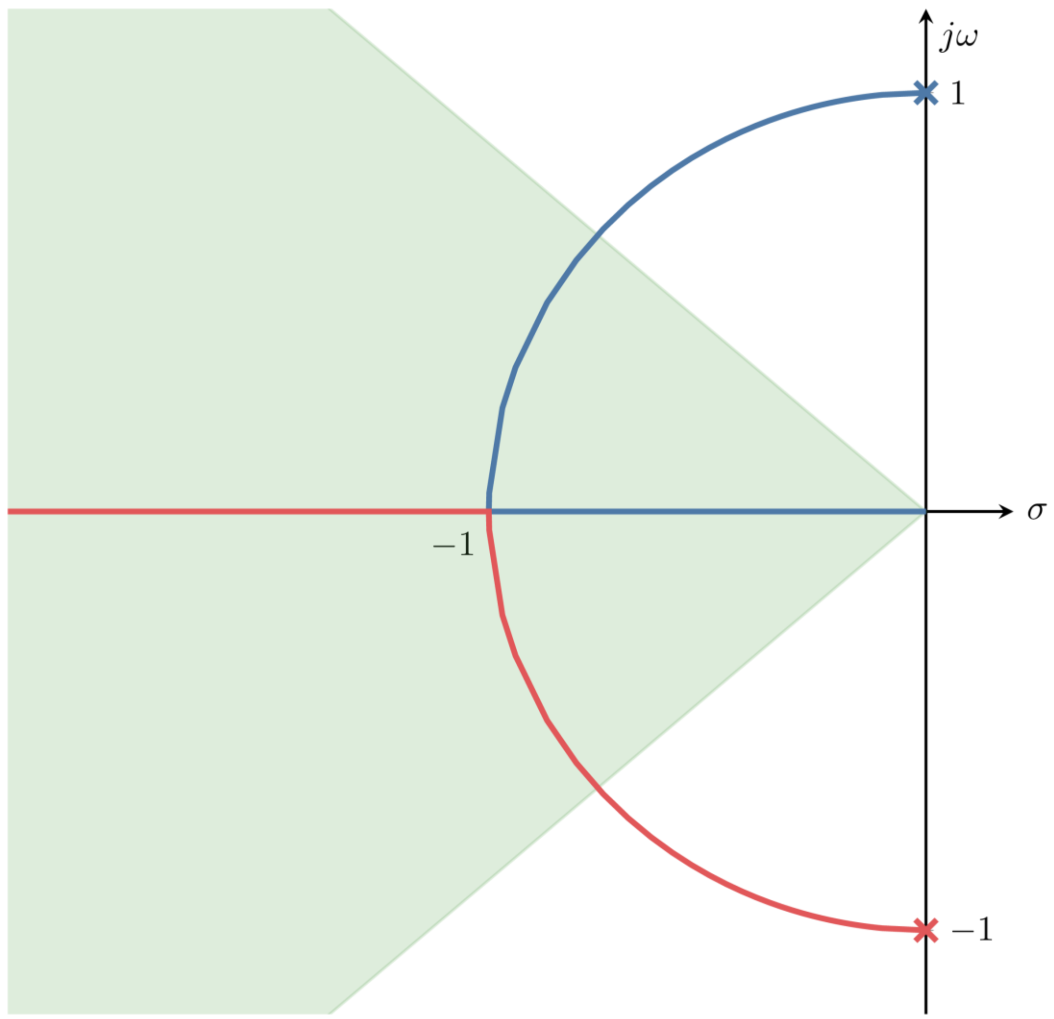
Ilustración 2

Si $M = 1$ [kg] y $k = 1$ [N/m]

¿Qué valores de b hacen que el sistema tenga $\zeta > 0.75$?



Variación de b



Variación de k

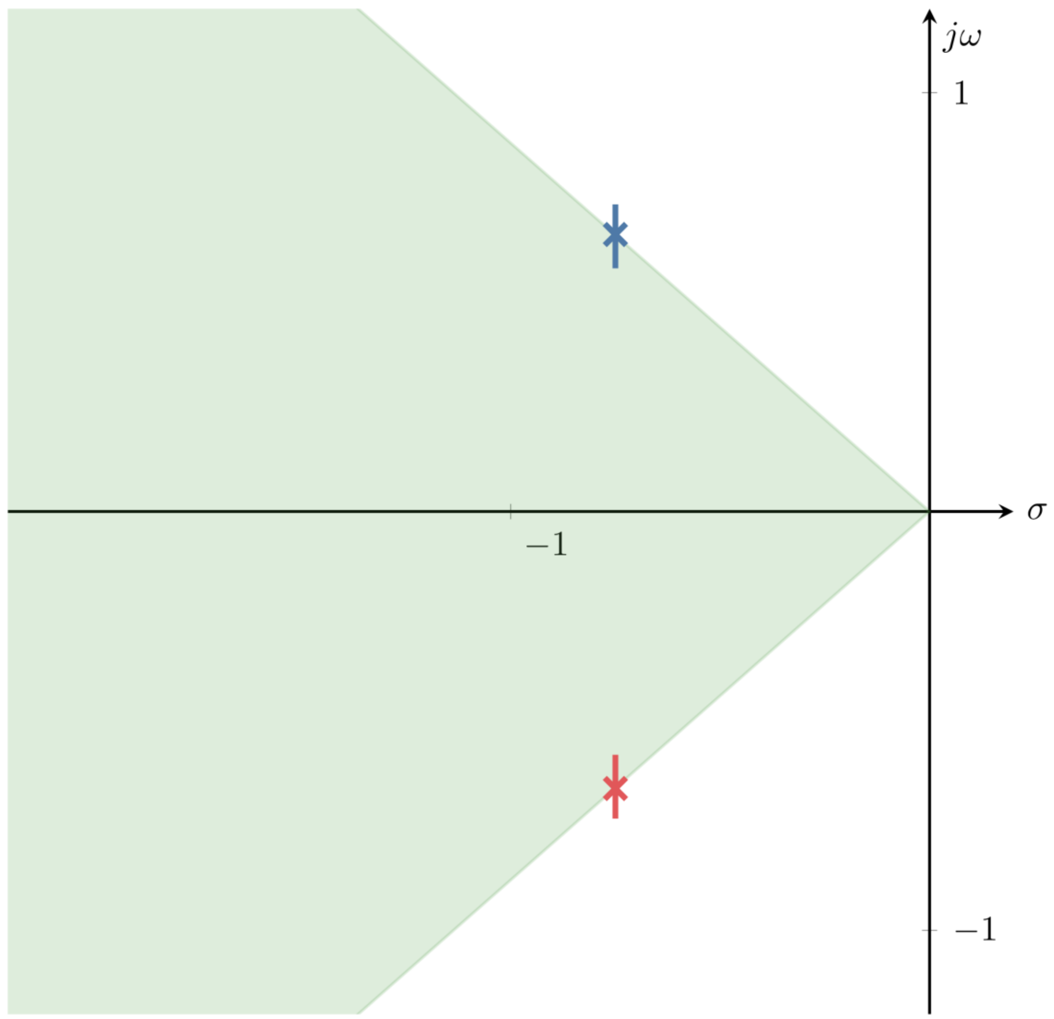
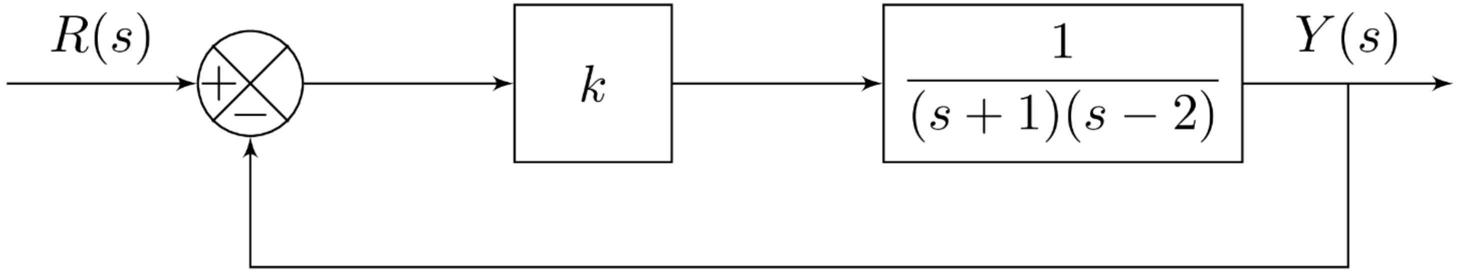
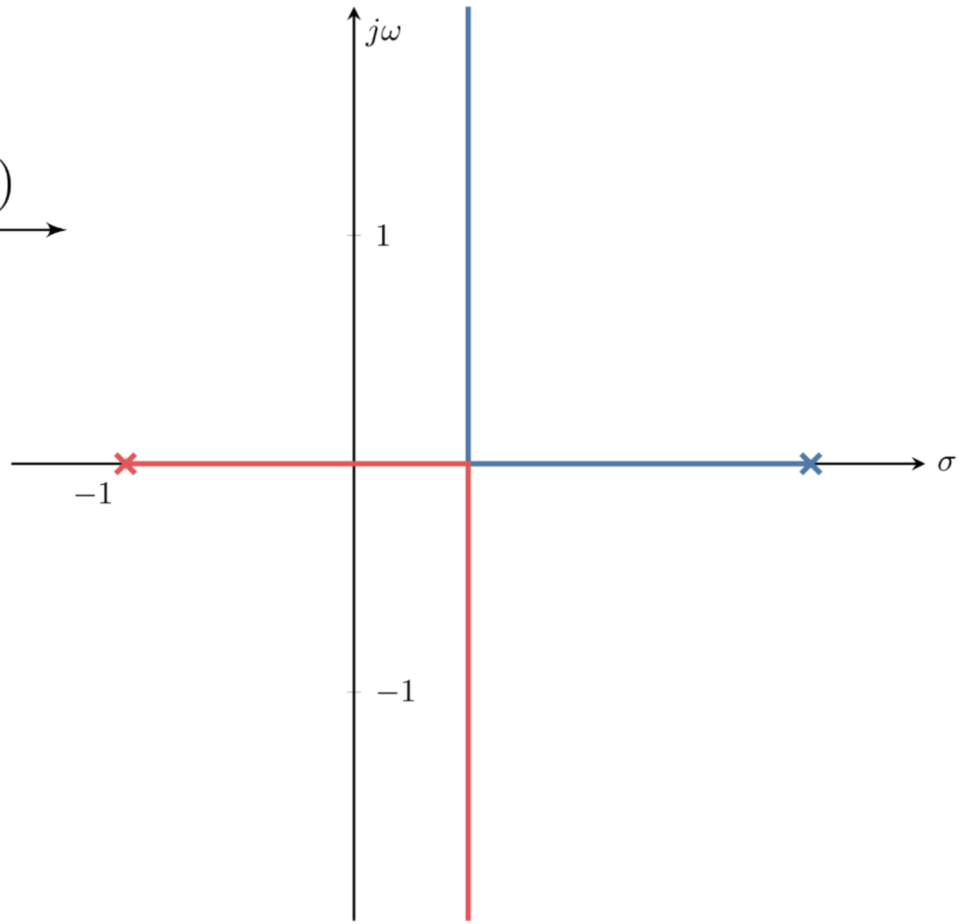
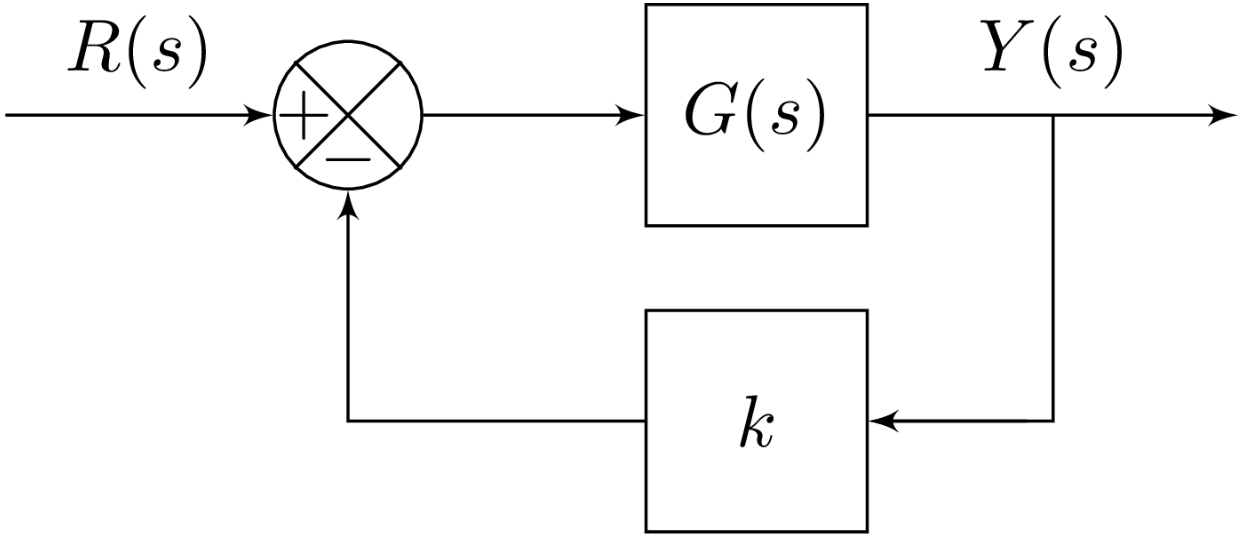


Ilustración 3





Construcción del lugar de raíces



$$1 + kG(s) = 0$$

$$1 + k\frac{Q(s)}{P(s)} = 0$$

Videos interesantes

https://www.youtube.com/playlist?list=PLUMWjy5jgHK0WzmjRViTYtlSVSE_zP6yR

Regla 1

Existen n lugares (líneas), siendo n el mayor de los grados entre $P(s)$ y $Q(s)$

Regla 2

A medida que k incrementa de 0 a ∞ las raíces se mueven desde los polos de $G(s)$ hacia los ceros de $G(s)$

Regla 3

Siempre que existan raíces complejas, estarán en pares conjugados

Regla 4

Bajo ninguna circunstancia, el lugar de una raíz se cruzará con el mismo

Regla 5

La porción del eje real a la izquierda de un número impar de polos y ceros reales de lazo abierto forma parte de alguno de los lugares

Regla 6

Las líneas dejan o entrar al eje real formando un ángulo de 90° en los puntos determinados por las soluciones de la ecuación

$$P(s)Q'(s) - P'(s)Q(s) = 0$$

Regla 7

Si no existen igual número de ceros y polos de lazo abierto, las líneas se originan o terminan en infinito

Regla 8

Las líneas van hacia infinito siguiendo asíntotas que parten del punto

$$\sigma_A = \frac{\sum \text{polos finitos} - \sum \text{ceros finitos}}{n-m}$$

Siguiendo ángulos determinados por

$$\phi_A = 180^\circ \frac{2q+1}{n-m}, \ q = 0, 1, \ldots, n-m-1$$

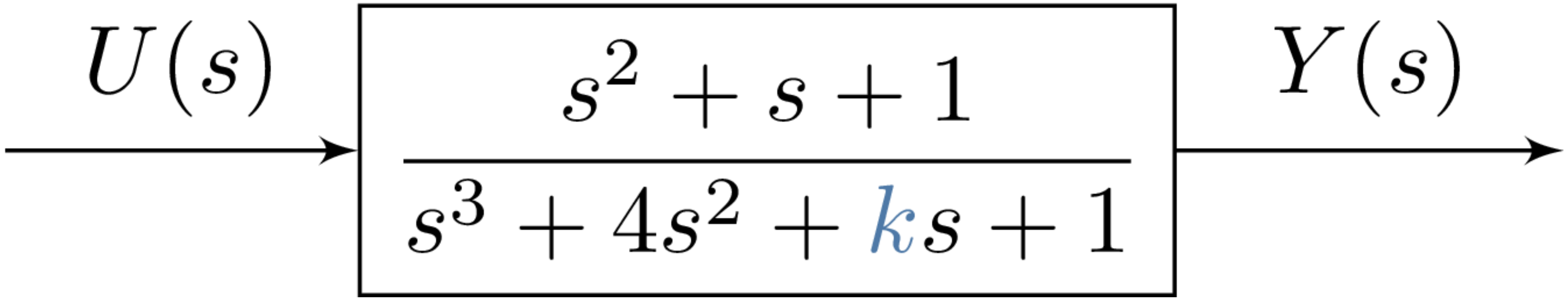
Regla 9

Si existen al menos dos lugares que van a infinito, entonces la suma de las raíces es constante

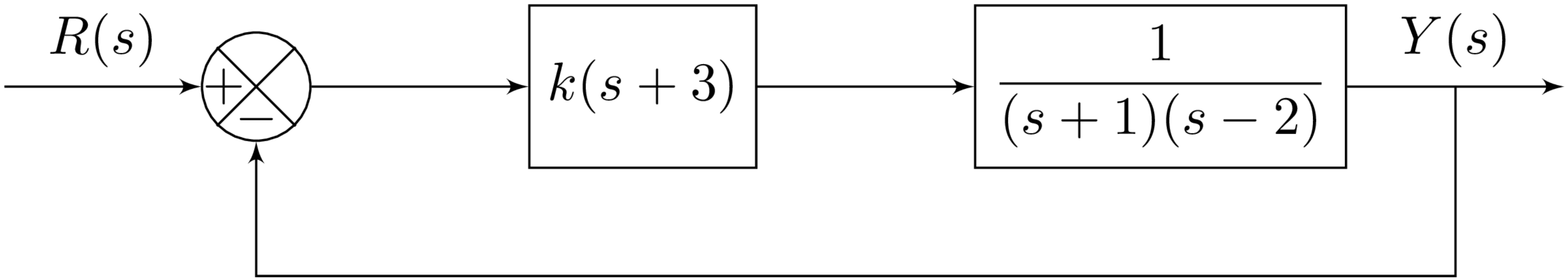
Regla 10

El lugar de raíces cuando k varía de 0 a $-\infty$ se puede obtener invirtiendo la regla 5 y sumando 180° a las asíntotas

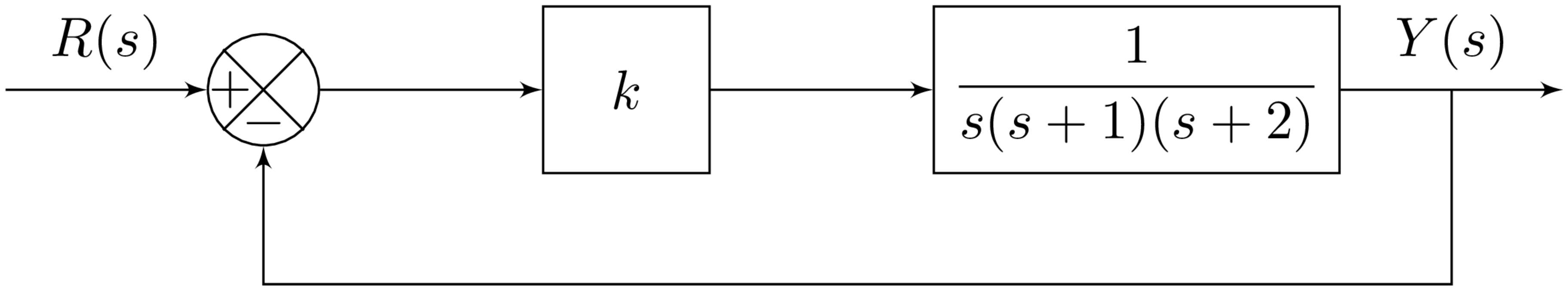
Ejemplo



Ejemplo



Ejemplo



Compensador vs. Controlador

Un **compensador** es un componente adicional que es aumentado a un sistema de control para modificar el desempeño en lazo cerrado y compensar por un desempeño deficiente

Un **controlador** es un componente que posee una entrada de tipo error y una señal de salida que modifica la salida del sistema

A diferencia de los controladores, los compensadores pueden ubicarse en cualquier posición del sistema de control

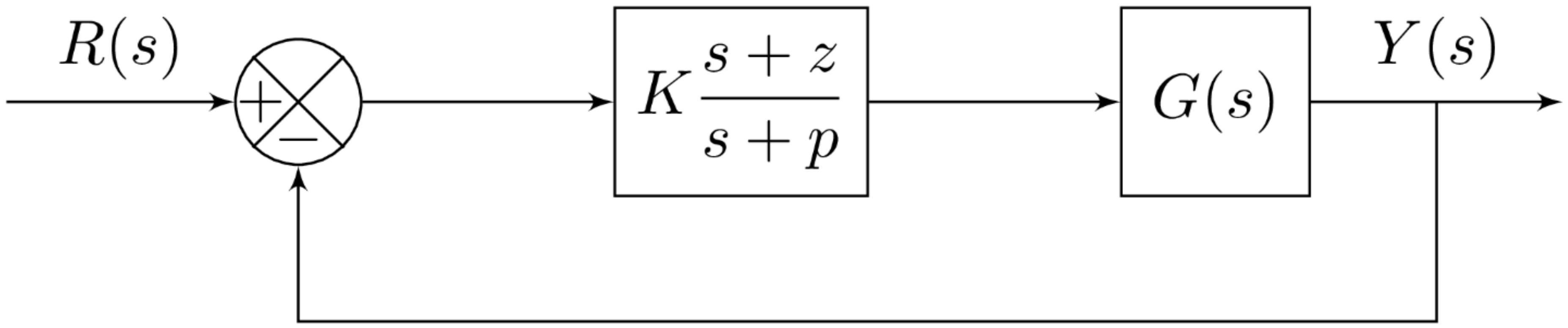
Compensación

La compensación de un sistema de control se reduce al diseño de un filtro cuyas características tiendan a compensar las características inconvenientes o inalterables de la planta

Entre los muchos tipos de compensadores, los de mayor uso son los compensadores de adelanto, los de atraso, los de atraso-adelanto y los de realimentación de velocidad (tacómetros)

Estructura del compensador

La estructura del compensador es



Si $z < p$ se llama **compensador de adelanto**

Si $z > p$ se llama **compensador de atraso**

Diseño por LGR

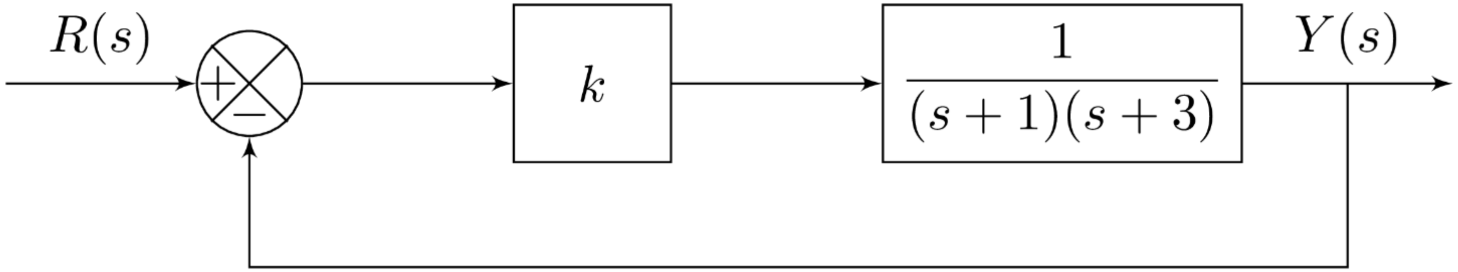
El método del LGR produce un indicio claro de los efectos que el ajuste de un parámetro del sistema tiene sobre las ubicaciones de los polos en lazo cerrado

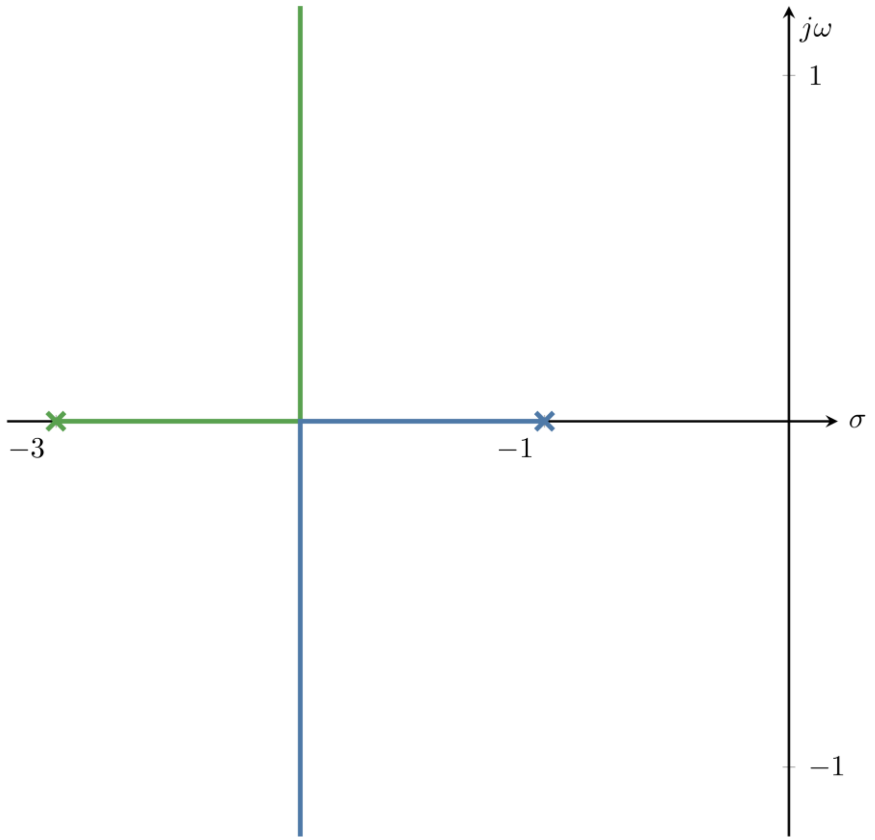
En algunos casos, tal vez el sistema no sea estable para todos los valores de ganancia. En este caso, es necesario volver a construir los lugares geométricos de la raíces para cumplir con las especificaciones de desempeño

Diseño por LGR

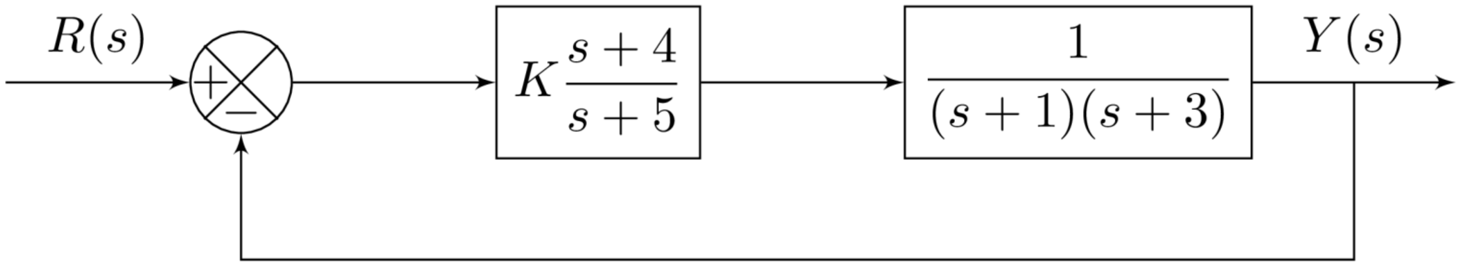
El enfoque del lugar geométrico de las raíces es muy usado en el diseño cuando se incorporan las especificaciones en términos del desempeño en el dominio del tiempo, tales como el factor de amortiguamiento y la frecuencia natural no amortiguada de los polos dominantes en lazo cerrado, el sobreimpulso máximo, el tiempo de subida y el tiempo de establecimiento

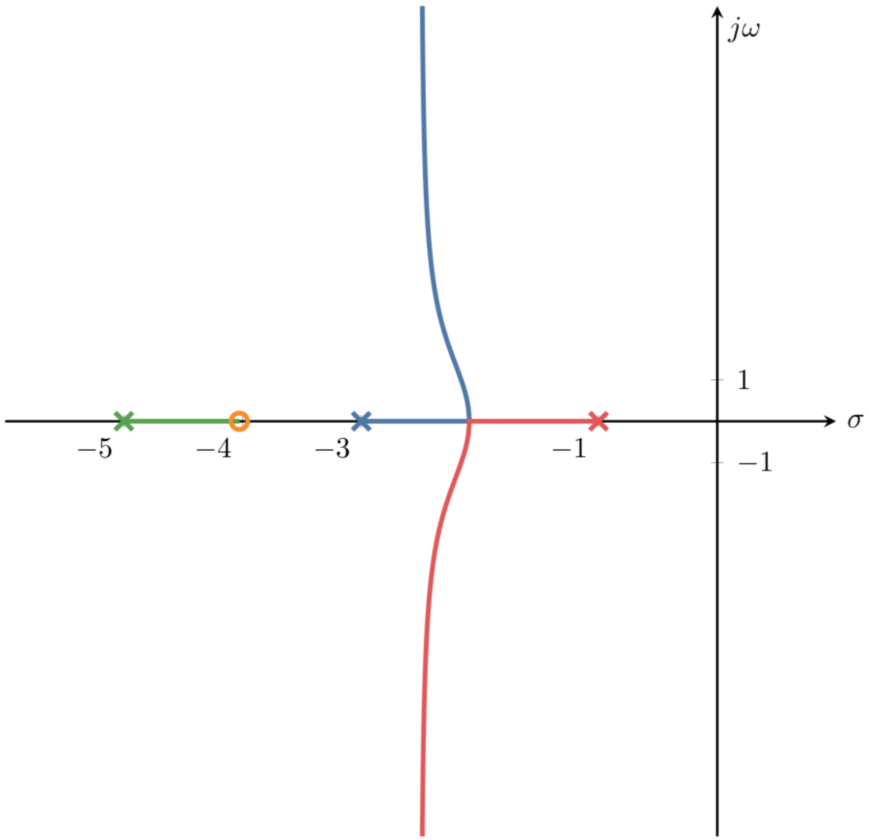
Diseño por LGR



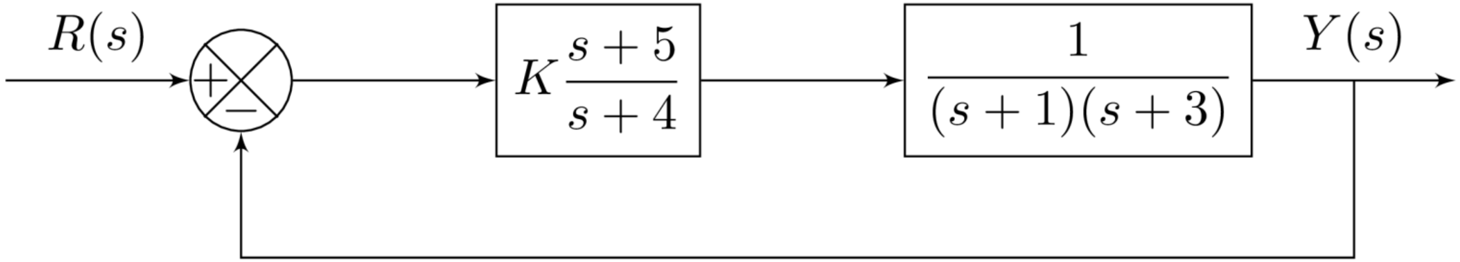


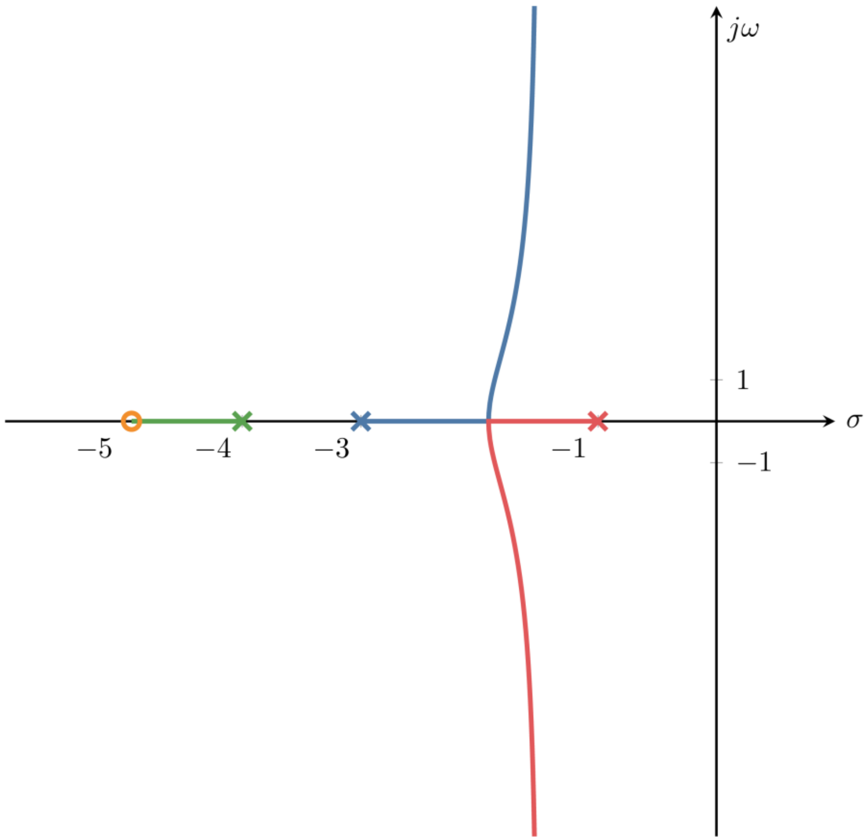
Compensador de adelanto



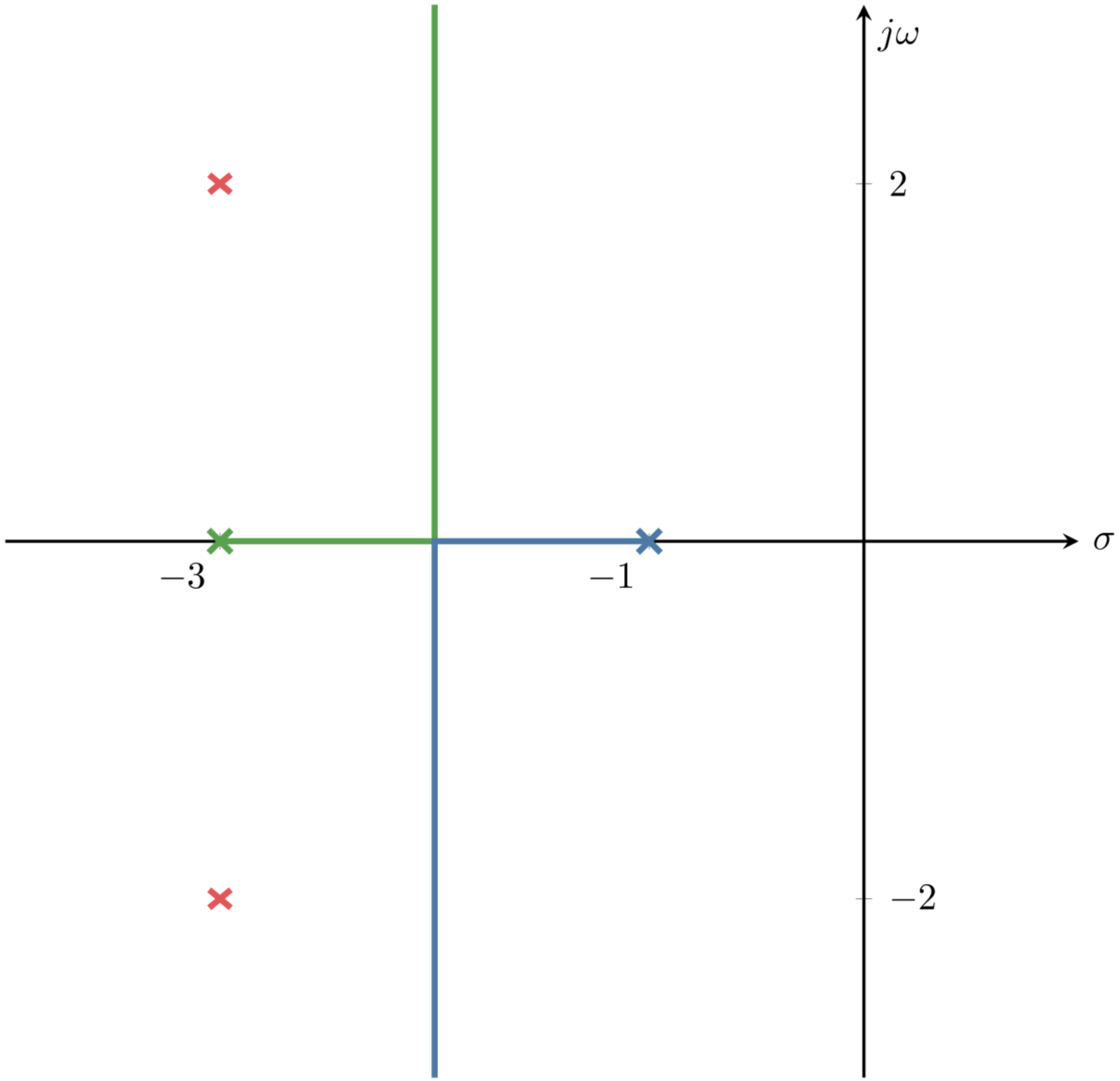


Compensador de atraso

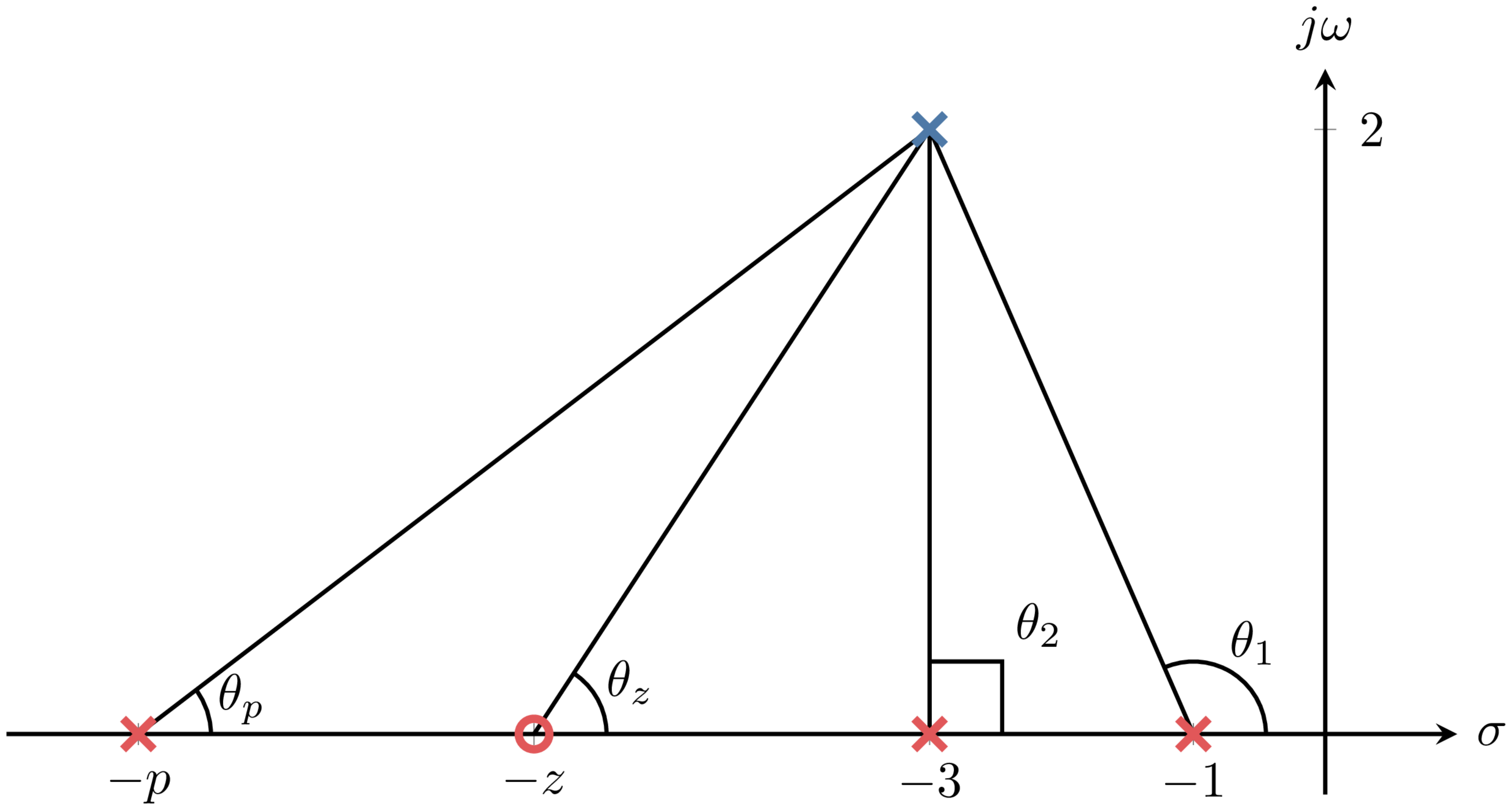




Ejemplo



Ejemplo

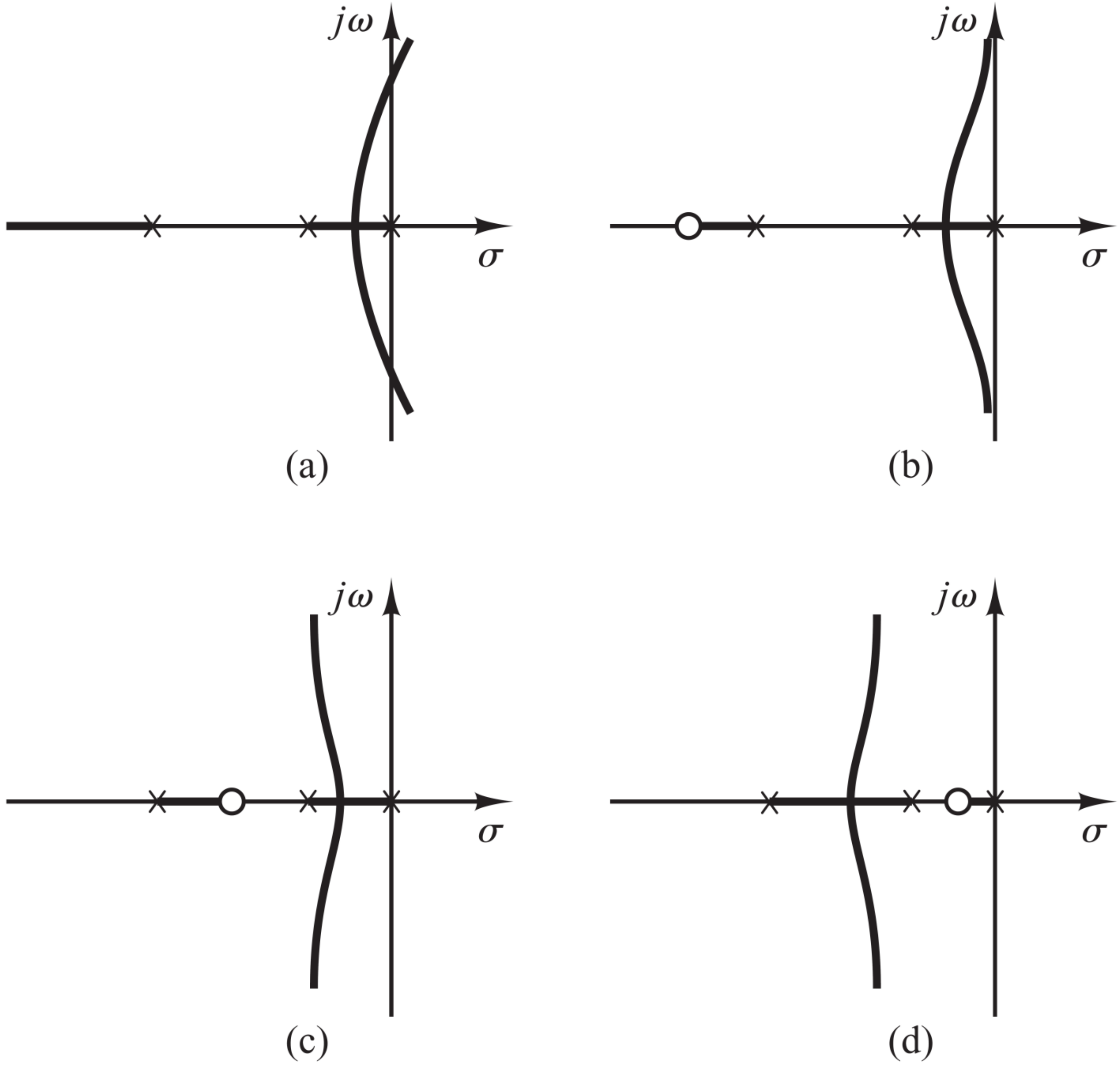


Diseño de compensadores por LGR

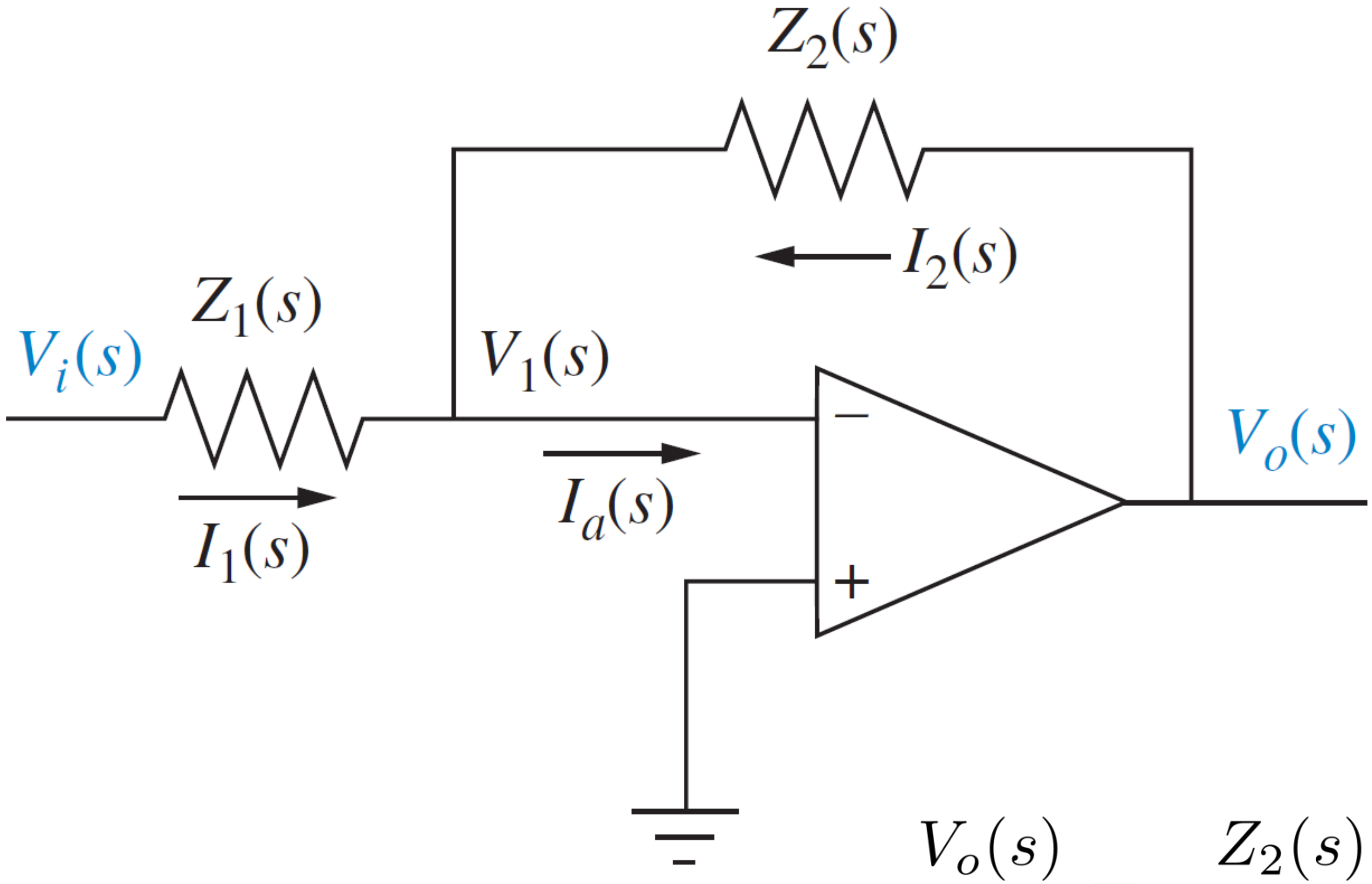
El diseño por el método LGR se basa en redibujar el LGR del sistema añadiendo polos y ceros a la función de transferencia en lazo abierto del sistema y hacer que el LGR pase por los polos en lazo cerrado deseados en el plano s

Este diseño se basa en la hipótesis de que el sistema en lazo cerrado tiene un par de polos dominantes, aunque generalmente no se cumpla

Efecto de adicionar polos y ceros



Realización circuital

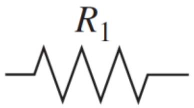
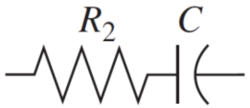
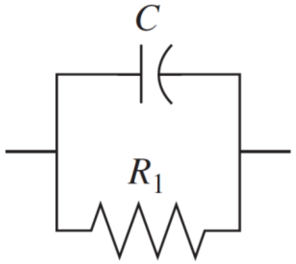
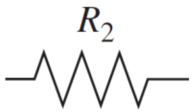
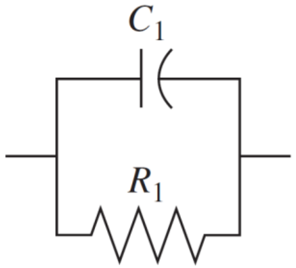
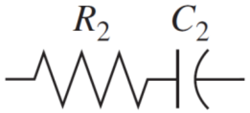


$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

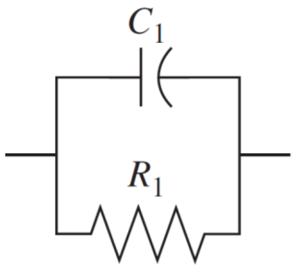
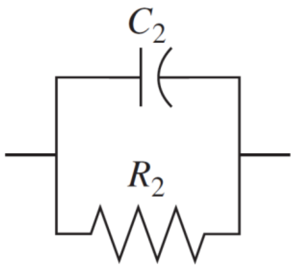
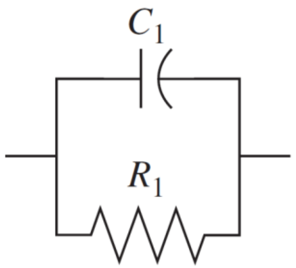
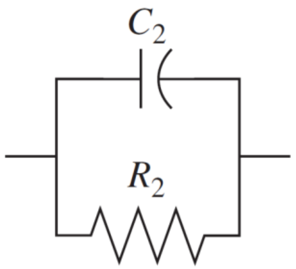
Realizaciones P, I & D

Function	$Z_1(s)$	$Z_2(s)$	$G_c(s) = -\dfrac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$
Gain	R_1	R_2	$-\dfrac{R_2}{R_1}$
Integration	R	C	$-\dfrac{\frac{1}{RC}}{s}$
Differentiation	C	R	$-RCs$

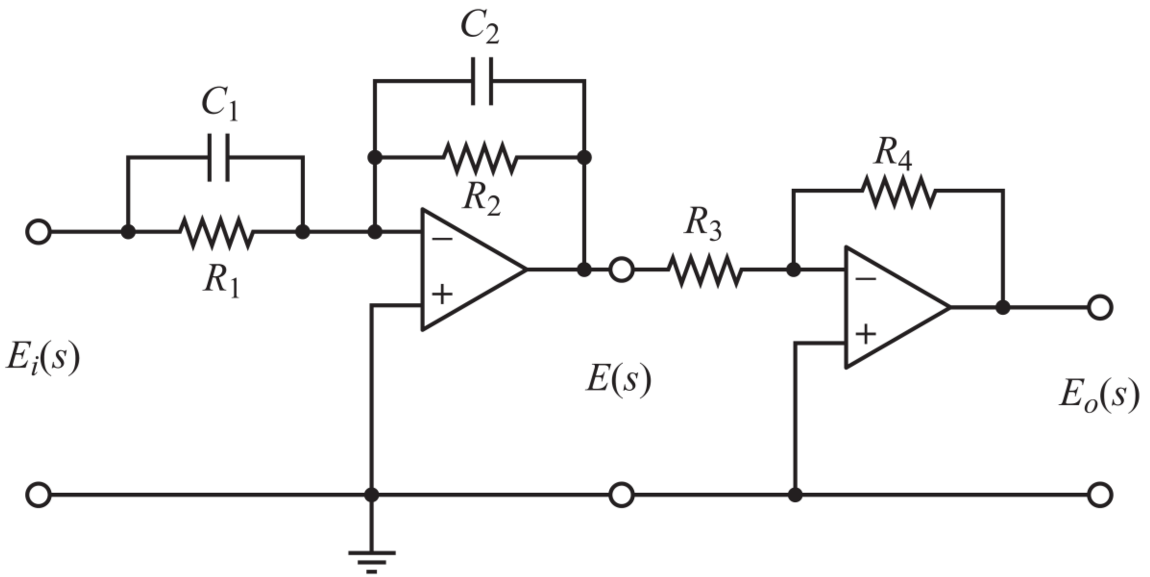
Realizaciones PI, PD & PID

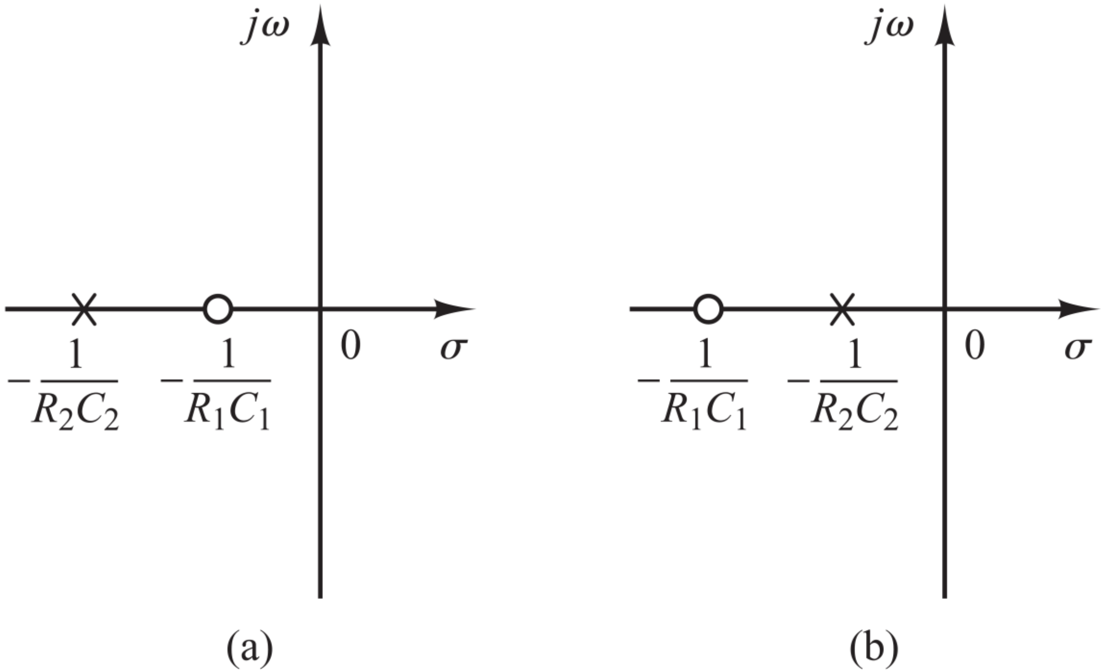
Function	$Z_1(s)$	$Z_2(s)$	$G_c(s) = -\dfrac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$
PI controller			$-\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{\left(s+\dfrac{1}{R_2C}\right)}{s}$
PD controller			$-R_2C\left(s+\dfrac{1}{R_1C}\right)$
PID controller			$-\left[\left(\dfrac{R_2}{R_1}+\dfrac{C_1}{C_2}\right)+R_2C_1s+\dfrac{\dfrac{1}{R_1C_2}}{s}\right]$

Realizaciones Lead & Lag

Function	$Z_1(s)$	$Z_2(s)$	$G_c(s) = -\dfrac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$
Lag compensation			$-\dfrac{C_1}{C_2}\dfrac{\left(s+\dfrac{1}{R_1C_1}\right)}{\left(s+\dfrac{1}{R_2C_2}\right)}$ where $R_2C_2 > R_1C_1$
Lead compensation			$-\dfrac{C_1}{C_2}\dfrac{\left(s+\dfrac{1}{R_1C_1}\right)}{\left(s+\dfrac{1}{R_2C_2}\right)}$ where $R_1C_1 > R_2C_2$

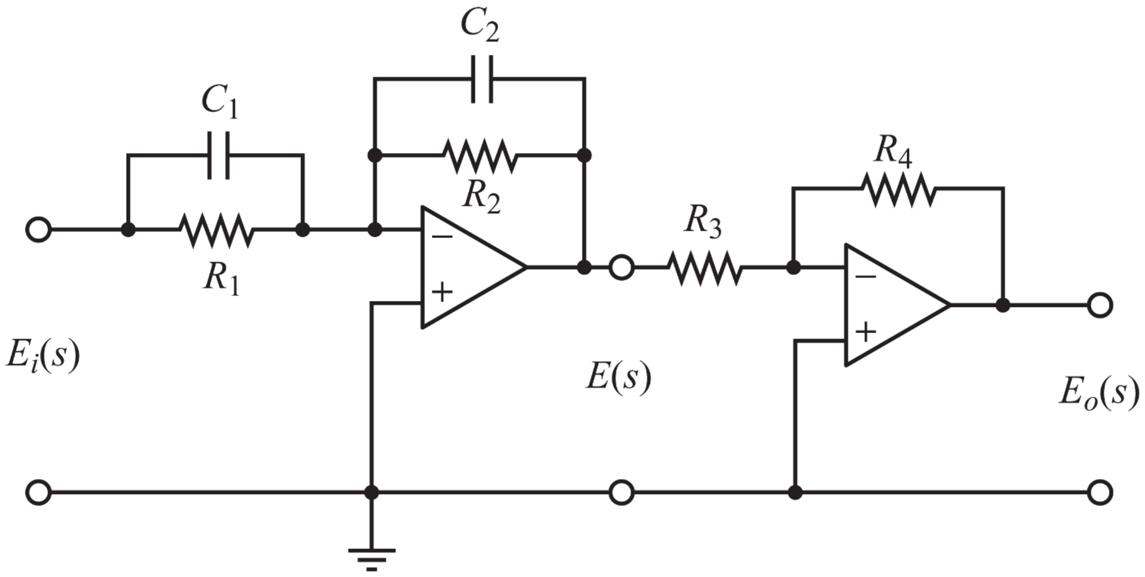
Compensador





Circuito electrónico y lugar de raíces para compensador de adelanto si $R_1C_1 > R_2C_2$ compensador de atraso si $R_1C_1 < R_2C_2$

Compensador



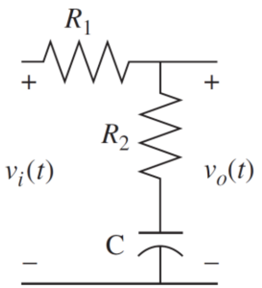
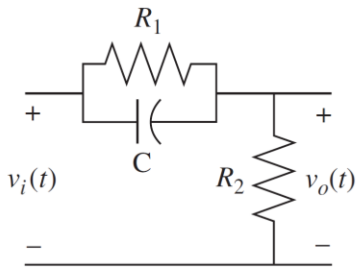
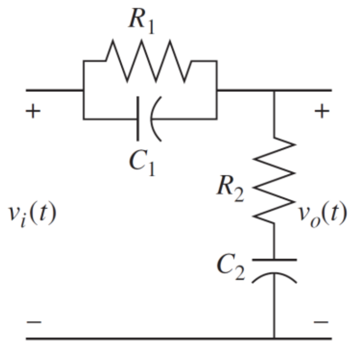
$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3}\frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1}$$

$$= \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2}\frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}}$$

$$= K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha T s + 1}$$

$$= K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$$

Realización pasiva

Function	Network	Transfer function, $\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$
Lag compensation		$\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\dfrac{s+\dfrac{1}{R_2C}}{s+\dfrac{1}{(R_1+R_2)C}}$
Lead compensation		$\dfrac{s+\dfrac{1}{R_1C}}{s+\dfrac{1}{R_1C}+\dfrac{1}{R_2C}}$
Lag–lead compensation		$\dfrac{\left(s+\dfrac{1}{R_1C_1}\right)\left(s+\dfrac{1}{R_2C_2}\right)}{s^2+\left(\dfrac{1}{R_1C_1}+\dfrac{1}{R_2C_2}+\dfrac{1}{R_2C_1}\right)s+\dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$