Theoretische Mechanik SS-2022

Klausur Aufgaben

Ausgabe: xx.xx.2022, Abgabe: xx.xx.2022, 11:30 Uhr via Moodle

Aufgabe 1: Zykloidenpendel

2+3+1+4 Punkte

Eine Perle der Masse m bewegt sich zwangsweise auf einem reibungsfreien Draht in Form einer Zykloide deren Parametergleichungen lauten

$$x = a(\phi - \sin \phi),$$

$$y = a(1 - \cos \phi)$$

die in einer vertikalen Ebene liegt. Wenn die Perle am Punkt O aus dem Ruhezustand startet:

- a) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit am unteren Ende des Weges.
- b) Zeigen Sie, dass die Perle Schwingungen mit einer Periode ausführt, die der eines einfachen Pendels der Länge $\ell=4a$ entspricht.
- c) Stellen Sie die ϕ -abhängige Lagrangefunktion auf.
- d) Berechnen Sie die Bewegungsgleichungen indem Sie: (i) die Lagrangegleichungen 1. Art, (ii) 2. Art, verwenden.

Aufgabe 2: Verständnisfragen

1+1 Punkte

- a) Für ein Teilchen im Gravitationsfeld, wie ändert sich seine Energie mit der Exzentrizität?
- b) Ein Karussell dreht sich gegen den Uhrzeigersinn mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω . Betrachten Sie, dass jemand tangential auf dem Karussell in Bewegungsrichtung des Karussells läuft, mit der Geschwindigkeit v (relativ zum Karussell) bei konstantem Radius R. Zeichnen Sie ein Diagramm mit allen Kräften, die im rotierenden Bezugssystem wirken, für die Fälle: (i) v=0, und (ii) $v\neq 0$.