

# Верификация параллельных программных и аппаратных систем



Курс лекций

---

Карпов Юрий Глебович  
профессор, д.т.н., зав.кафедрой  
“Распределенные вычисления и компьютерные сети”  
Санкт-Петербургского политехнического университета

[karpov@dcn.infos.ru](mailto:karpov@dcn.infos.ru)



# План курса

---

1. Введение
2. Метод Флойда-Хоара доказательства корректности программ
3. Исчисление взаимодействующих систем (CCS) Р.Милнера
4. Темпоральные логики
5. Алгоритм model checking для проверки формул CTL
6. Автоматный подход к проверке выполнения формул LTL
7. Структура Крипке как модель реагирующих систем
8. Темпоральные свойства систем
9. Система верификации Spin и язык Promela. Примеры верификации
10. Применения метода верификации model checking
11. BDD и их применение
12. Символьная проверка моделей
13. Количественный анализ дискретных систем при их верификации
14. Верификация систем реального времени ( I )
15. Верификация систем реального времени ( II )
16. Консультации по курсовой работе



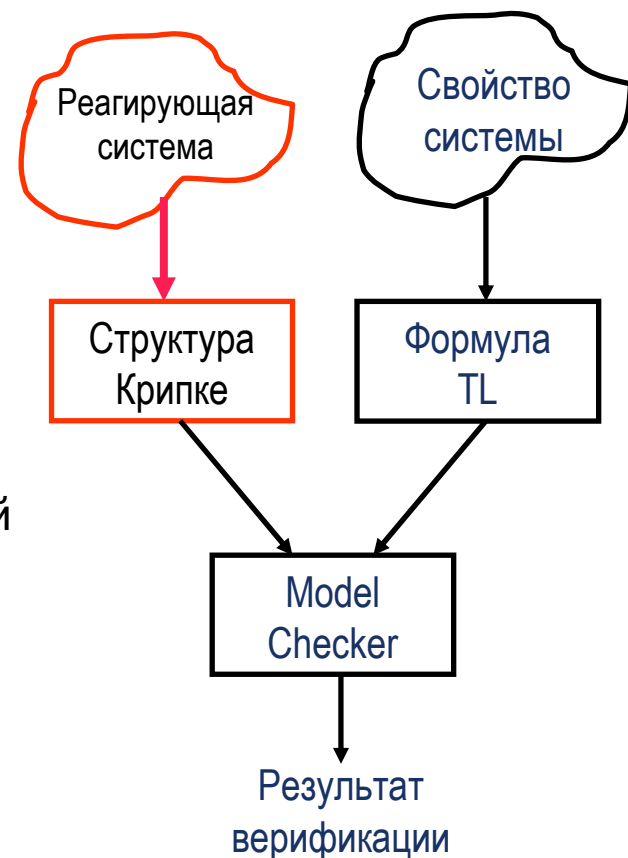
## *Лекция 7*

---

*Структура Крипке как модель реагирующих систем*

# Как строить структуру Крипке для программных процессов -общие положения

- В абстрактную модель (структуру Крипке) перевод из реальной системы часто неформален (и неоднозначен)
- Структура Крипке – конечная система переходов. В структуре Крипке многие свойства системы, содержащей параметры с бесконечной областью определения, не сохраняются. *Т.о., не все реальные свойства могут быть проверены*
- Например, известно, что проблема останова неразрешима. А свойство «программа завершится» - проверяется в структуре Крипке
- Для систем с конечным числом состояний автоматический перевод возможен в эквивалентную структуру Крипке
- Для реальных систем построение соответствующей структуры Крипке часто проводится в два этапа:
  - перевод в программу на ЯВУ, в которой все параметры ограничиваются конечными областями определения (ручное построение)
  - после этого структура Крипке строится автоматически



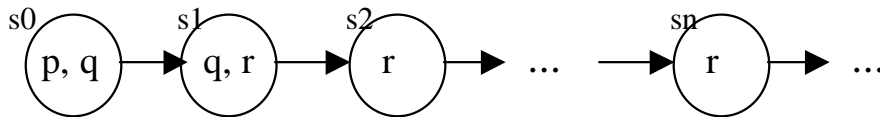
# Трансформационные программы vs Реагирующие системы (Amir Pnueli, 1977)

<i><b>Тип системы</b></i>	<i><b>Трансформационные программные системы</b></i>	<i><b>Реагирующие программные системы</b></i>
<i><b>Примеры</b></i>	Пакетная обработка данных, вычисление функции, распознавание образов, ...	Протоколы, системы логического управления, операционные системы, ...
<i><b>Цель</b></i>	Получение значения как функции исходных данных	Обеспечение определенных правил взаимодействия с окружением
<i><b>Вычисления</b></i>	Всегда конечны с получением результата в конце вычислений	Всегда бесконечны; системы никогда не завершаются
<i><b>Семантика</b></i>	<i>Функция:</i> выход программы является функцией от входных данных	<i>Поведение:</i> последовательность реакций системы на внешние события
<i><b>Спецификация (требования к системе)</b></i>	Например, в виде логических пред- и постусловий: $\{Pre\} S \{Post\}$	Например, в виде множества формул темпоральной логики: $M \models G(p \Rightarrow Fq)$

# Моделирование систем

Класс систем – реагирующие системы. Предмет анализа – их *поведение*

Стандартной моделью реагирующих систем являются системы переходов – состояния и переходы между ними



Состояние описывает информацию о системе в некоторый момент времени

Состояние светофора – какой горит свет

Состояние программы – текущие значения программных переменных И счетчик команд, указывающий на ту команду, которая будет выполняться следующей

Состояние аппаратной схемы – состояние регистров и входов

Атомарные предикаты – соотношения между параметрами состояния



# Моделирование систем (2)

Предмет анализа – *поведение систем*

*Что такое поведение?*

Поведение – (бесконечная) последовательность состояний

*Что такое состояние?*

Состояние – набор значений переменных и программного счетчика

*Что такое переход из состояния в состояние?*

Переход – изменение состояния, например, при выполнении оператора программы

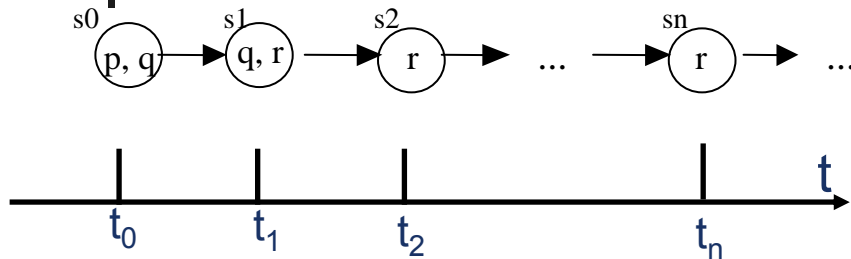
*Как реальная система переходит из одного состояния в другое?*

*Какова протяженность перехода во времени?*

*Что происходит в процессе перехода?*

*При построении модели мы от этого абстрагируемся!*

# Мгновенность переходов



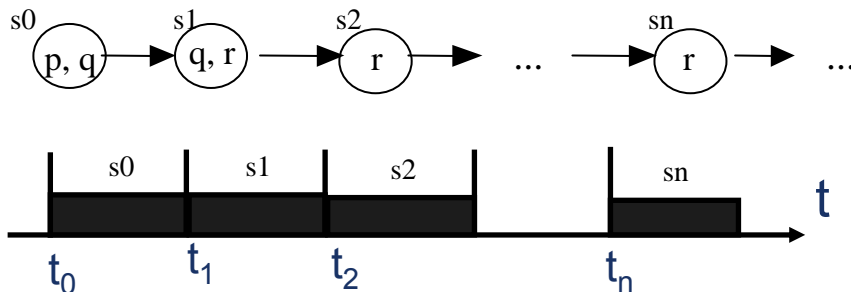
Как можно говорить о поведении системы (во времени), не упоминая время?

В темпоральной логике используется только порядок событий (состояний)

Принимается, что система находилась в некотором *стабильном* состоянии, а потом перешла в другое (стабильное) под влиянием выполнения оператора или события

Но как она перешла? Что было в процессе перехода? *Мы этим заниматься не хотим!!!*

При выполнении перехода система не проходит промежуточные состояния. Не существует части перехода. Система переходит из состояния в состояние *«мгновенно»*



Мы не можем использовать термин *«мгновенно»*, это связано со временем

Вместо мгновенности мы говорим об *«атомарности»* переходов



# Фрагменты программ, системы переходов и структуры Крипке

$x=3, y=6$

P::

k0:  $x := 8$ ;

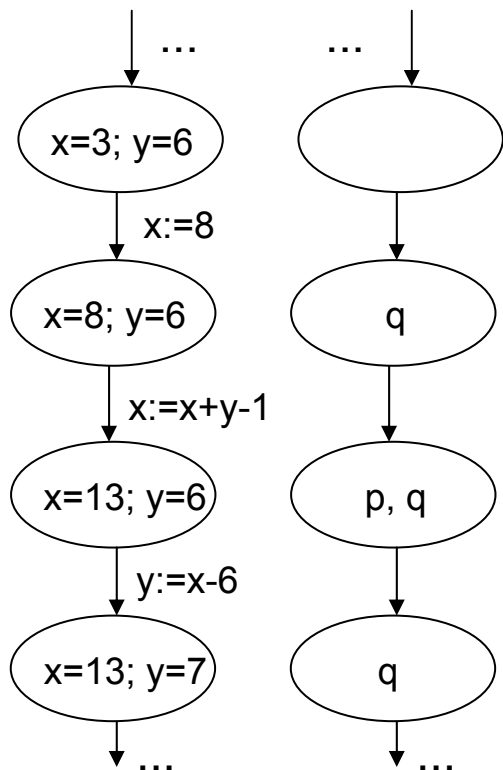
k1:  $x := x + y - 1$ ;

k2:  $y := x - 6$ ;

k3: end

$p = x > 2 * y$

$q = y < x$

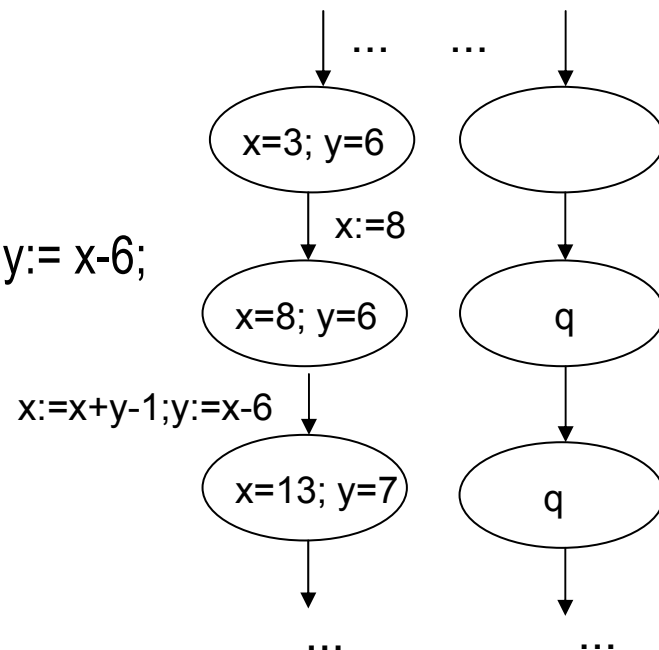


P::

k0:  $x := 8$ ;

k1:  $x := x + y - 1$ ;  $y := x - 6$ ;

k3: end



Гранулярность переходов – до какого предела?

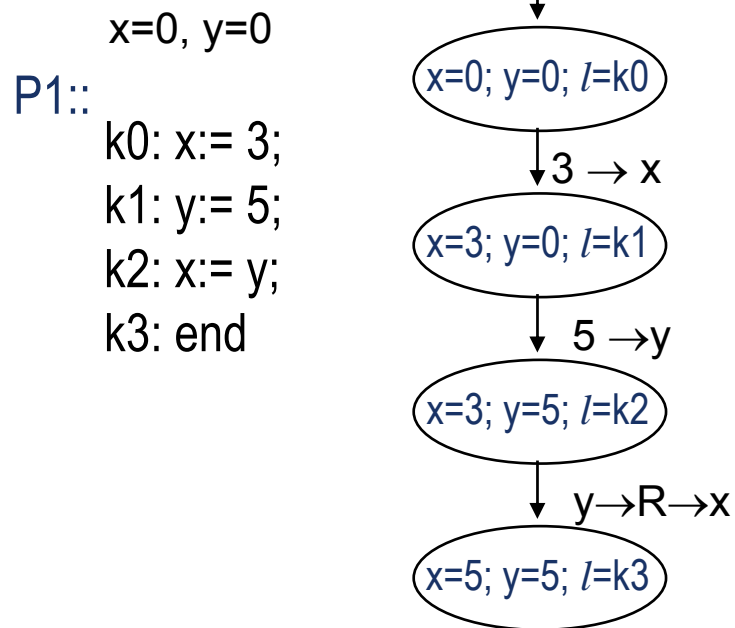
На что это влияет?

Чем руководствоваться при построении модели?

# Finite-state programs : атомарность и гранулярность переходов

Доступ к памяти - атомарный: невозможно “увидеть” часть слова

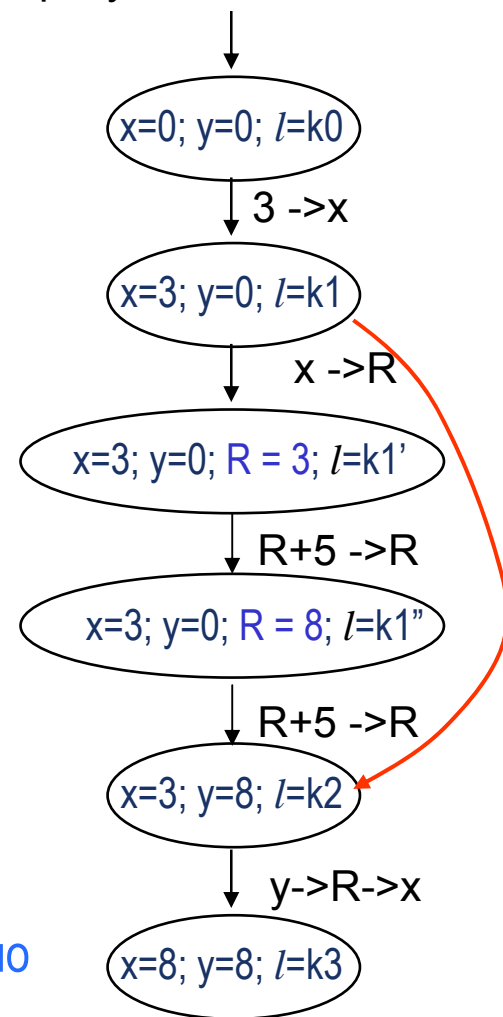
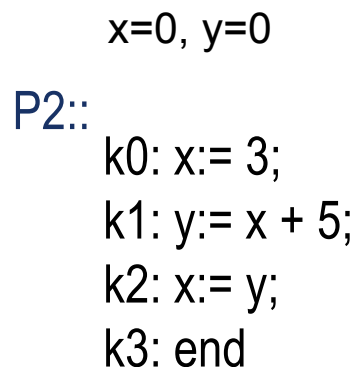
Операции процессора - атомарные: невозможно “увидеть” часть результата



$x := 3$  - обычно одна операция процессора

$x := y$  - обычно две операции процессора

$y := x + 5$ ; - обычно три операции процессора



Где это важно? В последовательных системах обычно неважно

# Эффект интерливинга

$x=0$

P1::

k0:  $x++$ ;

k1:  $x++$ ;

k2: end

P2::

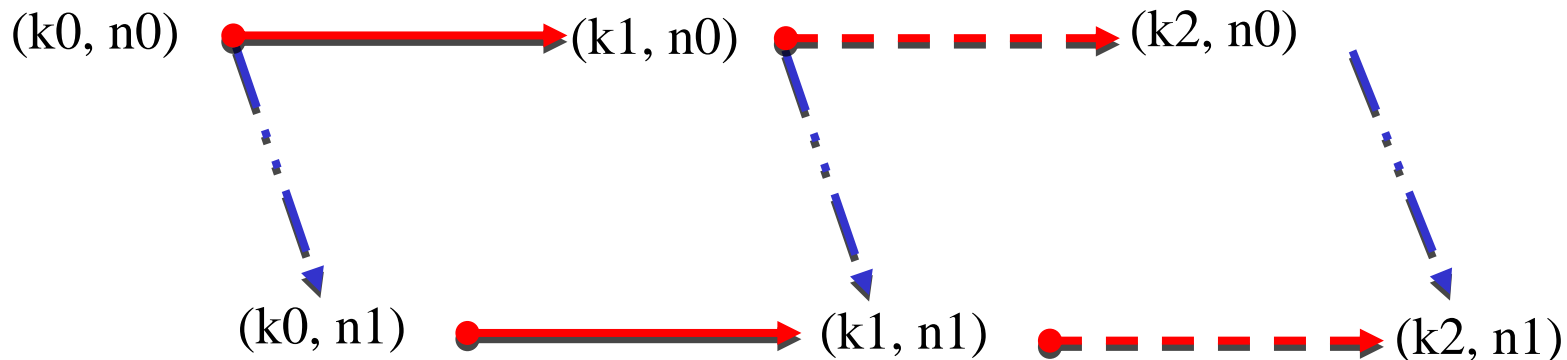
n0: print(x);

n1: end

P1 :: k0:  $\xrightarrow{x+}$  k1:  $\xrightarrow{x++}$  k2: end

P2 :: n0:  $\xrightarrow{\text{print}(x)}$  n1: end

P1 || P2 ::



Как результат можем получить на печати 0, 1 или 2

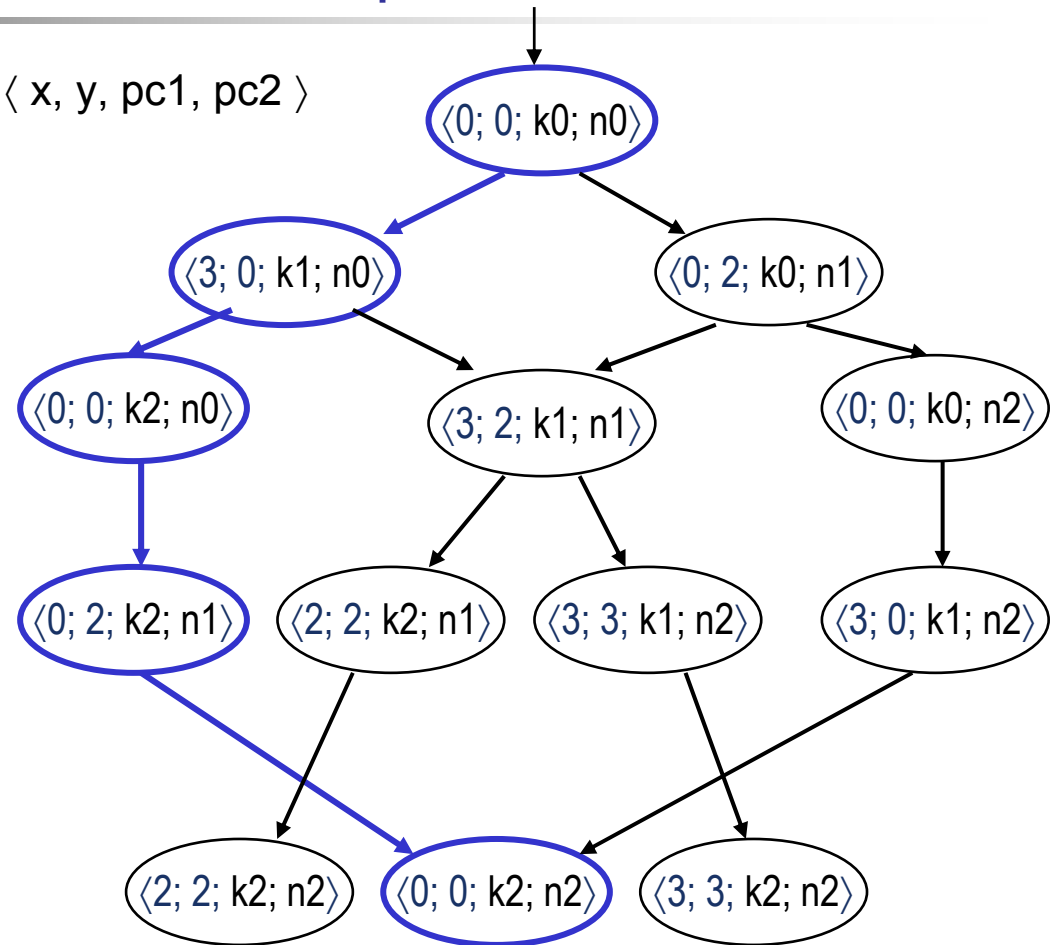
$\langle x, y, pc1, pc2 \rangle$ 

P2::


```
n0: y := 2;
```

n1:  $y := x$  ;

n2: end



При анализе параллельных процессов нельзя делать никаких предположений об относительных скоростях выполнения процессов или стратегии планировщика процессов.



# Непредсказуемость результатов выполнения параллельных процессов

Большинство ошибок в параллельных программах – из-за непредвиденных перекрытий операций параллельных процессов. Например, ошибки, найденные в DeepSpace 1

```
byte state = 1;
proctype A( ) {
  byte tmp; (state==1) -> tmp = state; tmp = tmp+1;
  state = tmp
}
proctype B( ) {
  byte tmp; (state==1) -> tmp = state; tmp = tmp-1;
  state = tmp
}
init {
  run A(); run B()
}
```

Если какой-нибудь процесс завершится до того, как другой процесс выполнит проверку `state==1`, то “запоздавший” процесс будет навсегда заблокирован. Если проверка условия выполнится процессами до того, как другой процесс завершится, то оба процесса завершатся, но значение переменной `state` будет непредсказуемым – она может принять любое значение: 0, 1 или 2

# Параллельные процессы: гранулярность переходов

$(x=1; y=2)$  – начальное состояние

Process A::	Process B::
...	...
k: $x:=x+y$	m: $y:=y+x$
...	...

**1 вар.** Если сложение *реализовано*, как одна атомарная операция процессора, то интерливинг даст два возможных результата:  $(x=3; y=5)$ ,  $(x=4; y=3)$

$k_0$ : LD $R_A, x$	$m_0$ : LD $R_B, y$
$k_1$ : ADD $R_A, y$	$m_1$ : ADD $R_B, x$
$k_2$ : ST $R_A, x$	$m_2$ : ST $R_B, y$

**2 вар.** Если сложение *реализовано*, как три атомарных операции процессора, то интерливинг даст три возможных результата:  $(x=3; y=5)$ ,  $(x=4; y=3)$ ,  $(x=3; y=3)$

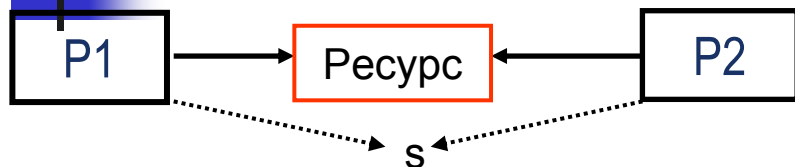
Пусть наличие состояния  $(x=3; y=3)$  нарушает некоторое проверяемое свойство R

Если в реализации - 1 вариант, а в модели используется 2 вариант, то мы *ошибочно получим*, что в системе свойство R не выполняется

Если в реализации 2 вариант, а в модели используется 1 вариант, то мы *ошибочно получим*, что в системе свойство R выполняется

Преобразование в модель должно учитывать реализацию

# Проблема взаимного исключения



$s=1$  – ресурс свободен

P1::



Pn::



P1::

```
k0: noncritical1;  
k1: if  $s>0$  then  $s:=s-1$  else goto k1;  
k2: critical1;  
k3:  $s:=s+1$ ;  
k4: goto k0;
```

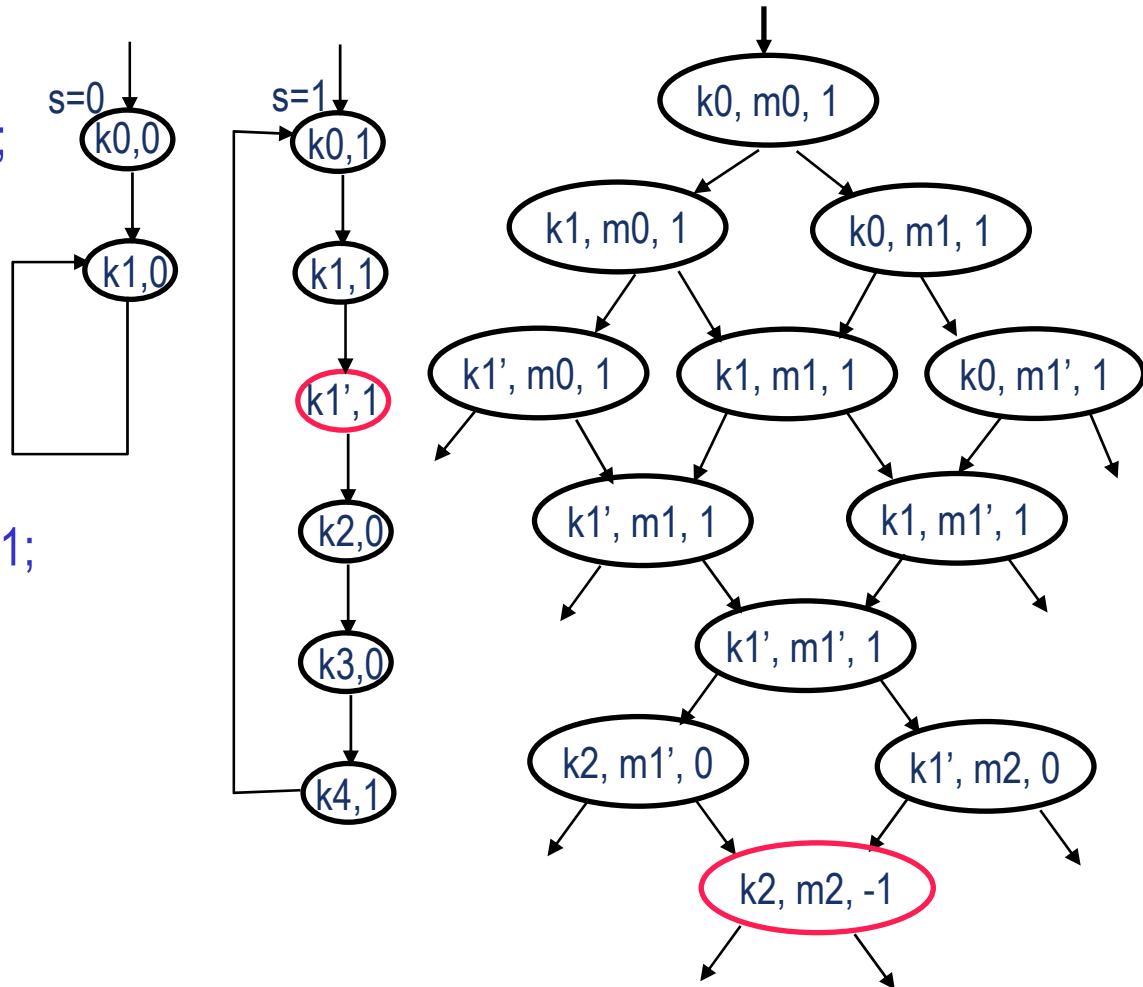
P2::

```
m0: noncritical2;  
m1: if  $s>0$  then  $s:=s-1$  else goto m1;  
m2: critical2;  
m3:  $s:=s+1$ ;  
m4: goto m0;
```

# Одно из решений проблемы взаимного исключения

P1:: k0: noncritical1;  
 k1: if  $s > 0$  then  $s := s - 1$  else goto k1;  
 k2: critical1;  
 k3:  $s := s + 1$ ;  
 k4: goto k0;

P2:: m0: noncritical2;  
 m1: if  $s > 0$  then  $s := s - 1$  else goto m1;  
 m2: critical2;  
 m3:  $s := s + 1$ ;  
 m4: goto m0;



Решение некорректно: оператор  $m$ : if  $s > 0$  then  $s := s - 1$  else goto  $m$  состоит из двух операторов



# Другое решение проблемы взаимного исключения

$x1=0$

$x2=0$

P1::

- k0: noncritical1;
- k1:  $x1 := 1$ ;
- k2: await  $x2 = 0$ ;
- k3: critical1;
- k4:  $x1 := 0$ ;
- k5: goto k0;

P2::

- m0: noncritical2;
- m1:  $x2 := 1$ ;
- m2: await  $x1 = 0$ ;
- m3: critical2;
- m4:  $x2 := 0$ ;
- m5: goto m0;

Ресурс

P1||P2::

M1=k0; M2=m0;  $x1=0$ ;  $x2=0$ ;

noncritical1

noncritical2

M1=k1; M2=m0;  $x1=0$ ;  $x2=0$ ;

M1=k0; M2=m1;  $x1=0$ ;  $x2=0$ ;

$x1:=1$

noncritical2

...

M1=k2; M2=m0;  $x1=1$ ;  $x2=0$ ;

M1=k1; M2=m1;  $x1=0$ ;  $x2=0$ ;

Ю.Г.Карпов

Логика и теория автоматов

P1::

M1=k0;  $x1=0$ ;

noncritical1

M1=k1;  $x1=0$ ;

$x1:=1$

M1=k2;  $x1=1$ ;

await  $x2=0$

M1=k3;  $x1=1$ ;

critical1

M1=k4;  $x1=1$ ;

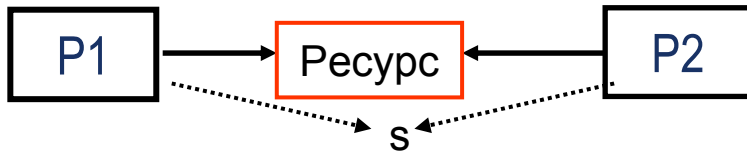
$x1:=0$

M1=k5;  $x1=0$ ;

goto k1<sub>17</sub>

# Семафоры

Если оператор  $m: \text{if } s > 0 \text{ then } s := s - 1$  сделать **мгновенным**, то решение будет корректным. Но это тоже доступ к общему ресурсу! **Т.е. замкнутый круг!!**



Нам не нужно мгновенное, нам нужно атомарное выполнение операции

Семафоры и операции над ними обеспечивают **атомарное**, **неделимое (но не мгновенное)** выполнение стандартной операции доступа к общему ресурсу – общей переменной

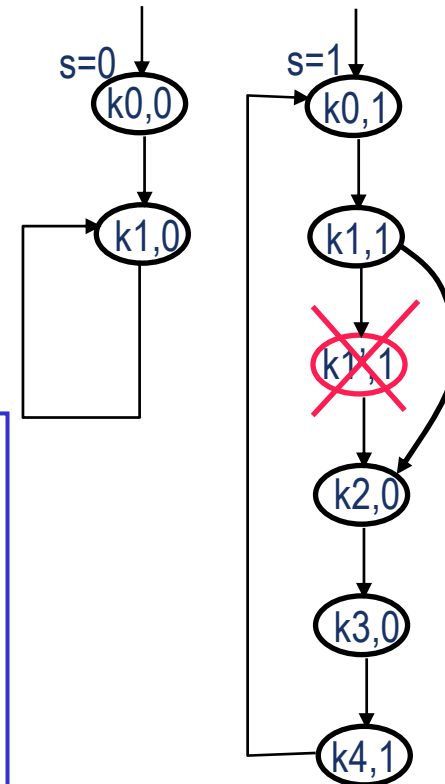
$P(s) \equiv m: \text{if } s > 0 \text{ then } s := s - 1$   
выполняется атомарно

$V(s) \equiv s := s + 1$  выполняется атомарно

P1::  
k0: noncritical1;  
k1: if  $s > 0$  then  $s := s - 1$ ;  
k2: critical1;  
k3:  $s := s + 1$ ;  
k4: goto k0;

Взаимное исключение  
с помощью семафора

P1::  
k0: noncritical1;  
k1: P(s);  
k2: critical1;  
k3: V(s);  
k4: goto k0;





## Как в системах верификации?

- В реальных системах может быть любая степень грануляции – от микрокоманд до групп операторов, защищенных семафорами или другими средствами синхронизации
- Разработчик модели сам ответственен за то, будет ли модель адекватно отражать поведение системы (верификация мощна настолько, насколько адекватной является построенная для анализа модель)
- Неделимой единицей является обычно **оператор входного языка** системы верификации. Он целиком либо выполняется, либо нет.
- Атомарные последовательности операторов должны быть явно объявлены, например, специальные скобки  $\langle \dots \rangle$
- В Promela: атомарными являются
  - любой отдельный оператор  $x = f(x, y)$ , например  $m = (a > b \rightarrow a : b)$
  - *atomic* { ... } – группа операторов, заключенная в скобки с *atomic*



# Выполнение параллельных процессов с атомарной цепочкой операторов

```
byte state = 1;
```

```
proctype A( ) {  
  atomic { (state==1) -> state = state+1 }  
}
```

```
proctype B( ) {  
  atomic { (state==1) -> state = state-1 }  
}
```

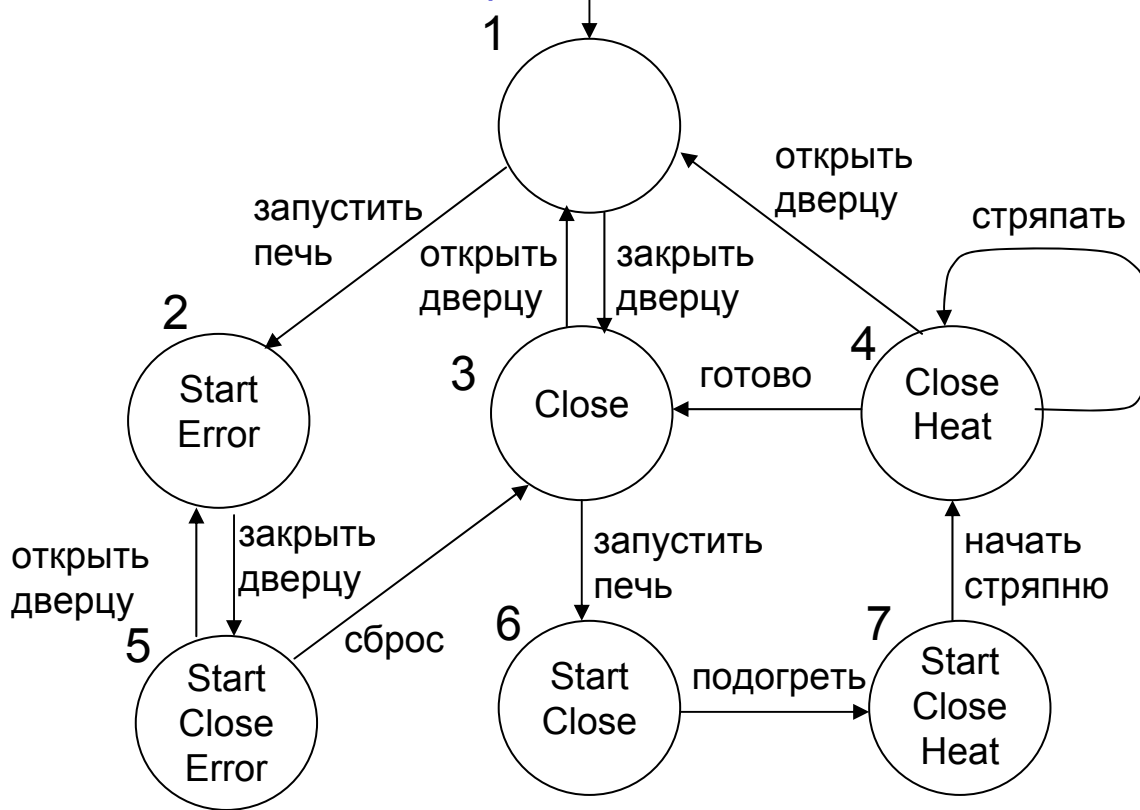
```
init {  
  run A( ); run B( )  
}
```

Как будет себя вести  
параллельная программа???

Значение переменной `state` станет равным 2 или 0, в зависимости от того, какой из процессов, A или B, первым выполнит свою атомарную операцию. Другой процесс будет при этом заблокирован навсегда

# Системы, специфицированные в виде КА

## Описание микроволновой печи как конечного автомата



Код генерируется по спецификации системы, представленной в виде системы переходов

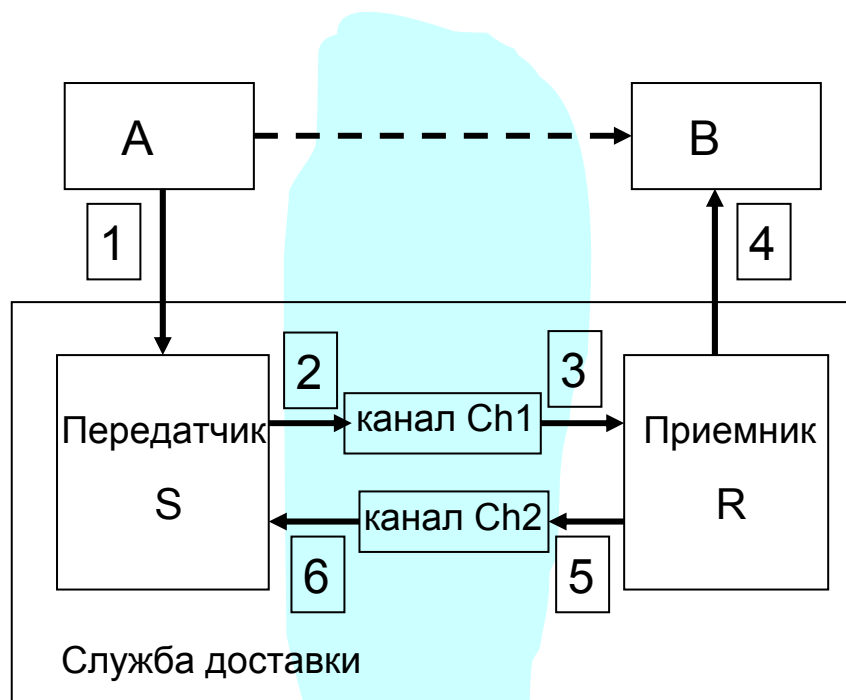
Структура Крипке получается отбрасыванием действий на переходах – неважно, какие последовательности входов привели к ошибке

Можно проверить систему относительно любой спецификации, основанной на атомарных предикатах, например:  $\mathbf{AG}(\neg \text{Close} \Rightarrow \neg \text{Heat})$

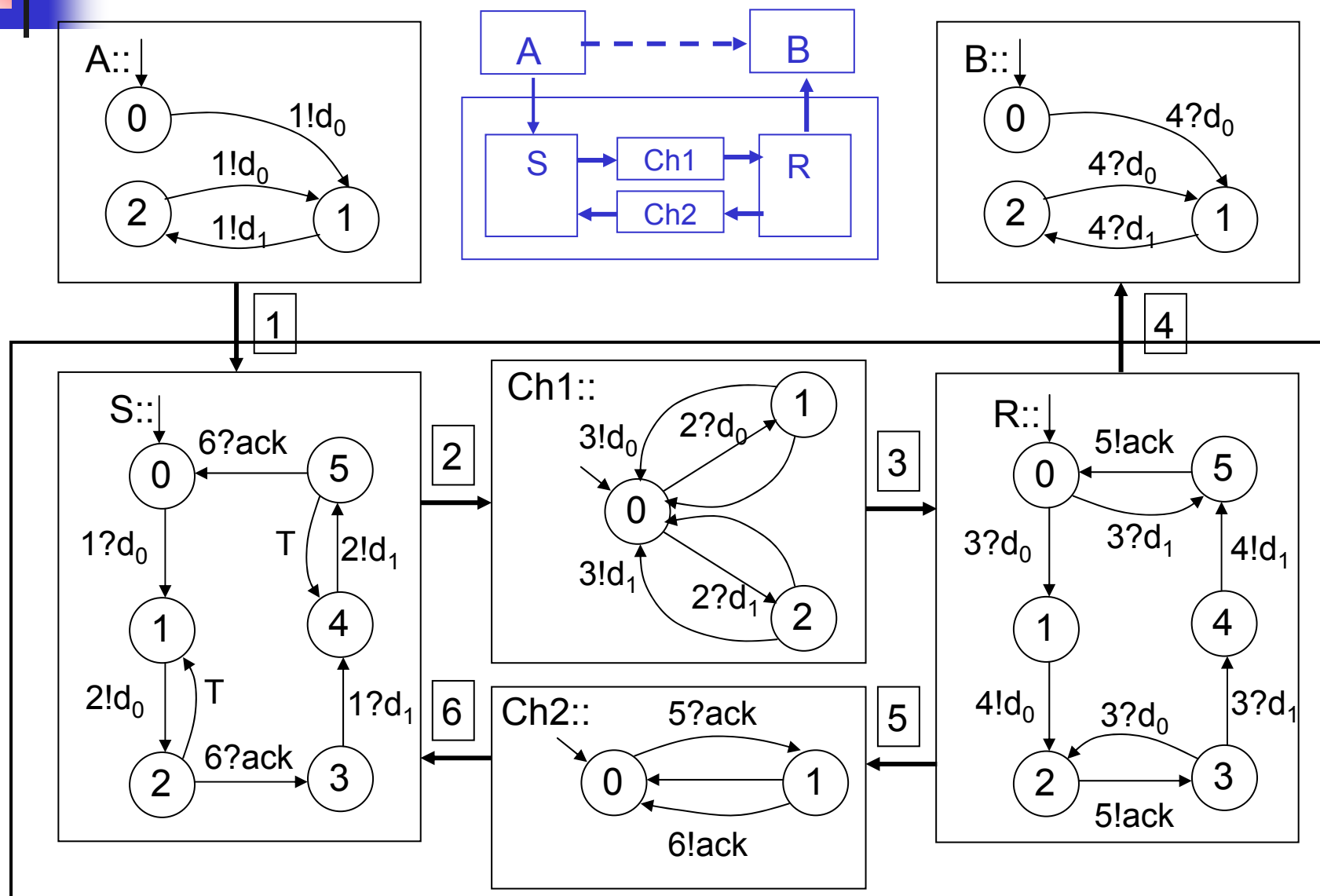
*“В любом состоянии всегда при открытой дверце нагревание не происходит”*

# Параллельные системы, специфицированные в виде взаимодействующих КА

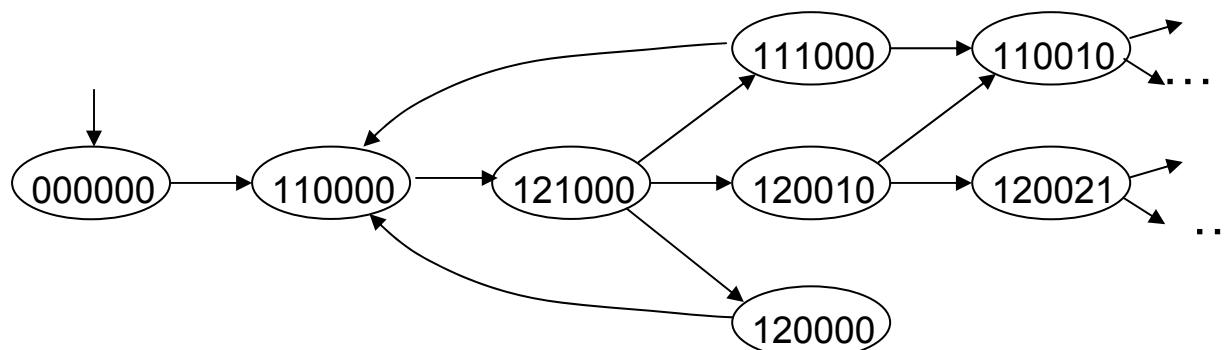
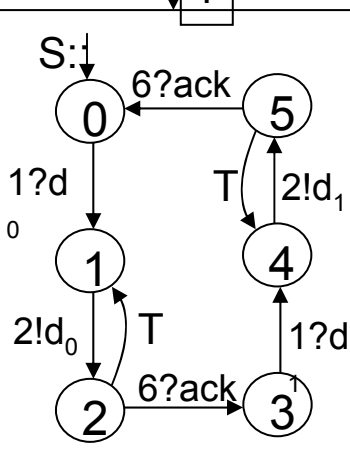
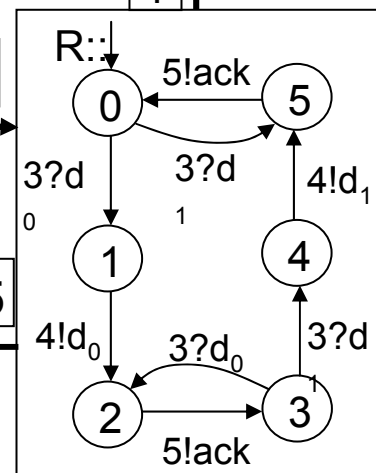
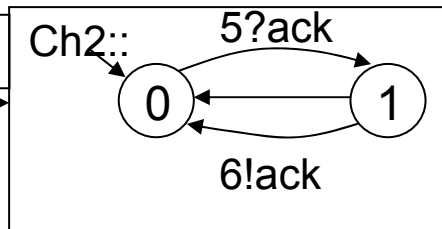
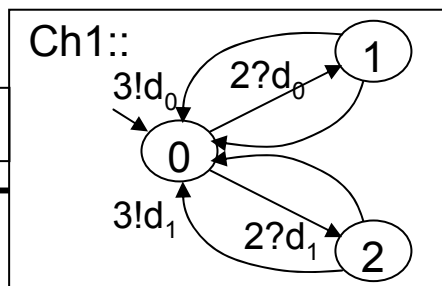
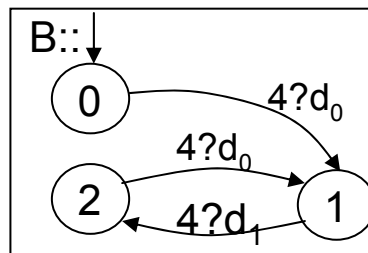
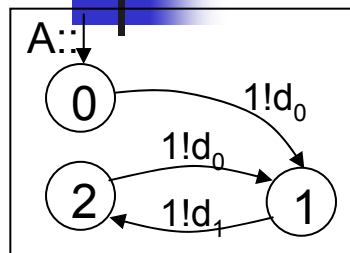
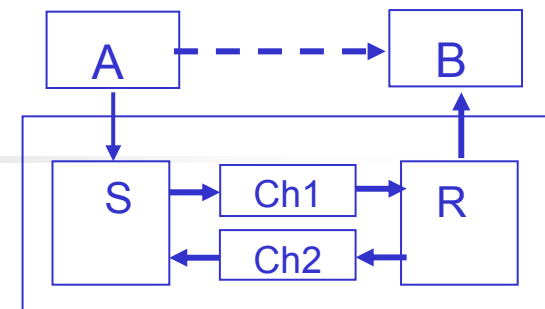
## Архитектура протокола PAR



# Автоматы, моделирующие протокол PAR



# Система переходов протокола PAR

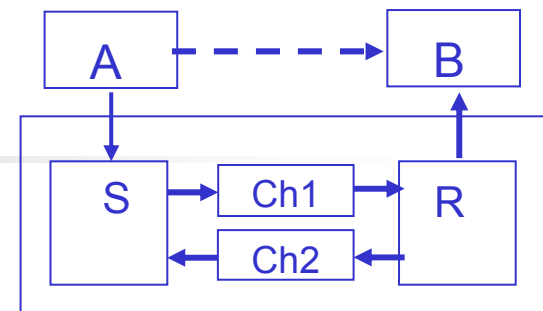
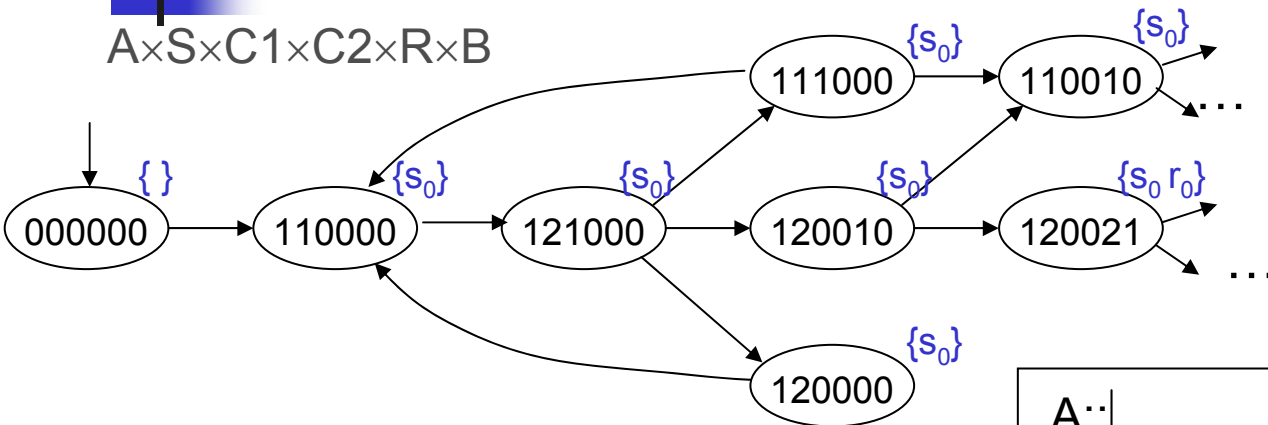


$A \times S \times C1 \times C2 \times R \times B$



# Структура Крипке протокола PAR

$A \times S \times C1 \times C2 \times R \times B$



Атомарные предикаты:

$s_k$ : A послал сообщение, занумерованное  $k$

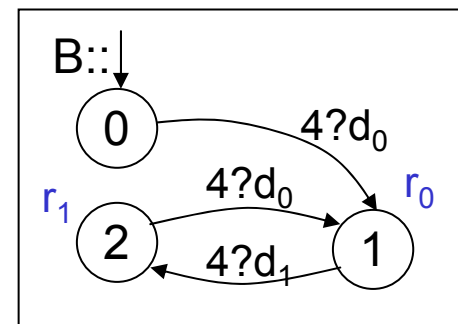
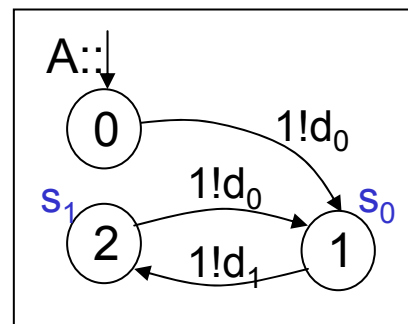
$r_k$ : B принял сообщение, занумерованное  $k$

$s_0$  истинен в состоянии 1 автомата A

$s_1$  истинен в состоянии 2 автомата A

$r_0$  истинен в состоянии 1 автомата B

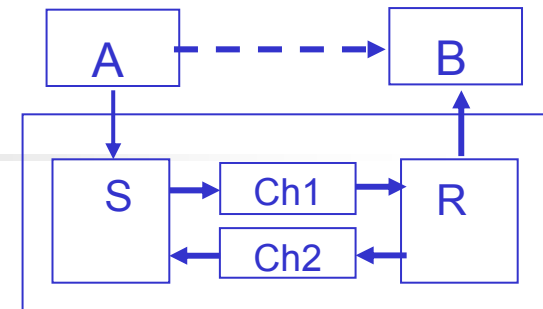
$r_1$  истинен в состоянии 2 автомата B



$000000\{\} \rightarrow 110000\{s_0\} \rightarrow 121000\{s_0\} \rightarrow 120010\{s_0\} \rightarrow 110021\{s_0, r_0\} \rightarrow \dots$

$\{\} \rightarrow \{s_0\} \rightarrow \{s_0\} \rightarrow \{s_0\} \rightarrow \{s_0, r_0\} \rightarrow \dots$

# Спецификация протокола PAR



Spec1:  $\mathbf{G}((s_0 \Rightarrow \mathbf{F}s_1) \wedge (s_1 \Rightarrow \mathbf{F}s_0))$

*“для любого состояния вычислений верно, что если A послал сообщение, то когда-нибудь в будущем он сможет послать следующее”*

Spec 2:  $\mathbf{G}(s_0 \Rightarrow (\neg s_1 \mathbf{U} r_0)) \wedge \mathbf{G}(r_0 \Rightarrow (\neg r_1 \mathbf{U} s_1)) \wedge \mathbf{G}(s_1 \Rightarrow (\neg s_0 \mathbf{U} r_1)) \wedge \mathbf{G}(r_1 \Rightarrow (\neg r_0 \mathbf{U} s_0))$

*“если A послал сообщение, то он не посылает следующее, пока B не примет его, и если B принял сообщение, то он не принимает никакого другого сообщения, пока A не пошлет следующее”*

## Ошибочная траектория протокола PAR

000000{ } → A посылает сообщение  $d_0$  передатчику S →  
110000{ $s_0$ } → S посылает  $d_0$  в канал  $Ch_1$  →  
121000{ $s_0$ } →  $Ch_1$  доставляет  $d_0$  приемнику R →  
120010{ $s_0$ } → “нетерпеливый передатчик” не дождался подтверждения →  
110010{ $s_0$ } → приемник R доставляет  $d_0$  пользователю B →  
110021{ $s_0, r_0$ } → передатчик повторно посылает  $d_0$  в канал  $Ch_1$  →  
121021{ $s_0, r_0$ } → приемник R посылает в канал  $Ch_2$  подтверждение приема  $d_0$  →  
121131{ $s_0, r_0$ } → передатчик S получает из  $Ch_2$  подтверждение приема  $d_0$  →  
131031{ $s_0, r_0$ } → канал  $Ch_1$  повторно доставляет  $d_0$  приемнику R →  
130021{ $s_0, r_0$ } → передатчик S принимает от A новые данные  $d_1$  →  
240021{ $s_1, r_0$ } → S передает эти данные в канал  $Ch_1$  →  
252021{ $s_1, r_0$ } → R передает в  $Ch_2$  подтверждение получения  $d_0$  →  
252131{ $s_1, r_0$ } → канал  $Ch_1$  теряет сообщение  $d_1$  →  
250131{ $s_1, r_0$ } → S получает подтверждение от  $Ch_2$  (ошибочно считает, что  $d_1$  дошло) →  
200031{ $s_1, r_0$ } → S принимает от A новые данные  $d_0$  →  
110031{ $s_0, r_0$ } → S посылает  $d_0$  в канал  $Ch_1$  **здесь нарушение  $G(s_1 \Rightarrow (\neg s_1 Ur_1))$**  →  
121031{ $s_0, r_0$ } →  $Ch_1$  доставляет  $d_0$  приемнику R → ...

Некорректность протокола устанавливается обнаружением неправильной последовательности событий на вычислениях. События устанавливаются с помощью атомарных предикатов, связанных с состояниями

# Как строить систему переходов из программ

$V = \{v_1, \dots, v_n\}$  – множество переменных, принимающих значения в  $D$ ,  $v_i \in D$

$D$  - конечно

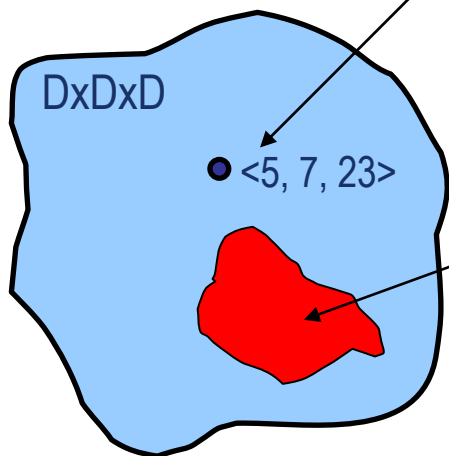
$s: V \rightarrow D$

Состояние  $s = \{v_1=5; v_2=3; v_3=23\}$

$s(v_1)=5; s(v_2)=3; s(v_3)=23$

Но это можно рассматривать как предикат!  $(v_1=5) \& (v_2=3) \& (v_3=23)$

Итак, предикат задает состояние системы



Множество состояний – предикат, например:  $S = (v_1 > v_2) \& \neg v_3 = 6$

Вывод: Предикатом – формулой над множеством переменных из  $V$  - можно задать как одно состояние, так и множество состояний

Множество состояний, определяемых формулой (предикатом)  $S(V)$ , это множество таких значений переменных из  $V$ , на которых предикат  $S$  истинен

Переход – это упорядоченная пара состояний  $\langle s, s' \rangle \in \Omega^2$

Множество переходов можно тоже задать предикатом  $\mathcal{R}(V, V')$

Множество переходов - это множество пар  $\langle s, s' \rangle$  из  $V \times V'$ , таких, что  $\mathcal{R}(V, V') = \text{True}$



# Логика и структура Крипке

---

Пусть задана реактивная система с множеством переменных  $V$  над областью  $D$

Структура Крипке –  $K = (S, S_0, R, L)$

Множество состояний  $S$  – предикат  $\Omega$ , т.е. множество всех  $V \rightarrow D$

Множество начальных состояний  $S_0$  – предикат  $\Omega_0$

Множество переходов  $R$  – множество таких пар  $\langle s, s' \rangle$ , таких, что  $\mathcal{R}(V, V') = \text{True}$

Атомарные утверждения  $AP$  – отношение на множестве значений переменных, например  $x > 2 * y$

Утверждение  $x > 2 * y$  истинно в состоянии  $s$ , если  $s(x) > 2 * s(y)$

Функция пометок  $L: S \rightarrow 2^{AP}$

Для каждого состояния  $s$  – это множество атомарных утверждений, истинных в  $s$

# Моделирование программ

Состояние программы - мгновенный снимок  $\langle V, PC \rangle$

- множества значений всех переменных из  $V$
- значения счетчиков команд  $pc$  для каждого из параллельных процессов

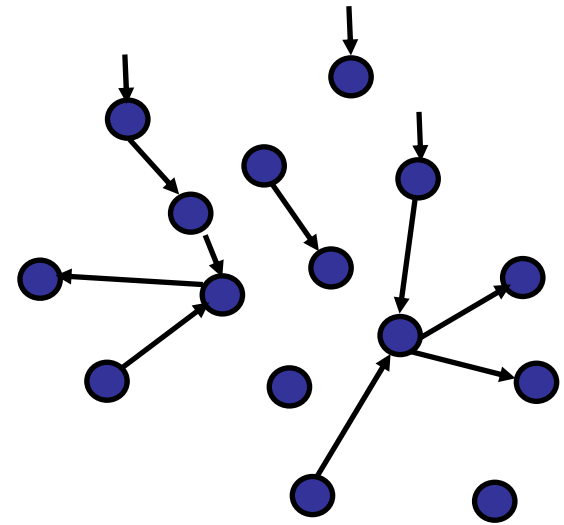
Фактически, проблема построения структуры Крипке по программе – это разработка компилятора, переводящего программу в формулы логики I порядка: в формулу  $S_0(V, PC)$  и формулу  $\mathcal{R}(V, PC, V', PC')$

$$S_0(V, PC) \equiv S_1^0 \vee S_2^0 \vee \dots \vee S_m^0$$

для  $m$  параллельных процессов  $P_1, P_2, \dots, P_m$

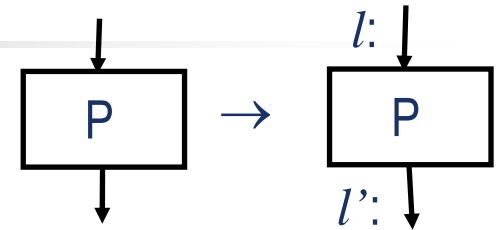
$$\mathcal{R}(V, PC, V', PC') \equiv \mathcal{R}_1 \vee \mathcal{R}_2 \vee \dots \vee \mathcal{R}_n$$

Каждый дизъюнкт  $\mathcal{R}_k(V_k, PC_k, V'_k, PC'_k)$  определяет один из возможных переходов системы из состояния  $\langle V_k, PC_k \rangle$  в состояние  $\langle V'_k, PC'_k \rangle$  (действие одного процесса)



# Построение отношения перехода на множестве состояний

1 шаг: Разметка программы – компиляция в идентичный помеченный текст

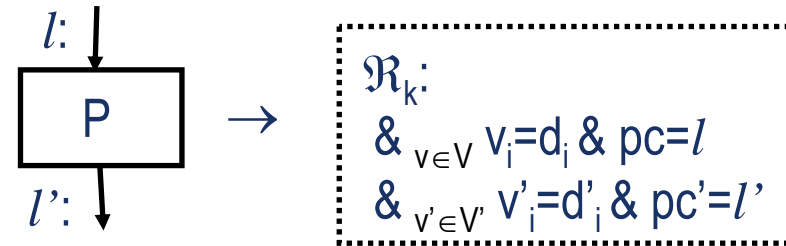


2 шаг: Построение формулы, определяющей множество начальных состояний программы.

$$S_0: \text{Pre}(V) \ \& \ pc = l_0$$

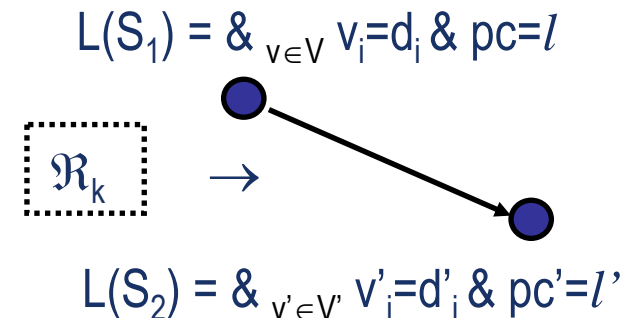
$\text{Pre}(V)$  – предусловие значений переменных

3 шаг: Построение формулы переходов – каждый оператор программы определяет возможные переходы между состояниями. Компиляция выполняется на основе атрибутной грамматики



4 шаг: Структура Крипке определяется формулами

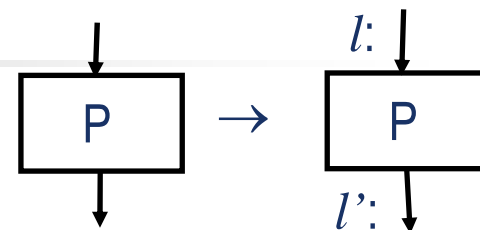
$$S_0(V, pc) \quad \text{и} \quad \mathfrak{R}(V, pc, V', pc')$$



# Последовательные программы (1)

Язык:

$P ::= v \leftarrow e \mid \text{skip} \mid P; P \mid \text{if } b \text{ then } P \text{ else } P \text{ fi} \mid \text{while } b \text{ do } P \text{ od}$



1 шаг: Разметка программы – компиляция в идентичный помеченный текст

Если  $P$  – простой оператор ( $v \leftarrow e \mid \text{skip} \dots$ ) – то  $P = l': P$

$P = P_1; P_2$

$P = l_0: P_1; l_1: P_2$

$P = \text{if } b \text{ then } P_1 \text{ else } P_2 \text{ fi}$

$P = l_0: \text{if } b \text{ then } l_1: P_1 \text{ else } l_2: P_2 \text{ fi}$

$P = \text{while } b \text{ do } P_1 \text{ od}$

$P = l_0: \text{while } b \text{ do } l_1: P_1 \text{ od}$

Необходимо указывать только метку начала операторов  
Метка конца оператора – это метка следующего оператора

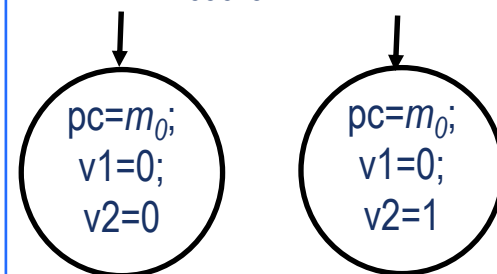
2 шаг: Построение формулы начальных состояний программы

$$S_0(V, pc) \equiv \text{Pre}(V) \ \& \ pc = m_0$$

Пример  $V = \{v1, v2\}$

$\text{Pre} = \{v1=0; v2 \in \{0,1\}\}$

Дает два начальных  
состояния





## Последовательные программы (2)

3 шаг: Построение формулы переходов –  
компиляция на основе атрибутивной грамматики

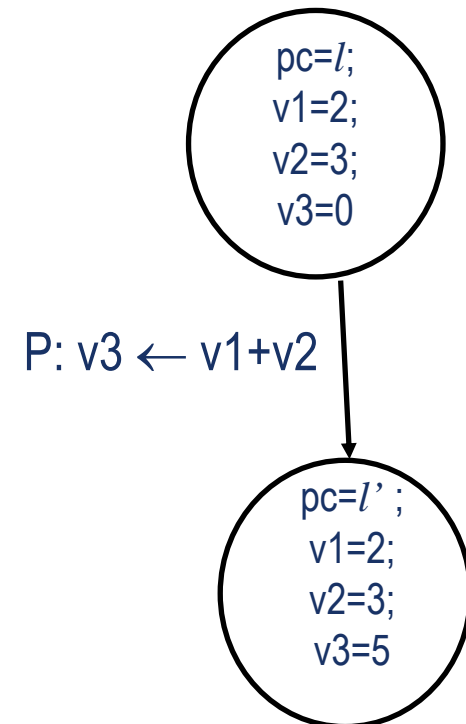
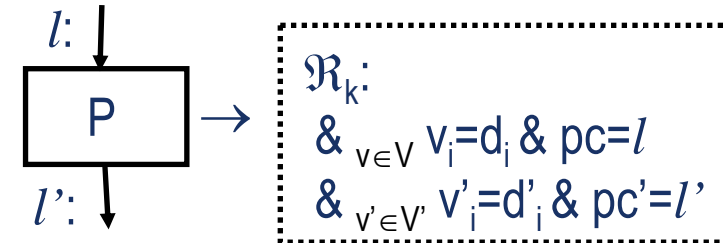
$$C(l, v \leftarrow e, l') \equiv pc=l \ \& \ pc' = l' \ \& \ v'=e \ \& \ \text{same} (V \setminus \{v\})$$

$$\text{same}(V) \equiv \&_{v \in V} (v'=v)$$

$$C(l, \text{skip}, l') \equiv pc=l \ \& \ pc' = l' \ \& \ \text{same} (V)$$

$$\begin{aligned} C(l, \text{if } b \text{ then } l_1: P_1 \text{ else } l_2: P_2 \text{ fi}, l') \equiv \\ \vee \quad pc=l \ \& \ pc'=l_1 \ \& \ b \ \& \ \text{same} (V) \\ \vee \quad pc=l \ \& \ pc'=l_2 \ \& \ \neg b \ \& \ \text{same} (V) \\ \vee \quad C(l_1, P_1, l') \\ \vee \quad C(l_2, P_2, l') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(l, \text{while } b \text{ do } l_1: P_1 \text{ od}, l') \equiv \\ \vee \quad pc=l \ \& \ pc'=l_1 \ \& \ b \ \& \ \text{same} (V) \\ \vee \quad pc=l \ \& \ pc'=l' \ \& \ \neg b \ \& \ \text{same} (V) \\ \vee \quad C(l_1, P_1, l) \end{aligned}$$





# Параллельные программы

**Параллельная программа** образована множеством процессов (последовательных программ), которые исполняются параллельно.

Рассматриваем **асинхронные программы** (в точности один процесс может совершить переход в каждый момент времени), взаимодействующие через

- **разделяемые переменные**
- **передачу сообщений**
- **рандеву (хендшейк)**

$pc_i$  — счетчик команд процесса  $P_i$

$V_i$  — множество переменных, которые может изменить процесс  $P_i$

$V_i \cap V_k$  — множество переменных **разделяемых** процессами  $P_i$  и  $P_k$

Передача сообщений и рандеву реализуются в программах процессов с помощью операторов  $wait(b)$ ,  $lock(v)$ ,  $unlock(v)$  над разделяемыми переменными

# Трансляция параллельной программы в структуру Крипке

К языку последовательных программ добавляется оператор параллельного запуска и операторы синхронизации

$P ::= \text{cobegin } P_1 \parallel P_2 \parallel \dots \parallel P_n \text{ coend}$

1 шаг: Разметка. Вход и выход всей  $\parallel$  программы помечаем  $m$  и  $m'$

$P^L ::= m: \text{cobegin } l_1: P_1 \ l_1' \parallel l_2: P_2 \ l_2' \parallel \dots \parallel l_n: P_n \ l_n' \text{ coend } m'$

2 шаг: Начальное состояние

$$S_0(V, PC) \equiv \text{pre}(V) \ \& \ pc = m \ \& \ \&_{i=1:n} pc_i = \perp$$

3 шаг: Построение формулы переходов

$C(m, \text{cobegin } l_1: P_1 \ l_1' \parallel l_2: P_2 \ l_2' \parallel \dots \parallel l_n: P_n \ l_n' \text{ coend}, m') \equiv$

$pc = m \ \& \ pc'_1 = l_1 \ \& \ \dots \ \& \ pc'_n = l_n \ \& \ pc' = \perp$  // инициализация

$\vee [ \vee_{i=1:n} (C(l_i, P_i, l_i') \ \& \ \text{same}(V \setminus V_i) \ \& \ \text{same}(PC \setminus \{pc_i\})) ]$  // вычисления  $\parallel$  процессов

$\vee pc = \perp \ \& \ pc_1 = l_1' \ \& \ \dots \ \& \ pc_n = l_n' \ \& \ pc' = m' \ \& \ \&_{i=1:n} (pc'_i = \perp)$  // завершение всех

# Трансляция параллельной программы в структуру Крипке (2)

3 шаг: Построение формулы для переходов для разделяемых переменных:

Оператор  $\text{wait}(b)$ : периодическая проверка  $b$  до тех пор пока не станет true

$$\begin{aligned} C(l, \text{wait}(b), l') &\equiv \\ &\quad pc_i = l \ \& \ pc_i' = l \ \& \ \neg b \ \& \ \text{same}(V_i) \quad // \text{ } b \text{ не выполняется - ждем} \\ \vee \quad &\quad pc_i = l \ \& \ pc_i' = l' \ \& \ b \ \& \ \text{same}(V_i) \quad // \text{ } b \text{ выполняется - переходим} \end{aligned}$$

Оператор  $\text{lock}(v)$ : аналогично  $\text{wait}(v=0)$ , но как только  $v=0$  увеличивает  $v$  на 1

$$\begin{aligned} C(l, \text{lock}(v), l') &\equiv \\ &\quad pc_i = l \ \& \ pc_i' = l \ \& \ v = 1 \ \& \ \text{same}(V_i) \\ \vee \quad &\quad pc_i = l \ \& \ pc_i' = l' \ \& \ v = 0 \ \& \ v' = 1 \ \& \ \text{same}(V_i \setminus \{v\}) \end{aligned}$$

Оператор  $\text{unlock}(v)$ : присваивает 0 переменной  $v$

$$\begin{aligned} C(l, \text{unlock}(v), l') &\equiv \\ &\quad pc_i = l \ \& \ pc_i' = l' \ \& \ v' = 0 \ \& \ \text{same}(V_i \setminus \{v\}) \end{aligned}$$

# Пример трансляции программы в структуру Крипке

$P ::= m: \text{cobegin } P_0 \parallel P_1 \text{ coend } m'$

$P_0 :: l_0: \text{ while } True \text{ do}$   
            $NC_0: \text{ wait } (turn = 0);$   
            $CR_0: turn := 1;$   
       end while;  
        $l_0':$

$P_1 :: l_1: \text{ while } True \text{ do}$   
            $NC_1: \text{ wait } (turn = 1);$   
            $CR_1: turn := 0;$   
       end while;  
        $l_1':$

pc – программный счетчик P, принимает три значения:  
 $\{m, m', \perp\}$

$\perp$  - процесс P неактивен (управление в  $P_0$  и в  $P_1$ )

$pc_i$  – программный счетчик  $P_i$ , принимает значения:  
 $\{l_i, l_i', NC_i, Cr_i, \perp\}$  ( $\perp$  - когда управление в P)

$turn$  – разделяемая переменная:  $V = V_0 = V_1 = \{turn\}$

$PC = \{pc, pc_0, pc_1\}$  (обозначим  $turn$  буквой  $t$ )

Начальное состояние  $S_0(V, PC)$  ( $t$  не определена!)

$pre(V) \& pc = m \& pc_i = \perp \equiv (t=0 \vee t=1) \& pc = m \& pc_i = \perp \equiv$   
 $t=0 \& pc = m \& pc_0 = \perp \& pc_1 = \perp,$   
 $\vee t=1 \& pc = m \& pc_0 = \perp \& pc_1 = \perp$

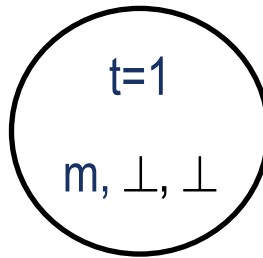
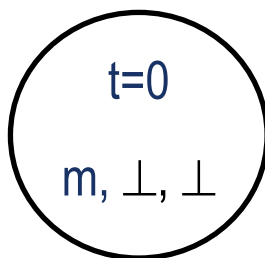
Множество переходов:

$[pc = m \& pc_0' = l_0 \& pc_1' = l_1 \& pc' = \perp]$	// инициализация
$\vee [pc_0 = l_0' \& pc_1 = l_1' \& pc' = m' \& pc_0' = \perp \& pc_1' = \perp]$	// завершение всех
$\vee [C(l_0, P_0, l_0') \& \text{same}(pc, pc_0)]$	// работа $P_0$
$\vee [C(l_1, P_1, l_1') \& \text{same}(pc, pc_1)]$	// работа $P_1$

# Пример трансляции программы в структуру Крипке (2)

$P ::= m: \text{cobegin } P_0 \parallel P_1 \text{ coend } m'$

$s = \langle t, pc, pc_0, pc_1 \rangle$

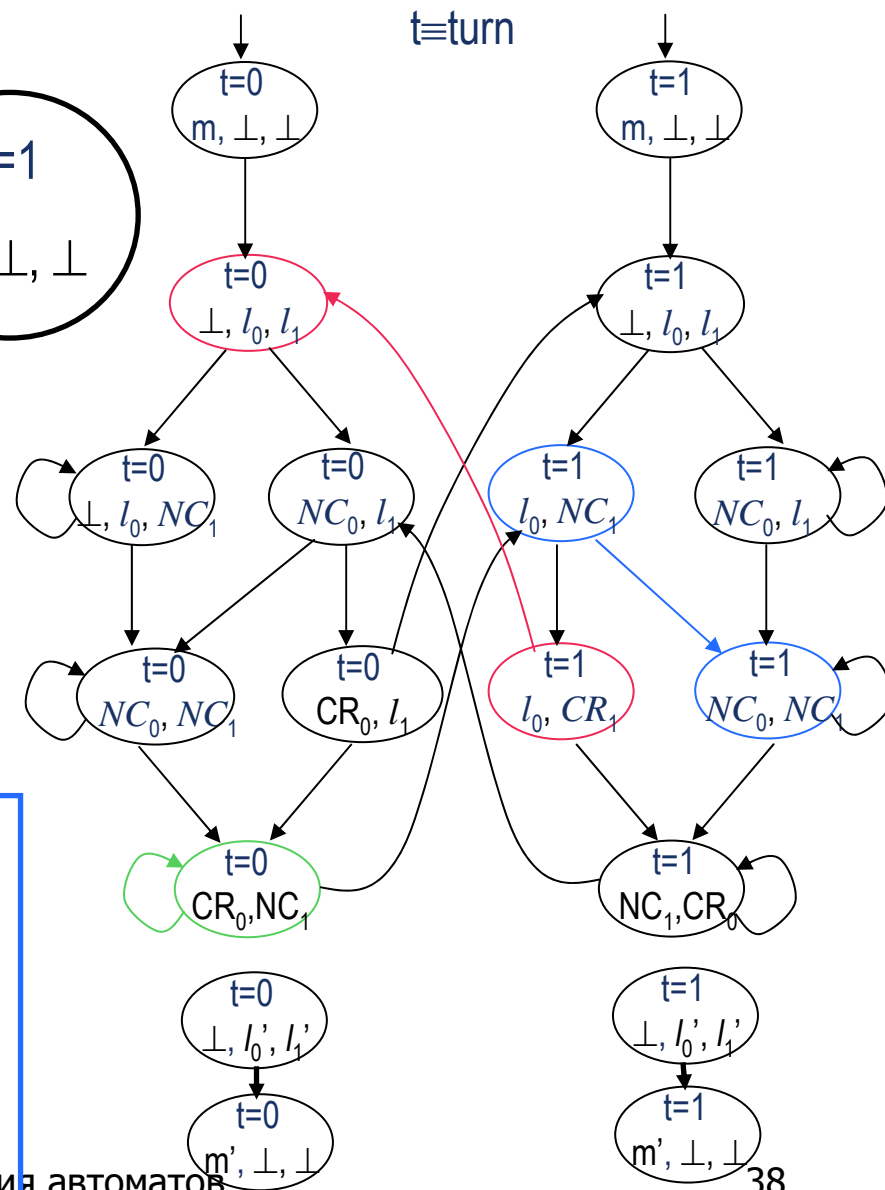


Множество начальных состояний

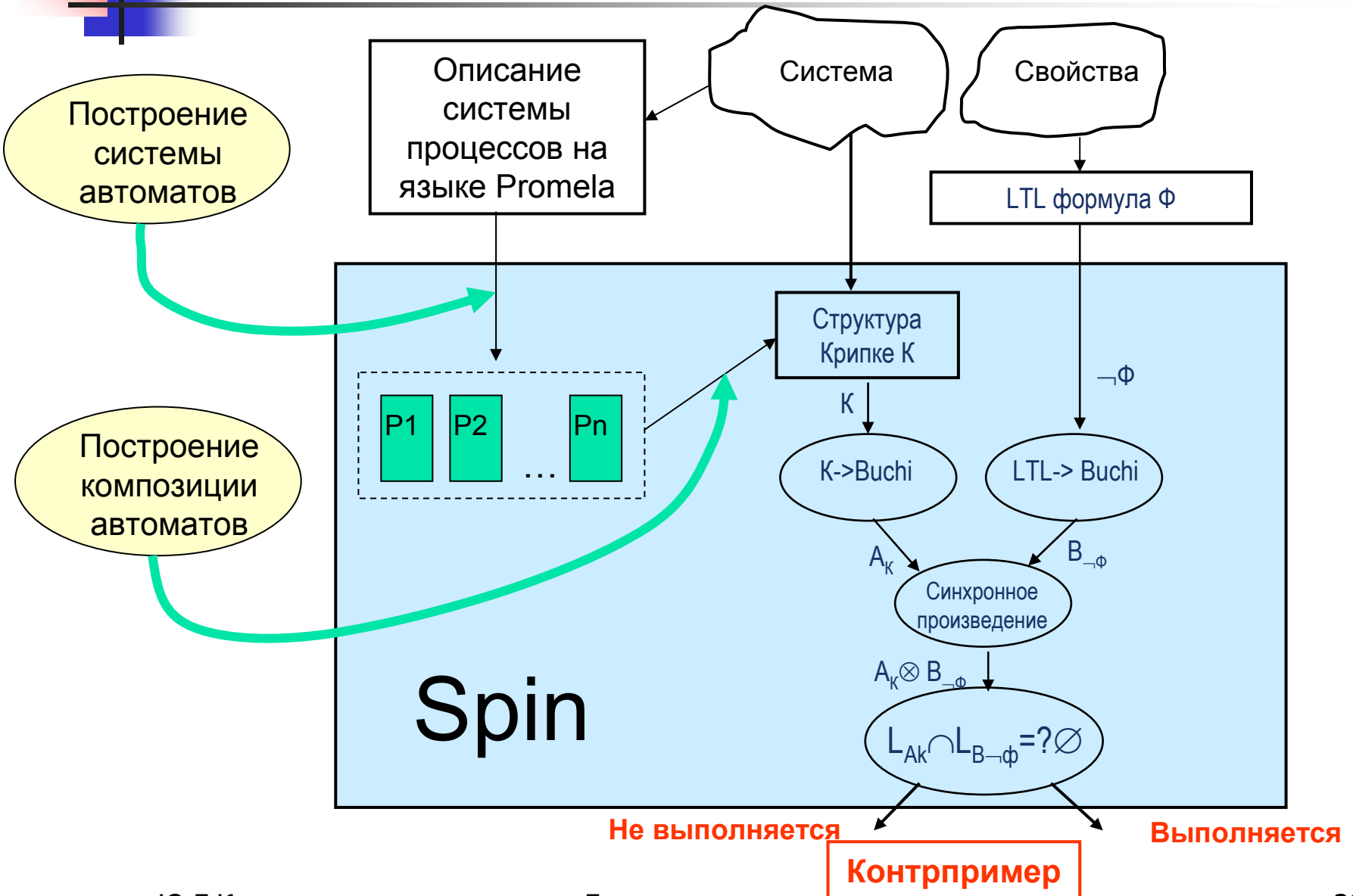
$P_i :: l_i: \text{ while } True \text{ do}$   
            $NC_i: \text{ wait } (turn = i);$   
            $CR_i: turn := i \oplus 1;$   
            $\text{end while};$   
 $l_i':$

$C(l_i, P_i, l_i') =$

- $[pc_i = l_i \ \& \ pc_i' = NC_i \ \& \ True \ \& \ same(turn)]$
- $\vee [pc_i = NC_i \ \& \ pc_i' = CR_i \ \& \ turn = i \ \& \ same(turn)]$
- $\vee [pc_i = CR_i \ \& \ pc_i' = l_i \ \& \ turn' = i \oplus 1]$
- $\vee [pc_i = NC_i \ \& \ pc_i' = NC_i \ \& \ turn \neq i \ \& \ same(turn)]$
- $\vee [pc_i = l_i \ \& \ pc_i' = l_i' \ \& \ False \ \& \ same(turn)]$



# Система верификации Spin





## Заключение

---

- В абстрактную модель (структуру Крипке) перевод из реальной системы часто неформален (и неоднозначен)
- Структура Крипке – конечная система переходов, поэтому в структуре Крипке многие свойства реальной системы могут не сохраняться. Значит, не все реальные свойства могут быть проверены
- Для систем с конечным числом состояний формальный перевод спецификации системы в структуру Крипке возможен
- Понятие атомарности операций в модели должно соответствовать ограничениям взаимной видимости состояний процессов в реальной параллельной системе
- Язык логики (булевых формул) является естественным для представления как состояний, так и переходов структуры Крипке
- Разработаны алгоритмы компиляции из ограниченных языков высокого уровня в булевы формулы, представляющие структуру Крипке





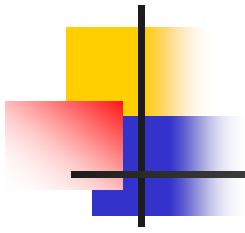
## Задача. Проверить корректность алгоритма взаимного исключения Петерсона

P1::

```
loop forever
noncritical1;
⟨b1:=true; x:=2⟩;
wait until (x=1 ∨ ¬b2)
critical1;
b1 := false;
end loop;
```

P2::

```
loop forever
noncritical 2;
⟨b2:=true; x:=1⟩;
wait until (x=2 ∨ ¬b1)
critical2;
b2 := false;
end loop;
```



Спасибо за внимание