倒立振子の安定化制御

前田 拓

2017 年 7 月 12 日

目 次

図 目 次

表 目 次

第1章　はじめに

1.1　目的

本実験の目的は、倒立振子系を状態空間表現を用いて安定化制御し、線形不変システムを設計することである。具体的に、次のことを目的とする。

- 倒立振子が安定化制御を行っている状態において、外乱による影響で振子が傾いたとき、倒立状態に戻すことができる (不安定平衡点の安定化)。
- 倒立振子系に一定周期のパルス入力を与え、台車を目的の変位へ移動させる。
- 倒立振子が入力なしで静止している状態から、台車を動かすことにより振子を振り上げ、倒立状態にする (振り上げ制御)。

1.2　実験装置

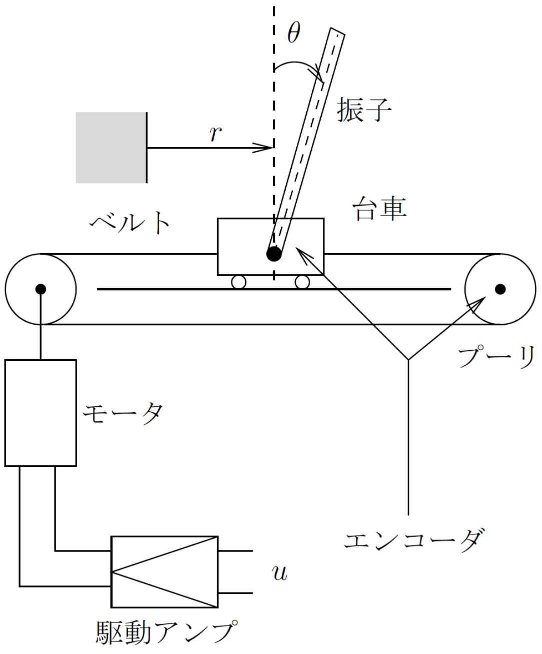

図 1.1: 倒立振子系

図 1.1 は本実験で使用する倒立振子系である。系は、モータ、ベルト、プーリ系から成り、台車はモータからの入力によりベルト上を水平方向に動くことができる。台車の初期状態からの変位を r とする。また、鉛直方向上向きから時計回りを正の方向として、台車に取り付けられた振子が回転した角度を θ とする。ポテンショメータにより、r と θ を測定し、入力 u を与える。

第2章　モデリング

2.1　数式モデル

制御器の設計のため、倒立振子系の状態方程式、観測方程式から数式モデルを導出する。

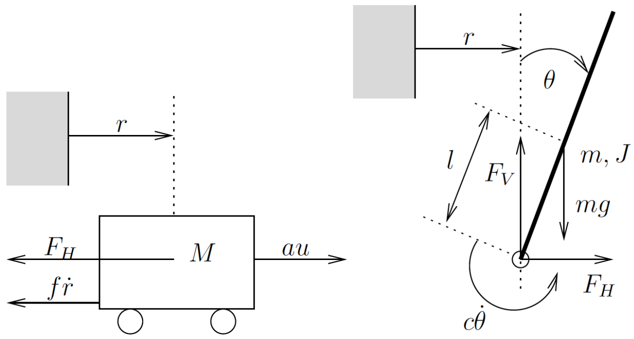

図 2.1: モデリングのための力の分解

図 2.1 から導出した倒立振子系の運動方程式を式 (2.1) から式 (2.4) に示す。

$$M\ddot{r} = au - F_H - f\dot{r} \tag{2.1}$$

$$J\ddot{\theta} = lF_V \sin\theta - lF_H \cos\theta - c\dot{\theta} \tag{2.2}$$

$$m\frac{d^2}{dt^2}(r + l\sin\theta) = F_H \tag{2.3}$$

$$m\frac{d^2}{dt^2}(l\cos\theta) = F_V - mg \tag{2.4}$$

ただし、M,f は台車の質量と摩擦係数、m,l,c,J は振子の質量、振子の重心から回転軸までの距離、回転軸摩擦係数、重心周りに働く慣性モーメントである。また、F_H,F_V は振子が台車から受ける水平効力と垂直抗力である。F はモータによる台車への駆動力であり、定数 a、駆動アンプへの入力電圧 u を用いて式 (2.5) で表される。

$$F = au \tag{2.5}$$

ここで、系の状態 x を 4 つの状態変数からなる縦ベクトルとする。すなわち、

$$x = \begin{bmatrix} r \\ \theta \\ \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$