

Chapitre 3:

Un modèle de simulation amélioré pour les moteurs à courant continu
Contrôle du système de convoyeur à entraînement par courroie

I. INTRODUCTION :

Un système de convoyeur à entraînement par courroie convertit l'énergie électrique en énergie mécanique et est couramment utilisé dans diverses applications industrielles. Ce système est apprécié pour sa simplicité, son poids léger et son coût économique, mais il présente des défis en termes de contrôle de précision en raison des frottements non linéaires, des vibrations et de la flexibilité de la courroie.

Pour surmonter ces défis et atteindre la consigne de vitesse souhaitée, l'utilisation d'un régulateur PID est essentielle. Cette étude simule différents scénarios pour analyser comment le PID peut stabiliser et réguler efficacement le système de convoyeur, permettant ainsi une optimisation des paramètres pour une performance maximale, même en présence de variations de charge.

II. DESCRIPTION DU PROBLÈME

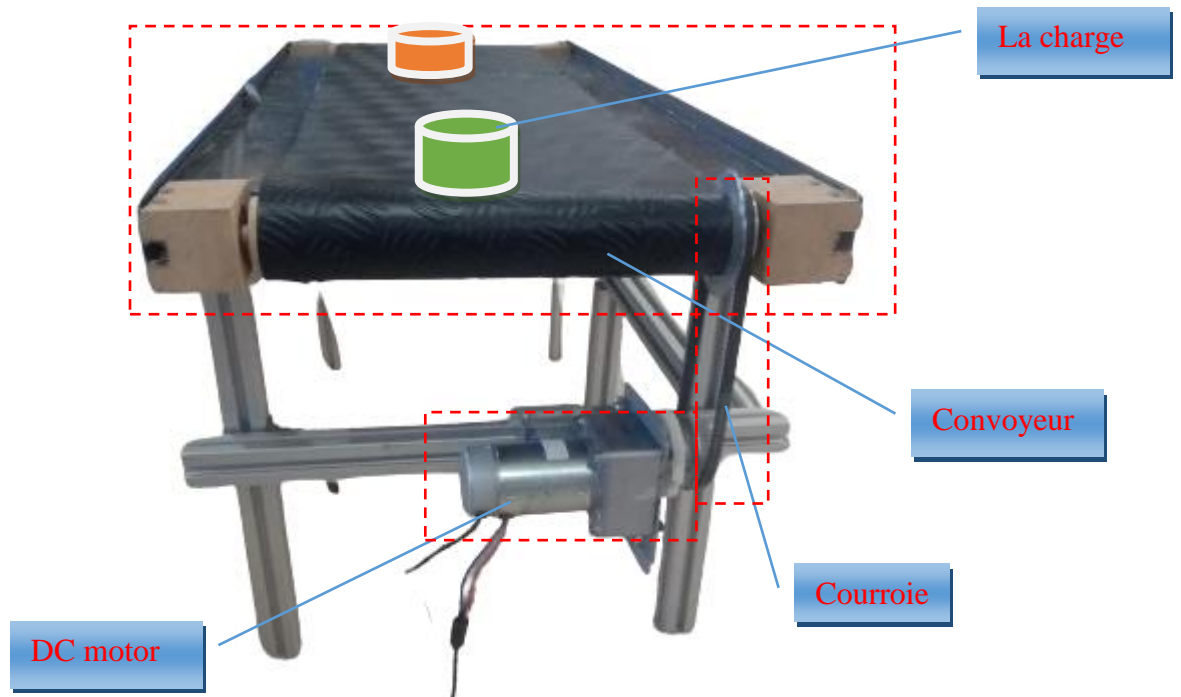


Figure 1 : Le système complet du convoyeur

a) Bref contexte théorique :

La structure d'un système d'entraînement par courroie est présentée à la Fig. 1. Ce système se

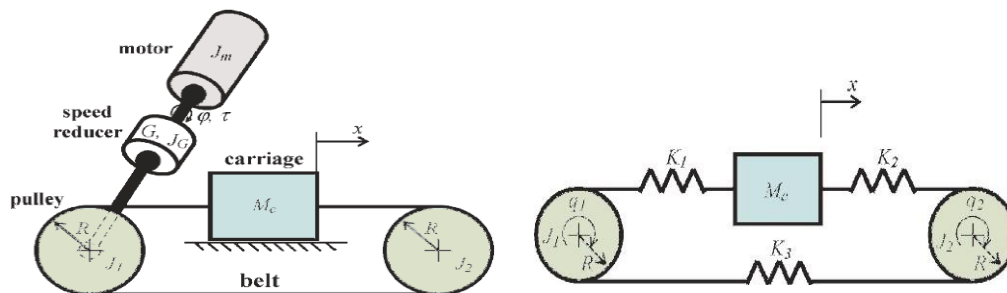


Figure 2: schématisation du system

compose d'une courroie, d'une poulie motrice et d'une poulie entraînée, d'un moteur, d'un réducteur de vitesse et d'une charge. Les poulies motrice et entraînée sont utilisées pour tendre la courroie afin que le chariot puisse être positionné avec précision à l'endroit souhaité. Le moteur et le réducteur de vitesse sont couplés à la poulie motrice afin que le sous-système poulie-courroie puisse être mis en rotation. Cette rotation est convertie en mouvement linéaire du chariot, qui représente le côté charge du système. À la Fig. 1, la disposition du système, sa représentation physique ainsi que certains de ses paramètres sont illustrés.

Le modèle mathématique de ce système peut être décrit par l'ensemble suivant d'équations différentielles du second ordre :

Comprendre le Système, Le système décrit est composé de :

- Un moteur qui produit un couple T .
- Deux poulies : une poulie motrice et une poulie entraînée avec des inerties J_1 et J_2 respectivement.
- Un réducteur de vitesse avec un rapport G .
- Un système poulie-courroie que nous avons négligé dans notre étude
- Convoyeur d'une courroie avec des coefficients d'élasticité $k_1(x)$, $k_2(x)$ et $k_3(x)$.
- Un chariot avec une masse M_c se déplaçant avec une position x .
- Forces de friction τ_{f1} , τ_{f2} pour les poulies et F_f pour le chariot.

1. La flexibilité de la courroie :



Puisque la flexibilité de la courroie est l'un des principaux inconvénients d'un BDCS, sa modélisation est d'une grande importance. Dans le modèle de l'équation (1), la contribution de ce facteur est présentée à partir des coefficients K_i ($i=1,2,3$) qui peuvent être calculés comme suit :

$$k_i = \frac{F_l}{\epsilon(l_i - x)} \quad \text{avec} \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l_i} \quad (2)$$

L'équation (2) implique que le coefficient K_i dépend d'une force externe (F_l) appliquée le long de la longueur de la courroie, du rapport (ϵ) du changement de longueur à la longueur totale de la courroie, et de la position relative du chariot ($l_i - x$), déterminant l'étendue de sa tension. Il est supposé qu'il n'y a pas de glissement entre la courroie et les poulies de ce système.

2. Inertie du système :

Pour une modélisation efficace, le calcul de l'inertie des composants du système est nécessaire, y compris toutes ses parties rotatives. Plus précisément, ces parties peuvent être les poulies, le rotor du moteur, le couplage qui relie l'arbre moteur au réducteur, le réducteur et un encodeur de vitesse. Ainsi, l'inertie totale est :

$$J_{tot} = J_1 + J_2 + J_G + J_M + J_{accouplement} + J_{encodeur} \quad (3)$$

Dans notre cas, il est supposé que les deux dernières (l'inertie du couplage et de l'encodeur) sont incluses dans l'inertie du moteur, et que l'inertie des poulies motrice et entraînée sont égales ($J_1 = J_2$). En général, l'inertie pour tout composant pris en compte, qui présente une masse (m), un rayon (r) et une masse correspondante par unité de volume (ρ), peut être calculée par [16] :

$$J_i = \int \rho_i r_i^2 dv \quad \text{avec} \quad \rho_i = \lim \frac{\Delta m}{\Delta v} = \frac{dm}{dv} \quad \text{Avec} \quad dm = \rho dV \quad (3)$$

À titre indicatif, l'inertie de la poulie motrice peut être calculée comme suit :

$$J_1 = \int r^2 dm = 2\pi\rho L \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr = \frac{\pi\rho L(R_1^4 - r_1^4)}{2} \quad (4)$$

Où r_1 et R_1 sont respectivement le rayon intérieur et le rayon extérieur, et L est la longueur axiale de la poulie.

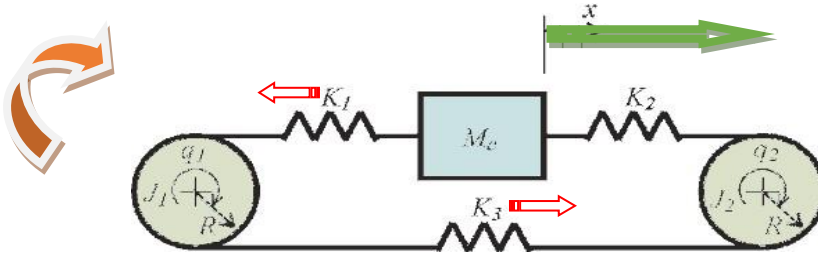
3. Géométrie des poulies

Toutes les études réalisées jusqu'à présent ont utilisé le modèle décrit par l'équation (1), en supposant que les rayons des poulies sont identiques ($R_1=R_2=R$). Dans l'application actuelle, les rayons seront considérés comme inégaux, donc un modèle générique est dérivé comme suit :

3.1. Équations de Mouvement :

Les équations de mouvement se basent sur la deuxième loi de Newton appliquée à la rotation (moment d'inertie et couple) et à la translation (force et accélération).

3.1.1. Équation pour la poulie motrice (θ_1) :



$$(J_1 + G^2(J_G + J_M))\ddot{\theta}_1 + \tau_{f_1} = G T - R[K_1(x)(R\theta_1 - x) - K_3(R\theta_2 - R\theta_1)] \quad (1.1)$$

$J_1 + G^2(J_G + J_M)$: Inertie équivalente de la poulie motrice multipliée par l'accélération angulaire.

τ_{f_1} : Moment de friction de la poulie motrice.

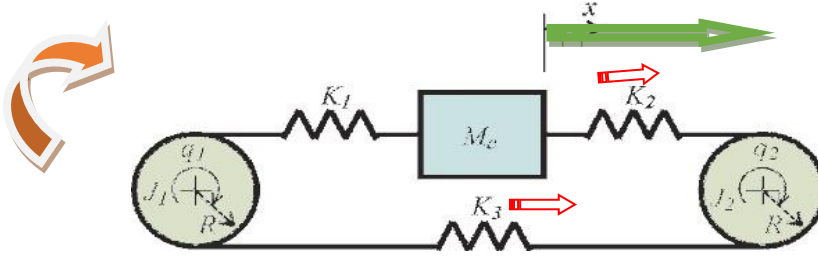
$G.T$: Couple moteur réduit par le rapport de réducteur

R : Rayon des poulies.

$K_1(x)(R\theta_1 - x)$: Force élastique due à la courroie entre la poulie motrice et le chariot

$K_3(R\theta_2 - R\theta_1)$: Force élastique due à la courroie entre les deux poulies

3.1.2. Équation pour la poulie entraînée(θ_2) :



$$J_2 \ddot{\theta}_2 + \tau_{f_2} = R[K_2(x)(x - R\theta_2) - K_3(R\theta_2 - R\theta_1)] \quad (1.2)$$

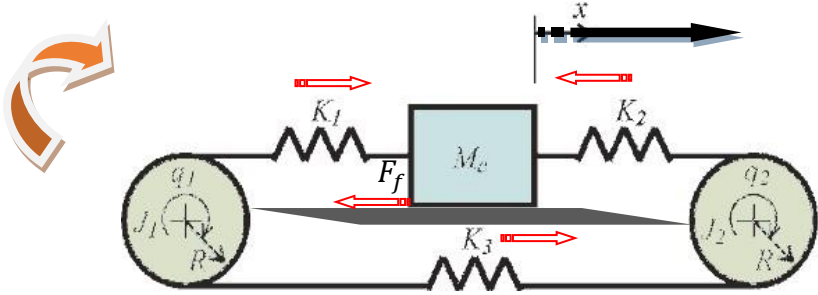
$J_2 \ddot{\theta}_2$: Inertie de la poulie entraînée multipliée par l'accélération angulaire.

τ_{f_2} : Moment de friction de la poulie entraînée.

$K_2(x)(x - R\theta_2)$: Force élastique due à la courroie entre le chariot et la poulie entraînée.

$K_3(R\theta_2 - R\theta_1)$: Force élastique due à la courroie entre les deux poulies.

3.1.3. Équation pour le chariot (translation x) :



$$M_c \ddot{x} + F_f = K_1(x)(R\theta_1 - x) - K_2(x)(x - R\theta_2) \quad (1.3)$$

$M_c \ddot{x}$: Masse du chariot multipliée par l'accélération linéaire.

F_f : Force de friction agissant sur le chariot.

$K_1(x)(R\theta_1 - x)$: Force élastique due à la courroie entre la poulie motrice et le chariot.

$K_2(x)(x - R\theta_2)$: Force élastique due à la courroie entre le chariot et la poulie entraînée.

4. Modèle de moteur à courant continu

Les modèles décrits par l'équation (1), considèrent que le couple moteur T fourni par le moteur est constant par rapport à la dynamique globale du système. Comme ce n'est pas le cas dans le problème du monde réel, car un moteur présente sa propre dynamique, un modèle de moteur doit être adopté et mis en œuvre de manière appropriée pour compléter la modélisation précise du système. Un moteur à courant continu typique est décrit par le jeu d'équations bien connu suivant (à la fois pour les parties électriques et mécaniques) :

$$\begin{aligned} V_a &= E_a + I_a R_a + L_a \left(\frac{dI_a}{dt} \right) \quad , \text{ avec } E_a = k_t \Phi \omega_m \\ T_{em} &= T_L + T_f + T_{out} = k_t \Phi I_a \quad , \text{ avec } \omega_m = \frac{d\theta}{dt} \quad (7) \\ T_f &= B_m \omega_m \quad , \text{ et } T_{out} = J_M \left(\frac{d\omega_m}{dt} \right) \end{aligned}$$

Où V_a , E_a , I_a , R_a , L_a sont respectivement la tension d'induit, la contre-tension, le courant d'induit, la résistance d'induit et l'inductance d'induit. De même, T_{em} , T_L , T_f représentent respectivement le couple électromagnétique, le couple de frottement, le couple de sortie et le couple de charge. Enfin, B_m , Φ et ω_m sont le coefficient de frottement visqueux, le flux magnétique et la vitesse mécanique du rotor. Les équations (7) peuvent être modélisées comme illustré dans la Fig. 2 et ce modèle de moteur est utilisé ici (bloc supérieur droit dans la Fig. 3).

5. Modèle de frottement :

Enfin, pour compléter la modélisation précise du système, la contribution du frottement doit être étudiée et mise en œuvre. Le frottement est un phénomène très complexe qui affecte considérablement la réponse du système. Pour simplifier, on considère que le frottement s'applique uniquement du côté de la charge. Le modèle de frottement de Tustin [17] a été choisi pour être mis en œuvre dans le BDCS et est présenté dans l'équation (8). Il dépend de la position du chariot et décrit de manière satisfaisante le frottement à faible vitesse. De plus, il peut aider le système à prévenir (amortir) les éventuelles oscillations "brusques" au début du mouvement.

$$F(\dot{x}) = F_c \sin(\dot{x}) + (F_s - F_c) \exp\left(-\left(\frac{\dot{x}}{x_s}\right) + F_v \dot{x}\right) \quad (8)$$

Comme le montre l'équation (8), le modèle de frottement est composé de trois types de frottement : le frottement statique, le frottement de Coulomb et le frottement visqueux. Chacun a ses propres particularités et utilisations. Le frottement statique s'oppose à tout mouvement jusqu'à ce que la magnitude de la force appliquée soit inférieure à la force de blocage maximale (F_s). Le frottement de Coulomb (F_c) s'oppose au mouvement relatif. Enfin, le frottement visqueux (F_v) est proportionnel à la vitesse et est produit par la viscosité des lubrifiants.

III. La modélisation par schéma bloc sur Matlab Simulink :

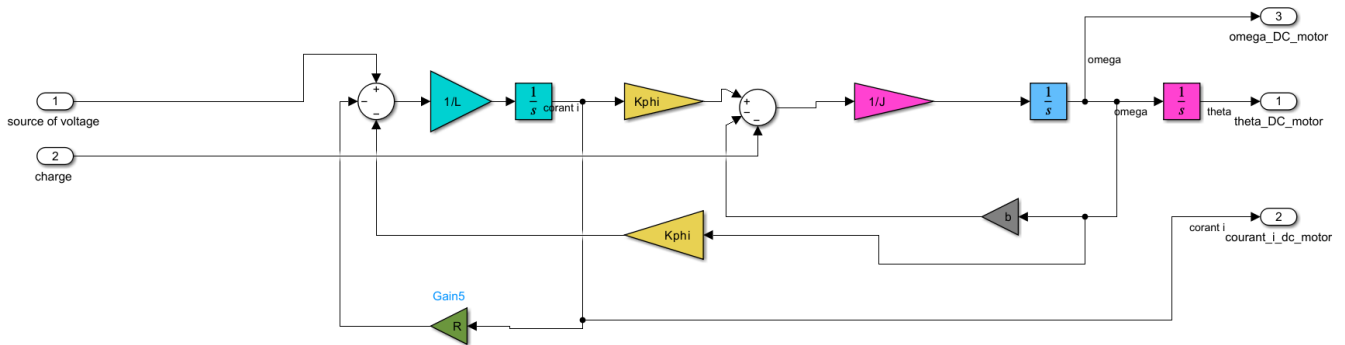


Figure 3. *Modèle analytique de simulation de moteur à courant continu implémenté et utilisé ici.*

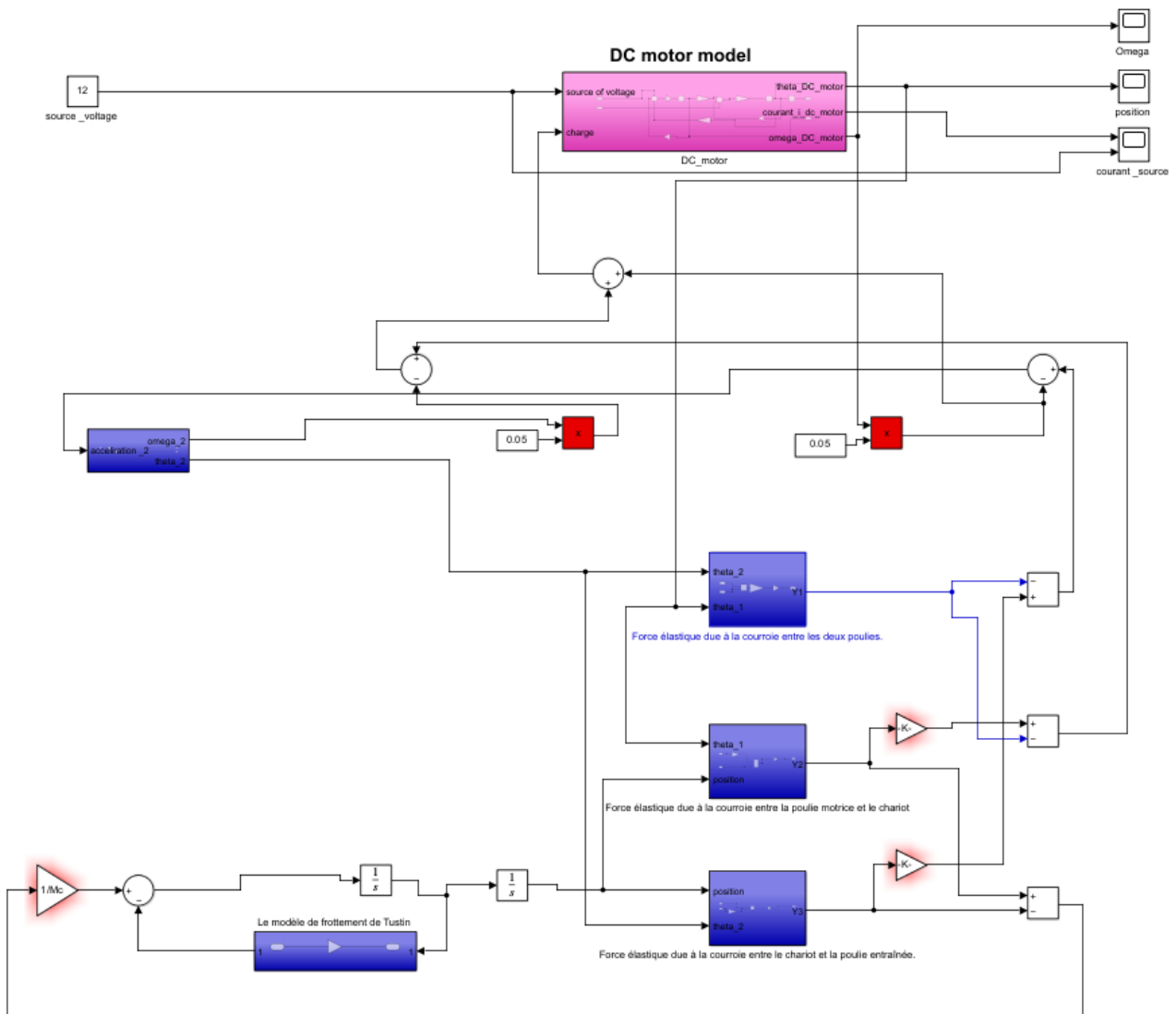


Figure 4. Modèle global de simulation du convoyer avec moteur à courant continu proposé.

IV. Détermination des paramètres nécessaire du chaque élément de notre système :

1. Paramètre concernant a notre type de moteur DC qu'on utilise dans notre Project :

✓ Paramètres Donnés :

- Inductance de l'induit : **0.01 H**
- Vitesse à vide : **4000 tr/min**
- Vitesse nominale (à charge nominale) : **2500 tr/min**
- Charge nominale (puissance mécanique) : **10 W**
- Tension d'alimentation continue nominale : **12 V**
- Inertie du rotor : **0.0002 kg*m²**
- Amortissement du rotor : **0.5 10⁵ Nm/(rad/s)**
- Résistance (R_a) : **5.37 Ω**
- Courant nominal ($I_{nominal}$): **0.833 A**
- Constante de couple (K_t) : **0.0287 Nm/A**
- Couple de décrochage (T_{stall}) : **0.064 Nm**
- Courant à vide(I_{nl}): **0.083 A**



Figure 5:DC moteur

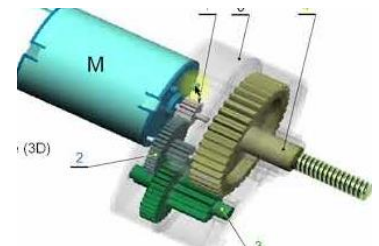
Ces valeurs fournissent une image complète des caractéristiques électriques et mécaniques du moteur

2 Paramètre du réducteur :

La réduction G d'un réducteur à engrenages, lié à un moteur, est définie comme le rapport entre la vitesse de rotation du moteur (w_e) et la vitesse de rotation de la sortie du réducteur (w_s).

$$G = \frac{w_s}{w_e}$$

dans notre cas : $G \approx 5$



3. Paramètre system convoyeur :



Figure 6:systeme convoyeur

Paramètre	Valeur
Largeur de la courroie	30 cm (0.3 m)
Longueur de la courroie	1.7 m
Épaisseur de la courroie	0.7 cm (0.007 m)
Matériau de la courroie	Caoutchouc
Module de Young (caoutchouc)	5 MPa (5×10^6 N/m ²)
Section transversale de la courroie	0.0021 m ²
Constante de rigidité de la courroie $k_l \sim K$	≈ 1417.14 N/m
Rayon des poulies	6 cm (0.06 m)
La force de frottement dynamique F_v	50 N
Le couple de friction sur la poulie menée	$\tau_f = F_v \cdot R = 50\text{N} \cdot 0.06\text{m} = 3\text{Nm}$
Mass_{max} :la masse maximal pour le convoyeur	Mc=1kg

Tableau 1: paramètre de notre système

Ces paramètres permettent de caractériser le convoyeur prototype, et les valeurs calculées, telles que la constante de rigidité, peuvent être utilisées pour des simulations ou des tests supplémentaires pour évaluer les performances du prototype.

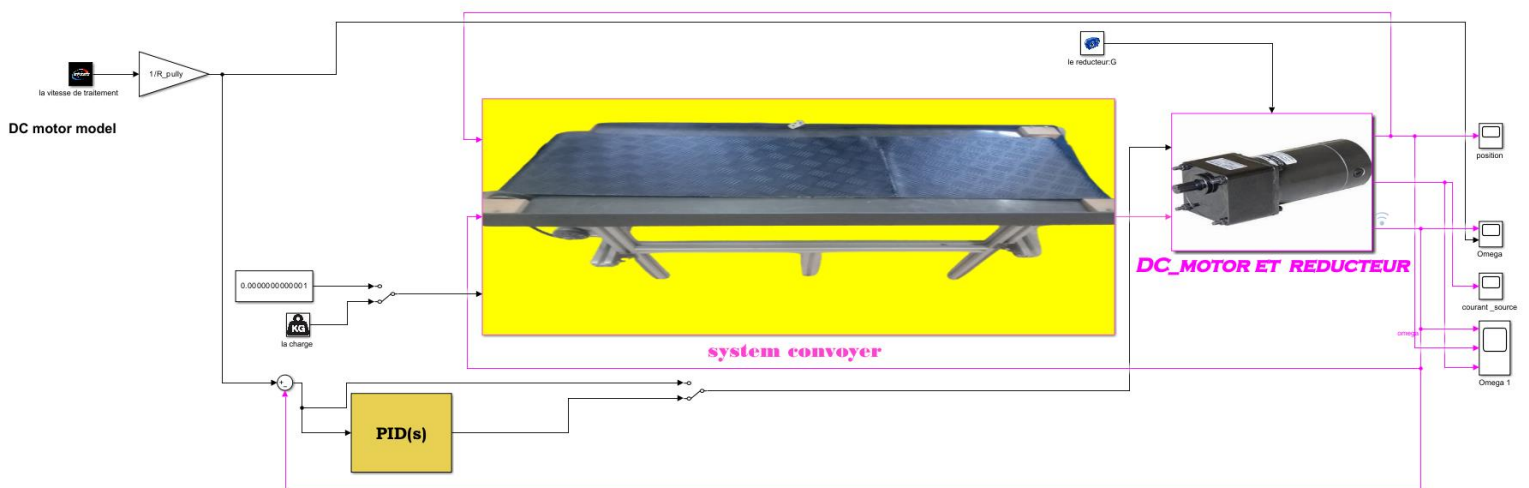


Figure 7:le system finale avec PID control

V. RÉSULTATS DE LA SIMULATION :

Cette simulation permet de comprendre comment le régulateur PID aide à maintenir une performance constante du moteur malgré les variations de charge, et d'optimiser les paramètres PID pour une performance maximale.

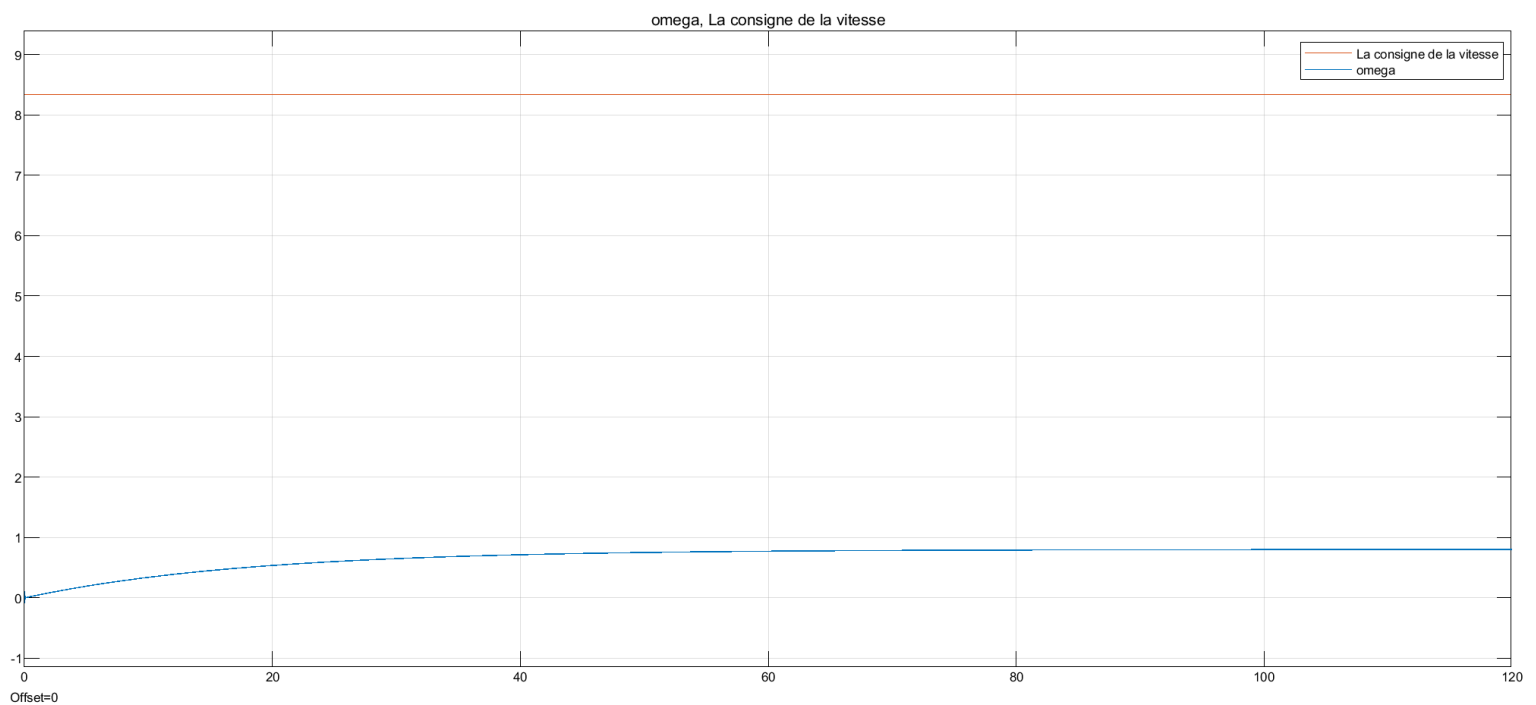


Figure 8:Moteur sans PID et sans charge

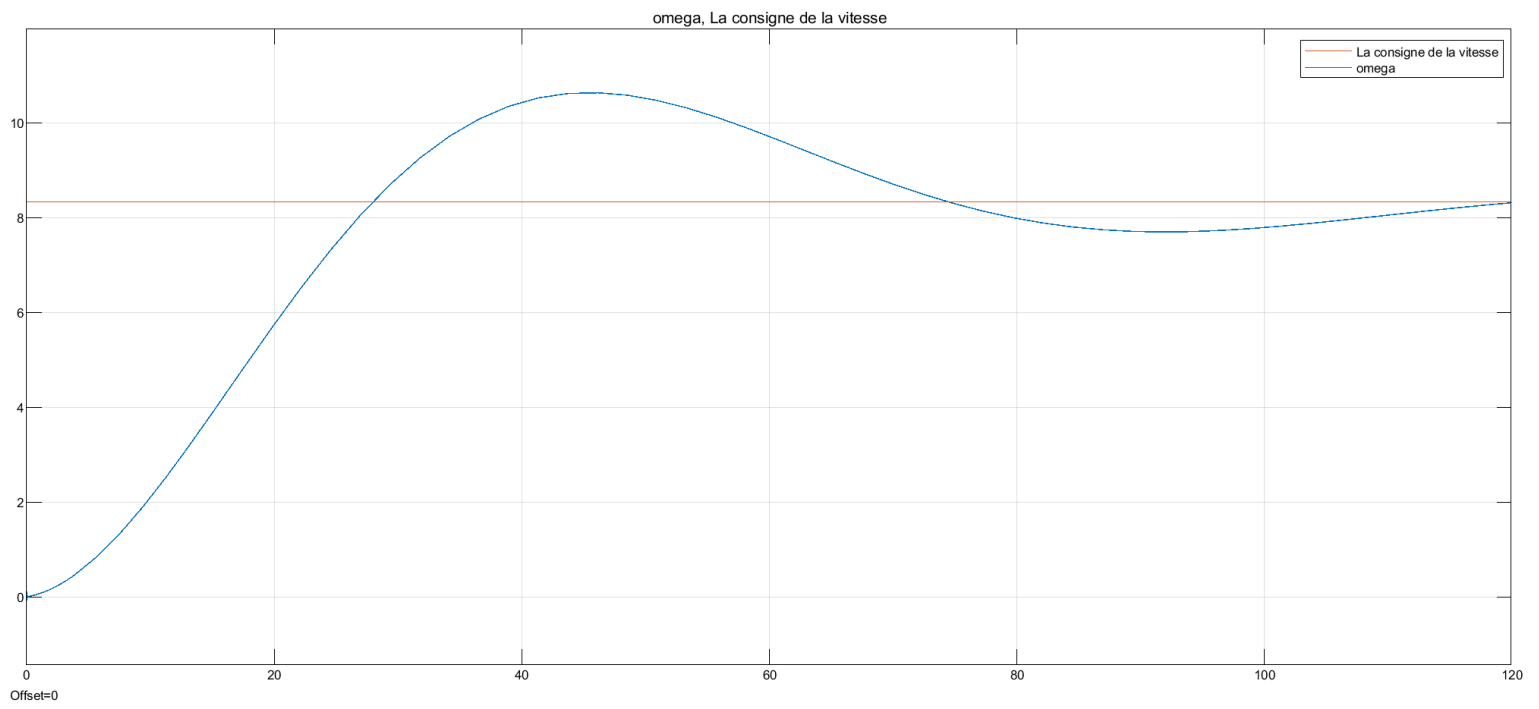


Figure 9 :Moteur avec PID et sans charge

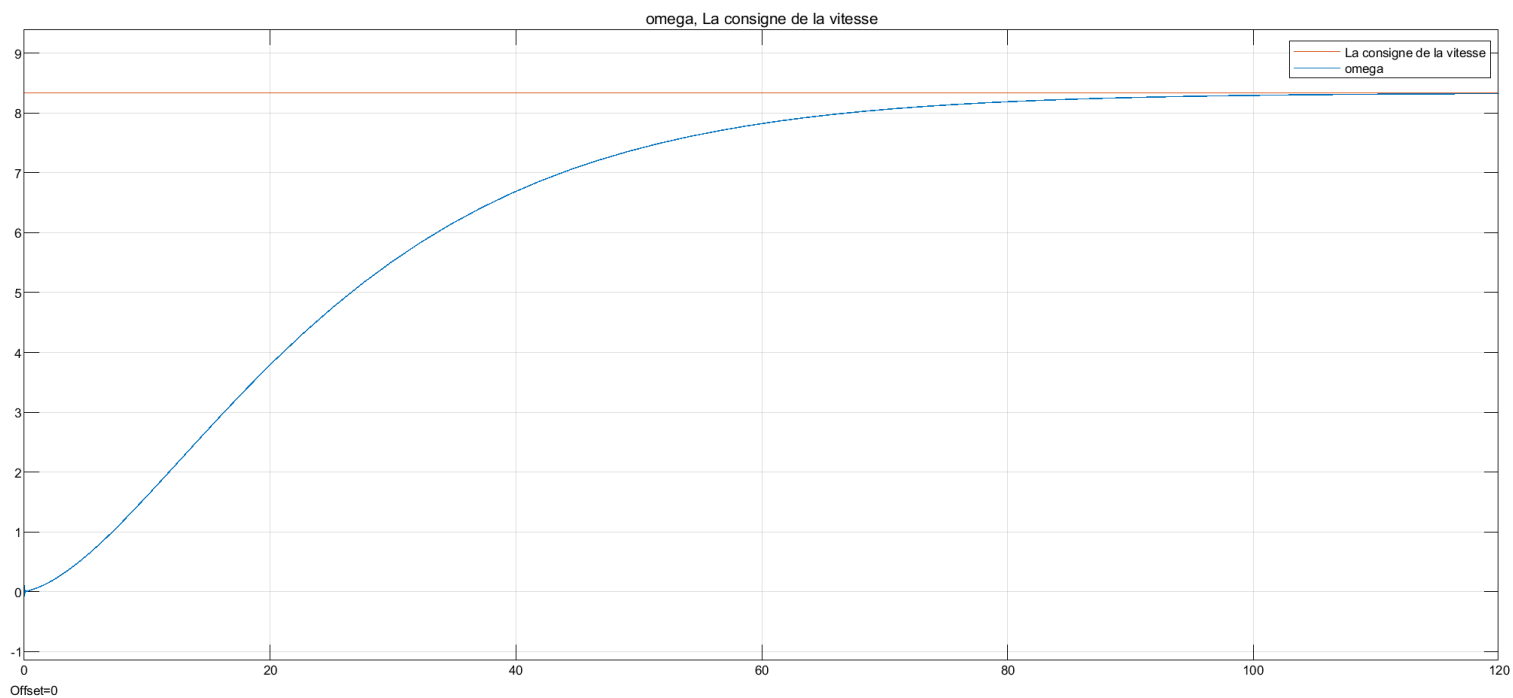


Figure 10:Moteur avec PID et avec charge