

Selang Kepercayaan

Praktikum 5 Selang Kepercayaan

Tujuan

- a. Memahami konsep selang kepercayaan
- b. Memahami jenis - jenis selang kepercayaan
- c. Menerapkan distribusi sampling dan selang kepercayaan dengan R

Konsep Selang Kepercayaan

Selang kepercayaan dibangun berdasarkan distribusi sampling, karena distribusi sampling memberi tahu kita seberapa menyebar estimasi sampel dari parameter populasi, maka kita bisa membuat “interval” yang dengan tingkat keyakinan tertentu mengandung parameter populasi yang sebenarnya. Seandainya penduga $\hat{\theta}$ dipakai untuk menduga θ , maka nilai $\hat{\theta}$ yang dihitung dari penarikan contoh adalah penduga titik, karenanya penduga titik dipastikan tidak mungkin sama dengan θ . Oleh karena itu dipilih selang tertentu di sekitar $\hat{\theta}$ yang diperkirakan mengandung parameter dan probabilitas tertentu pula. Selang pendugaan tersebut berbentuk $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$ dengan batas kepercayaan $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$ bergantung pada nilai-nilai statistik $\hat{\theta}$ dan distribusinya. Dari distribusi penarikan contoh $\hat{\theta}$ ini, kita dapat menentukan besaran $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$ sehingga probabilitas

$$P(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) = 1 - \alpha$$

Faktor α disebut koefisien taraf nyata (*level of significance*, α) *Dari persamaan di atas dapat dibentuk suatu pernyataan probabilitas θ yang terletak pada selang $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$ yang mana kita mengharapka dengan derajat kepercayaan (confidence level) CL = (1 - α)x100%* akan memberikan nilai parameter dalam suatu selang kepercayaan dan bukan nilai tunggal. Jadi, bila $\alpha = 0,05$ kita memperoleh selang kepercayaan 95% dan bila $\alpha = 0,01$ kita memperoleh selang kepercayaan 99% yang lebih panjang. Semakin panjang selang kepercayaan, semakin yakin bahwa selang itu memuat parameter yang tidak diketahuinya. Selang kepercayaan dalam ilmu statistika terbagi menjadi 3 yaitu :

1. Selang Kepercayaan Rata-Rata
2. Selang Kepercayaan Proporsi
3. Selang Kepercayaan Variansi

Selang Kepercayaan Rata-Rata

Penduga selang rata-rata (confidence interval for the mean) adalah rentang nilai yang diperkirakan mencakup nilai rata-rata sebenarnya dari suatu populasi dengan tingkat

keyakinan tertentu. Biasanya, ini dihitung dari sampel data yang diambil dari populasi tersebut. Selang kepercayaan rata-rata terbagi menjadi 2, yaitu :

1. Selang kepercayaan rata-rata 1 populasi
2. Selang kepercayaan rata-rata 2 populasi

Selang Kepercayaan Rata-Rata 1 Populasi terbagi menjadi :

1. Selang kepercayaan rata-rata satu populasi untuk sigma diketahui
2. Selang kepercayaan rata-rata satu populasi untuk sigma tidak diketahui.

Selang Kepercayaan Rata-Rata 1 Populasi (sigma diketahui, n>30)

Contoh Soal dan Pengerjaan dengan R

Rataan nilai matematika sampel acak 36 mahasiswa tingkat sarjana, masing-masing 2,6. Hitunglah selang kepercayaan 95% dan 99% untuk rataan nilai matematika semua mahasiswa tingkat sarjana. Anggap bahwa simpangan baku populasinya 0,3. (Sumber : Buku Walpole edisi 4, hal. 272)

```
# Data
xbar <- 2.6      # rataan sampel
sigma <- 0.3      # simpangan baku populasi (diketahui)
n     <- 36        # ukuran sampel

# Fungsi CI untuk rataan dengan sigma diketahui
ci_mean_known_sigma <- function(xbar, sigma, n, conf = 0.95){
  se <- sigma / sqrt(n)
  z  <- qnorm(1 - (1 - conf)/2)
  lower <- xbar - z * se
  upper <- xbar + z * se
  c(lower = lower, upper = upper)
}

# Selang kepercayaan 95% dan 99%
ci95 <- ci_mean_known_sigma(xbar, sigma, n, conf = 0.95)
ci99 <- ci_mean_known_sigma(xbar, sigma, n, conf = 0.99)

# Tampilkan hasil dengan 4 desimal
cat("SE =", sigma/sqrt(n), "\n")

## SE = 0.05

cat("95% CI: [", sprintf("%.4f", ci95["lower"]), ", ", sprintf("%.4f",
ci95["upper"]), "] \n", sep = "")

## 95% CI: [2.5020,2.6980]
```

```

cat("99% CI: [", sprintf("%.4f", ci99["lower"]), ",",
    sprintf("%.4f", ci99["upper"])), "]\n", sep = "")
## 99% CI: [2.4712,2.7288]

```

Selang Kepercayaan Rata-Rata 1 Populasi (sigma tidak diketahui, n<30)

Contoh Soal dan Pengerajan dengan R

Tujuh botol yang mirip masing-masing berisi asam sulfat 9,8; 10,2; 10,4; 9,8; 10,0; 10,2 dan 9,6 liter. Carilah selang kepercayaan 95% untuk rataan isi botol semacam itu bila distribusinya dianggap hampir normal.

```

# Data volume botol (liter)
x <- c(9.8, 10.2, 10.4, 9.8, 10.0, 10.2, 9.6)

# Parameter sampel
n <- length(x)
xbar <- mean(x)           # rataan sampel
s     <- sd(x)             # simpangan baku sampel
df   <- n - 1

# Tingkat kepercayaan
conf <- 0.95
alpha <- 1 - conf

# Nilai t kritis
t_crit <- qt(1 - alpha/2, df)

# Standard error
se <- s / sqrt(n)

# Selang kepercayaan
lower <- xbar - t_crit * se
upper <- xbar + t_crit * se

cat("Rataan sampel =", round(xbar,4), "\n")
## Rataan sampel = 10

cat("Simpangan baku sampel =", round(s,4), "\n")
## Simpangan baku sampel = 0.2828

cat("95% CI untuk rataan: [", round(lower,4), ",",
    round(upper,4), "]\n")
## 95% CI untuk rataan: [ 9.7384 , 10.2616 ]

```

Selang Kepercayaan Rata-Rata 2 Populasi

Pada subbab ini selang kepercayaan rata-rata 2 populasi terbagi menjadi 4 bagian, yaitu

1. Selang kepercayaan rata-rata 2 populasi saat σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}$$

Contoh Soal dan Pengerjaannya dengan R

Suatu ujian kimia yang telah dibakukan diberikan pada 50 siswa wanita dan 75 siswa pria. Nilai rata-rata wanita 76, sedangkan murid pria mendapat nilai rata-rata 82. Carilah selang kepercayaan 96% untuk selisih , bila menyatakan rataan nilai semua siswa pria dan rataan nilai semua siswa wanita yang mungkin akan mengikuti ujian ini. Anggap simpangan baku populasi untuk wanita dan pria, masing-masing 6 dan 8.

```
# Data
n_w <- 50
n_p <- 75
mean_w <- 76
mean_p <- 82
sd_w <- 6
sd_p <- 8

# Selisih rata-rata
diff_mean <- mean_p - mean_w

# Standard error
se <- sqrt((sd_p^2 / n_p) + (sd_w^2 / n_w))

# z kritis untuk 96% CI
alpha <- 0.04
z_crit <- qnorm(1 - alpha/2)

# Batas bawah dan atas CI
lower <- diff_mean - z_crit * se
upper <- diff_mean + z_crit * se

cat("Selang kepercayaan 96% untuk (mu_p - mu_w): (", round(lower,2), ",",
round(upper,2), ")\n")

## Selang kepercayaan 96% untuk (mu_p - mu_w): ( 3.42 , 8.58 )
```

2. Selang Kepercayaan rata-rata 2 populasi saat $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ tetapi tidak diketahui (pooled variance)

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2} < \mu_1 - \mu_2 \\ < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$$

dengan

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Contoh Soal dan Pengerjaannya dengan R

Untuk tujuan keefektifan penggunaan spesies makroinvertebrata dalam sistem perairan, dilakukan pengambilan sampel di 2 titik. Sebanyak 12 sampel bulanan diambil dari titik muara pembuangan asam lambung dan menghasilkan nilai rataan sebesar 3,11 dan simpangan baku sebesar 0,771. Sedangkan dari titik hulu, diambil 10 sampel bulanan menghasilkan nilai rataan indeks sebesar 2,04 dan simpangan baku sebesar 0,448. Buat selang kepercayaan 90% untuk selisih rataan populasi dari kedua titik, anggap kedua populasi berdistribusi hampir normal dengan varians yang sama.

```

n1 <- 12
mean1 <- 3.11
sd1 <- 0.771

n2 <- 10
mean2 <- 2.04
sd2 <- 0.448

# Hitung pooled variance
sp2 <- (((n1-1)*sd1^2 + (n2-1)*sd2^2) / (n1+n2-2))
sp <- sqrt(sp2)

# Selisih rata-rata
diff <- mean1 - mean2

# Derajat bebas
df <- n1 + n2 - 2

# Nilai t kritis untuk 90% CI (alpha=0.10, two-tailed -> 0.05 tiap sisi)
t_crit <- qt(1-0.05, df)

# Margin of error
ME <- t_crit * sp * sqrt(1/n1 + 1/n2)

# Interval kepercayaan
lower <- diff - ME
upper <- diff + ME

cat("Selang kepercayaan 90% untuk selisih rataan (mu1 - mu2): (",
    round(lower,4), ",",
    round(upper,4), ")\n")

## Selang kepercayaan 90% untuk selisih rataan (mu1 - mu2): ( 0.593 , 1.547 )

```

3. Selang Kepercayaan rata-rata 2 populasi saat $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ dan tidak diketahui (Welch)

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\alpha/2, df} \sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\alpha/2, df} \sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}$$

dengan derajat bebas:

$$df \approx \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{(s_1^2/n_1)^2/n_1 - 1 + (s_2^2/n_2)^2/n_2 - 1}$$

Contoh Soal dan Pengerjaannya dengan R

Suatu penelitian mengenai ‘Nutrient Retention and Macroinvertebrate Community Response to Sewage Stress in a Stream Ecosystem’ yang dilakukan oleh Departemen of Zoology di Virginia Polytechnic Institute and State University tahun 1980 menaksir selisih banyaknya bahan kimia ortofosfor yang diukur pada dua stasion yang berlainan di Sungai James. Ortofosfor diukur dalam mg per liter. Lima belas sampel dikumpulkan dari stasion 1 dan 12 sampel dari stasion 2. Ke 15 sampel dari stasion 1 mempunyai rata-rata kadar ortofosfor 3,84 mg per liter dan simpangan baku 3,07 mg per liter, sedangkan ke 12 sampel dari stasion 2 mempunyai rata-rata kadar 1,49 mg per liter dan simpangan baku 0,80 mg per liter. Cari selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata kadar ortofosfor sesungguhnya pada kedua stasion tersebut, anggap bahwa pengamatan berasal dari populasi normal dengan variansi yang berbeda

```
# Data ringkasan
n1 <- 15
mean1 <- 3.84
sd1 <- 3.07

n2 <- 12
mean2 <- 1.49
sd2 <- 0.80

# Selisih rata-rata
diff <- mean1 - mean2

# Standard error (Welch)
se <- sqrt((sd1^2 / n1) + (sd2^2 / n2))

# Derajat bebas (Welch-Satterthwaite)
df <- ( (sd1^2/n1 + sd2^2/n2)^2 ) /
  ( ((sd1^2/n1)^2)/(n1-1) + ((sd2^2/n2)^2)/(n2-1) )

# Nilai t kritis (95% CI, alpha = 0.05, dua sisi)
t_crit <- qt(1-0.025, df)

# Margin of error
ME <- t_crit * se
```

```

# Interval kepercayaan
lower <- diff - ME
upper <- diff + ME

cat("Selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata (mu1 - mu2): (",
    round(lower,4), ",",
    round(upper,4), ")\n")

## Selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata (mu1 - mu2): ( 0.6026 ,
4.0974 )

```

4. Selang Kepercayaan Rata-Rata 2 Populasi untuk Pengamatan Berpasangan (Paired Sample)

Hitung selisih $d_i = X_{1i} - X_{2i}$, lalu:

$$\bar{d} - t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_d < \bar{d} + t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

dengan \bar{d} rata-rata selisih dan s_d simpangan baku selisih.

Contoh Soal dan Pengerjaannya dengan R

Dalam makalah ‘Essential Elements in Fresh and Canned Tomatoes’, yang diterbitkan di Journal of Food Science (Jilid 46, 1981), kandungan unsur penting ditentukan dalam tomat segar dan kaleng menggunakan spektrofotometer penyerapan atom. Kandungan tembaga dalam tomat segar dibandingkan dengan kandungan tembaga pada tomat yang sama setelah dikalengkan dicatat dan hasilnya seperti berikut:

Pasangan	Tomat Segar	Tomat Kaleng	d_i
1	0.066	0.085	0.019
2	0.079	0.088	0.009
3	0.069	0.091	0.022
4	0.076	0.096	0.020
5	0.071	0.093	0.022
6	0.087	0.095	0.008
7	0.071	0.079	0.008
8	0.073	0.078	0.005
9	0.067	0.065	-0.002
10	0.062	0.068	0.006

Cari selang kepercayaan 98% untuk selisih sesungguhnya rataan kandungan tembaga dalam tomat segar dan kaleng bila dianggap distribusi selisihnya normal.

```

# Data
segar <- c(0.066, 0.079, 0.069, 0.076, 0.071,
          0.087, 0.071, 0.073, 0.067, 0.062)
kaleng <- c(0.085, 0.088, 0.091, 0.096, 0.093,
           0.095, 0.079, 0.078, 0.065, 0.068)

```

```

# Hitung selisih (Segar - Kaleng)
diff <- kaleng - segar

# Rata-rata selisih
mean_diff <- mean(diff)

# Simpangan baku selisih
sd_diff <- sd(diff)

# Banyak pasangan
n <- length(diff)

# Derajat bebas
df <- n - 1

# Standard error
se <- sd_diff / sqrt(n)

# t kritis untuk 98% CI (alpha=0.02, dua sisi -> 0.01 tiap sisi)
t_crit <- qt(1 - 0.01, df)

# Margin of error
ME <- t_crit * se

# Interval kepercayaan
lower <- mean_diff - ME
upper <- mean_diff + ME

cat("Selang kepercayaan 98% untuk selisih rata-rata (Segar - Kaleng): (",
    round(lower,5), ",",
    round.upper,5), "\n")

## Selang kepercayaan 98% untuk selisih rata-rata (Segar - Kaleng): ( 0.00421
, 0.01919 )

# Cara cepat Langsung pakai t.test paired:
t.test(kaleng, segar, paired = TRUE, conf.level = 0.98)

##
## Paired t-test
##
## data: kaleng and segar
## t = 4.4079, df = 9, p-value = 0.001701
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
## 98 percent confidence interval:
## 0.004210926 0.019189074
## sample estimates:
## mean difference
## 0.0117

```

Selang Kepercayaan Proporsi

Selang kepercayaan proporsi terbagi menjadi 2, yaitu selang kepercayaan proporsi 1 populasi dan selang kepercayaan proporsi 2 populasi

Selang Kepercayaan Proporsi 1 Populasi

Jika p adalah proporsi populasi dan $\hat{p} = x/n$ adalah proporsi sampel (dengan x = banyak sukses, n = ukuran sampel), maka selang kepercayaan $(1 - \alpha)100\%$ adalah:

$$\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

Contoh Soal dan Penggerjannya dengan R

Pada suatu sampel acak $n=500$ keluarga yang memiliki pesawat televisi di Kota Hamilton, Kanada, ditemukan bahwa $x = 340$ memiliki tv berwarna. Carilah selang kepercayaan 95% untuk proporsi sesungguhnya dari keluarga yang memiliki tv berwarna di kota tersebut.

```
# Data
n <- 500
x <- 340
p_hat <- x / n

# Standard error
se <- sqrt(p_hat * (1 - p_hat) / n)

# z kritis untuk 95% CI
z_crit <- qnorm(0.975)

# Batas CI
lower <- p_hat - z_crit * se
upper <- p_hat + z_crit * se

cat("Selang kepercayaan 95% untuk proporsi:",
    "(", round(lower,4), ", ", round(upper,4), ")\n")

## Selang kepercayaan 95% untuk proporsi: ( 0.6391 , 0.7209 )
```

Selang Kepercayaan Proporsi 2 Populasi

Jika $\hat{p}_1 = x_1/n_1$ dan $\hat{p}_2 = x_2/n_2$, maka selang kepercayaan $(1 - \alpha)100\%$ untuk selisih proporsi adalah:

$$\begin{aligned}
 & (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} < p_1 - p_2 \\
 & < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}
 \end{aligned}$$

Contoh Soal dan Pengerjannya dengan R

Suatu perubahan dalam cara pembuatan suku cadang sedang direncanakan. Sampel diambil dari cara lama maupun yang baru untuk melihat apakah cara baru tersebut memberikan perbaikan. Bila 75 dari 1500 suku cadang yang berasal dari cara lama ternyata cacat dan 80 dari 2000 yang berasal dari cara baru ternyata cacat, carilah selang kepercayaan 90% untuk selisih sesungguhnya proporsi yang cacat dalam kedua cara.

```

# Data
n1 <- 1500; x1 <- 75
n2 <- 2000; x2 <- 80

p1 <- x1 / n1
p2 <- x2 / n2
diff_p <- p1 - p2

# Standard error
se <- sqrt((p1*(1-p1))/n1 + (p2*(1-p2))/n2)

# z kritis untuk 90% CI
z_crit <- qnorm(0.95)

# Confidence interval
lower <- diff_p - z_crit * se
upper <- diff_p + z_crit * se

cat("Selang kepercayaan 90% untuk (p1 - p2): (",
    round(lower,4), ",",
    round(upper,4), ")\n")
## Selang kepercayaan 90% untuk (p1 - p2): ( -0.0017 , 0.0217 )

```

Selang Kepercayaan Variansi

Selang kepercayaan variansi terbagi menjadi 2, yaitu selang kepercayaan variansi 1 populasi dan selang kepercayaan variansi 2 populasi

1. Selang Kepercayaan Variansi 1 Populasi

Untuk sampel berukuran n dengan variansi sampel S^2 , selang kepercayaan untuk variansi populasi σ^2 adalah:

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2, (n-1)}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2, (n-1)}}$$

Contoh Soal dan Pengjerjannya dengan R

Data berikut menyatakan berat dalam gram, 10 bungkus bibit sejenis tanaman yang dipasarkan oleh suatu perusahaan: 46,4; 46,1; 45,8; 47,0; 46,1; 45,9; 45,8; 46,9; 45,2 dan 46,0. Carilah selang kepercayaan 95% untuk variansi semua bungkusan bibit yang dipasarkan Perusahaan tersebut, anggap populasinya normal.

```
# Data
data <- c(46.4, 46.1, 45.8, 47.0, 46.1, 45.9, 45.8, 46.9, 45.2, 46.0)

n <- length(data)
df <- n - 1
s2 <- var(data) # variansi sampel

alpha <- 0.05

# Nilai kritis chi-square
chi2_lower <- qchisq(1 - alpha/2, df) # chi2(0.975, 9)
chi2_upper <- qchisq(alpha/2, df) # chi2(0.025, 9)

# Confidence Interval untuk variansi
lower <- (df * s2) / chi2_lower
upper <- (df * s2) / chi2_upper

cat("Selang kepercayaan 95% untuk variansi: (",
    round(lower,4), ",",
    round(upper,4), ")\n")

## Selang kepercayaan 95% untuk variansi: ( 0.1354 , 0.9539 )
```

2. Selang Kepercayaan Rasio Variansi 2 Populasi

Misalkan ada dua sampel dengan ukuran n_1 , n_2 , variansi sampel S_1^2 dan S_2^2 .

Selang kepercayaan untuk rasio variansi $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ adalah:

$$\frac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\alpha/2, (n_1-1), (n_2-1)}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{\alpha/2, (n_1-1), (n_2-1)}}$$

Contoh Soal dan Pengjerjannya dengan R

Suatu penelitian mengenai ‘Nutrient Retention and Macroinvertebrate Community Response to Sewage Stress in a Stream Ecosystem’ yang dilakukan oleh Departemen of Zoology di Virginia Polytechnic Institute and State University tahun 1980 menaksir selisih banyaknya bahan kimia ortofosfor yang diukur pada dua stasion yang berlainan di Sungai

James. Ortofosfor diukur dalam mg per liter. Lima belas sampel dikumpulkan dari stasiun 1 dan 12 sampel dari stasiun 2. Ke 15 sampel dari stasiun 1 mempunyai rata-rata kadar ortofosfor 3,84 mg per liter dan simpangan baku 3,07 mg per liter, sedangkan ke 12 sampel dari stasiun 2 mempunyai rata-rata kadar 1,49 mg per liter dan simpangan baku 0,80 mg per liter. Cari selang kepercayaan 98% untuk selisih varians kadar ortofosfor sesungguhnya pada kedua stasiun tersebut, anggap bahwa pengamatan berasal dari populasi normal dengan variansi yang berbeda

```
# Data
n1 <- 15
n2 <- 12
s1 <- 3.07
s2 <- 0.80

# Varians sampel
var1 <- s1^2
var2 <- s2^2

# Rasio varians
ratio <- var1 / var2

# Derajat bebas
df1 <- n1 - 1
df2 <- n2 - 1

# Alpha
alpha <- 0.02

# Kuantil distribusi F
F_lower <- qf(1 - alpha/2, df1, df2)
F_upper <- qf(alpha/2, df1, df2)

# Batas bawah dan atas CI
lower <- ratio / F_lower
upper <- ratio / F_upper

cat("Selang kepercayaan 98% untuk rasio varians (sigma1^2 / sigma2^2):",
    "(", round(lower,4), ", ", round(upper,4), ")\n")

## Selang kepercayaan 98% untuk rasio varians (sigma1^2 / sigma2^2): ( 3.4301
, 56.9034 )
```