

Modul Tutorial Analisis Diskriminan

Dewi Indra Setiawan

Analisis diskriminan adalah salah satu metode analisis multivariat yang bertujuan untuk memisahkan beberapa kelompok data yang sudah terkelompokkan dengan cara membentuk fungsi diskriminan. Ide dasar dari analisis diskriminan :

1. Sudah adanya pengelompokan objek
2. Mencari fungsi yang bisa dijadikan dasar membedakan (mendiskriminankan) objek ke dalam kelompok – kelompok
3. Berdasarkan fungsi yang ada lalu menentukan ke kelompok mana suatu objek baru akan masuk
4. Peubah pembeda adalah peubah yang ragamnya besar
5. Pembedaan seringkali memerlukan kombinasi beberapa peubah (satu peubah tidak cukup)

Masalah yang ditelusuri dalam analisis diskriminan adalah mencari cara terbaik untuk menyatakan perbedaan antar kelompok tersebut (diskriminasi) dan untuk mengalokasikan suatu obyek (baru) ke dalam salah satu kelompok tersebut (klasifikasi). Dan untuk mengatasi dua masalah tersebut dalam analisis diskriminan terdapat suatu fungsi diskriminan yang merupakan fungsi atau kombinasi linier variabel-variabel asal yang akan menghasilkan cara terbaik dalam pemisahan kelompok-kelompok tersebut. Fungsi ini akan memberikan nilai-nilai sedekat mungkin dalam kelompok dan sejauh mungkin antar kelompok.

Tujuan utama :

Memperoleh fungsi diskriminan, yaitu fungsi yang mampu digunakan membedakan suatu objek masuk ke dalam populasi tertentu berdasarkan pengamatan terhadap objek tersebut

Penerapan :

- Bankruptcy prediction
- Face recognition
- Marketing
- Biomedical studies
- Earth science

Manfaat dari analisis diskriminan :

- a) Menjelaskan perbedaan antar kategori (kelompok), berdasarkan koefisien dari model diskriminan yang terbentuk. (Variabel bebas dengan harga mutlak koefisien terbesar, merupakan variabel bebas dominan yang menjadi pembeda antar kategori)

b) Kategorisasi (pengelompokan) suatu objek baru, berdasarkan variabel bebas yang dimiliki menggunakan model diskriminan.

Klasifikasi mempunyai dua arti yang berbeda. Jika diberikan satu set pengamatan dengan tujuan menetapkan keberadaan kelas atau kelompok dalam data tanpa diketahui pengelompokan dengan jelas, maka prosedur klasifikasi yang digunakan dikenal dengan *Unsupervised Learning (Clustering)*. Sebaliknya jika untuk menetapkan aturan dengan mana kita dapat menggolongkan pengamatan baru ke dalam kelas yang ada dikenal dengan *Supervised Learning*. *Supervised Learning* dalam literatur statistik pada umumnya dikenal sebagai analisis diskriminan.

Sebelum melakukan analisis diskriminan, ada beberapa asumsi yang perlu diperhatikan, diantaranya adalah sebagai berikut :

1. Pemeriksaan asumsi normal multivariate

Uji dapat dilakukan pada setiap variabel memenuhi asumsi normalitas.

2. Pengujian vektor rata-rata kedua kelompok.

Diharapkan rata-rata berbeda nyata sehingga variabel yang sedang diteliti memang membedakan kedua kelompok.

3. Pemeriksaan asumsi homogenitas matriks variansi:

Diharapkan matriks kovarians antar kelompok homogen, sehingga asumsi homogenitas terpenuhi.

Fungsi Diskriminan

Fungsi diskriminan bisa memisahkan kelompok – kelompok dengan salah satu klasifikasi paling kecil, mirip fungsi model regresi.

$$D = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \dots + b_kX_k$$

dengan :

D = skor diskriminan

bi = koefisien diskriminan atau bobot

Xi = predictor atau variabel independent

Aturan Fungsi Diskriminan Fisher

Metode klasifikasi analisis diskriminan dengan penghitungan manual dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu :

1. Aturan fungsi diskriminan Fisher

2. Aturan jarak (smallest squared Distance)

Aturan fungsi diskriminan Fisher menggunakan rumus seperti yang ada di Gambar 1. Pada analisis diskriminan Fisher, tujuan utama adalah **mengklasifikasikan suatu objek baru (x_0) ke dalam salah satu dari dua kelompok populasi**, yaitu π_1 atau π_2 , berdasarkan kombinasi linear dari variabel-variabel bebas yang mampu memisahkan kedua kelompok tersebut sebaik mungkin.

Fungsi diskriminan Fisher didefinisikan sebagai :

$$\hat{y}_0 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S_{pooled}^{-1} x_0$$

Dengan :

\bar{x}_1 dan \bar{x}_2 adalah vector rata-rata untuk kelompok 1 dan kelompok 2

S_{pooled}^{-1} merupakan invers dari matriks kovarians gabungan yang diasumsikan sama untuk kedua kelompok, dan

x_0 adalah vektor data baru yang akan diklasifikasikan

Nilai \hat{y}_0 menunjukkan **skor diskriminan** yang menggambarkan posisi observasi x_0 pada sumbu diskriminan Fisher – semakin besar nilainya, semakin dekat observasi tersebut ke kelompok dengan rata-rata yang lebih tinggi.

Untuk menentukan ke kelompok mana suatu observasi baru akan dialokasikan, digunakan **titik batas klasifikasi** atau **cutting point**, yang dilambangkan dengan :

$$\hat{m} = \frac{1}{2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S_{pooled}^{-1} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$$

Nilai \hat{m} merepresentasikan **titik tengah antara dua rata-rata kelompok dalam ruang diskriminan**, setelah mempertimbangkan struktur kovarians gabungan. Dengan kata lain, \hat{m} adalah batas yang memisahkan daerah keputusan antara kedua kelompok.

AN ALLOCATION RULE BASED ON FISHER'S DISCRIMINANT FUNCTION⁸

Allocate \mathbf{x}_0 to π_1 if

$$\hat{y}_0 = (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)' \mathbf{S}_{pooled}^{-1} \mathbf{x}_0$$

$$\geq \hat{m} = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)' \mathbf{S}_{pooled}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2)$$

(11-35)

or

$$\hat{y}_0 - \hat{m} \geq 0$$

Allocate \mathbf{x}_0 to π_2 if

$$\hat{y}_0 < \hat{m}$$

or

$$\hat{y}_0 - \hat{m} < 0$$

Gambar 1. Aturan Fungsi Diskriminan Fisher

Aturan klasifikasinya dinyatakan sebagai berikut :

Alokasikan x_0 ke kelompok π_1 jika :

$$\hat{y}_0 - \hat{m} \geq 0$$

Alokasikan x_0 ke kelompok π_2 jika :

$$\hat{y}_0 - \hat{m} < 0$$

Artinya, jika nilai diskriminan \hat{y}_0 berada di sisi kanan atau sama dengan titik batas \hat{m} , maka observasi tersebut dianggap lebih mirip dengan kelompok π_1 . Sebaliknya, jika nilainya berada di sisi kiri titik batas, maka observasi tersebut diklasifikasikan ke dalam kelompok π_2 . Dengan demikian, aturan alokasi ini membagi ruang pengamatan ke dalam dua wilayah keputusan berdasarkan kombinasi linear variabel prediktor yang memberikan pemisahan maksimal antar kelompok.

Aturan jarak (Smallest Squared Distance)

Metode klasifikasi yang kedua pada analisis diskriminan adalah dengan pendekatan aturan jarak (*smallest squared distance*), rumus yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$D_i^2(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_i)' \mathbf{S}_{\text{pooled}}^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_i)$$

Aturan *Smallest Squared Distance* digunakan untuk menentukan keanggotaan suatu objek ke dalam kelompok yang paling sesuai berdasarkan jarak statistiknya terhadap pusat kelompok (*centroid*). Prinsip dasarnya adalah bahwa suatu objek akan diklasifikasikan ke dalam kelompok yang memiliki jarak kuadrat terkecil dari objek tersebut.

Nilai D_i^2 menunjukkan besarnya jarak statistik antara individu x dan pusat kelompok i . Semakin kecil nilai D_i^2 , semakin dekat posisi individu tersebut terhadap kelompok yang bersangkutan. Oleh karena itu, objek diklasifikasikan ke dalam kelompok yang memiliki nilai D_i^2 paling kecil.

Dengan demikian, aturan *Smallest Squared Distance* mencerminkan prinsip kedekatan dalam ruang multidimensi, di mana jarak diukur dengan mempertimbangkan keragaman antarvariabel (melalui kovarian). Pendekatan ini menjamin bahwa klasifikasi tidak hanya bergantung pada jarak Euclidean biasa, tetapi juga memperhitungkan hubungan antarvariabel dalam data.

Contoh Soal dan Penyelesaian

Diberikan data sebagai berikut :

- $X1 = CF/TD = (\text{arus kas})/(\text{total utang})$,
- $X2 = NI/TA = (\text{laba bersih})/(\text{total aset})$,
- $X3 = CA/CL = (\text{aset lancar})/(\text{kewajiban lancar})$
- $X4 = CA/NS = (\text{aset lancar})/(\text{penjualan bersih})$.

Grup 1 adalah kategori perusahaan yang bankrut, grup 2 adalah kategori perusahaan yang tidak bankrut. Lakukan analisis diskriminan dengan metode fisher dan smallest squared distance, buat Kesimpulan terkait klasifikasinya dan bandingkan hasil dari kedua metode

Grup	X1	X2	X3	X4
1	-0.45	-0.41	1.09	0.45
1	-0.56	-0.31	1.51	0.16
1	0.06	0.02	1.01	0.4
1	-0.07	-0.09	1.45	0.26
1	-0.1	-0.09	1.56	0.67
2	0.51	0.1	2.49	0.54
2	0.08	0.02	2.01	0.53
2	0.38	0.11	3.27	0.35
2	0.19	0.05	2.25	0.33
2	0.32	0.07	4.24	0.63

Metode Diskriminan Fisher

1. Menghitung $\bar{\mathbf{X}}_1, \bar{\mathbf{X}}_2$ dan $\bar{\mathbf{X}}_1 - \bar{\mathbf{X}}_2$

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} -0.45 & -0.41 & 1.09 & 0.45 \\ -0.56 & -0.31 & 1.51 & 0.16 \\ 0.06 & 0.02 & 1.01 & 0.4 \\ -0.07 & -0.09 & 1.45 & 0.26 \\ -0.1 & -0.09 & 1.56 & 0.67 \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{X}}_1 = \begin{bmatrix} -0.224 \\ -0.176 \\ 1.326 \\ 0.388 \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{X}}_2 = \begin{bmatrix} 0.296 \\ 0.07 \\ 2.852 \\ 0.476 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0.51 & 0.1 & 2.49 & 0.54 \\ 0.08 & 0.02 & 2.01 & 0.53 \\ 0.38 & 0.11 & 3.27 & 0.35 \\ 0.19 & 0.05 & 2.25 & 0.33 \\ 0.32 & 0.07 & 4.24 & 0.63 \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{X}}_1 - \bar{\mathbf{X}}_2 = \begin{bmatrix} -0.52 \\ -0.246 \\ -1.528 \\ -0.088 \end{bmatrix}$$

2. Menghitung $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ dan \mathbf{S}_{pooled}

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 0.07093 & 0.04437 & -0.01253 & 0.020315 \\ 0.04437 & 0.03148 & -0.00015 & 0.00791 \\ -0.01253 & -0.00015 & 0.06488 & -0.00256 \\ 0.020315 & 0.00791 & -0.00256 & 0.03797 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} 0.02783 & 0.005675 & 0.05916 & 0.002655 \\ 0.005675 & 0.00135 & 0.015 & -0.00073 \\ 0.05916 & 0.015 & 0.82592 & 0.045085 \\ 0.002655 & -0.00073 & 0.045085 & 0.01698 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{pooled} = \left[\frac{n_1 - 1}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \right] \mathbf{S}_1 + \left[\frac{n_2 - 1}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \right] \mathbf{S}_2$$

$$\mathbf{S}_{pooled} = \left[\frac{4}{8} \right] \mathbf{S}_1 + \left[\frac{4}{8} \right] \mathbf{S}_2$$

$$\mathbf{S}_{pooled} = \begin{bmatrix} 0.04938 & 0.025023 & 0.023315 & 0.011485 \\ 0.025023 & 0.016415 & 0.007428 & 0.003593 \\ 0.023315 & 0.007428 & 0.4454 & 0.02126 \\ 0.011485 & 0.003593 & 0.02126 & 0.027475 \end{bmatrix}$$

Dengan metode Gauss Jordan atau Kofaktor didapatkan nilai \mathbf{S}_{pooled}^{-1}

$$\mathbf{S}_{pooled}^{-1} = \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81638 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.988292 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370831 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33524 & 43.34939 \end{bmatrix}$$

3. Menghitung \hat{y}_0

$$\hat{y}_0 = \mathbf{a}'\mathbf{x} = [\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2]' \mathbf{S}_{pooled}^{-1} \mathbf{x}$$

$$\hat{y}_0 = \begin{bmatrix} -0.52 & -0.246 & -1.528 & -0.088 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81638 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.988292 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370831 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33524 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}_0 = -11.5565x_1 + 3.2297x_2 - 3.0949x_3 + 3.565x_4$$

4. Menghitung \bar{m}

$$\bar{m} = \frac{1}{2}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)$$

$$\bar{y}_1 = \mathbf{a}\bar{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} -11.5565 & 3.229691 & -3.04973 & 3.565459 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.224 \\ -0.176 \\ 1.324 \\ 0.388 \end{bmatrix} = -0.6342$$

$$\bar{y}_2 = \mathbf{a}\bar{\mathbf{x}}_2 = \begin{bmatrix} -11.5565 & 3.229691 & -3.04973 & 3.565459 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.296 \\ 0.07 \\ 2.852 \\ 0.476 \end{bmatrix} = -10.1953$$

$$\bar{m} = \frac{1}{2}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2) = \frac{1}{2}(-0.63422 - 10.1953) = -5.41477$$

5. Menentukan alokasi kelompok

Alokasikan x_0 ke kelompok π_1 jika :

$$\hat{y}_0 - \bar{m} \geq 0$$

$$-11.5565x_1 + 3.2297x_2 - 3.0949x_3 + 3.565x_4 + 5.415 \geq 0$$

Alokasikan x_0 ke kelompok π_2 jika :

$$\hat{y}_0 - \bar{m} < 0$$

$$-11.5565x_1 + 3.2297x_2 - 3.0949x_3 + 3.565x_4 + 5.415 < 0$$

Hasil alokasi :

π_1		π_2	
$\hat{\mathbf{a}}'\mathbf{x} - \bar{m}$	Klasifikasi	$\hat{\mathbf{a}}'\mathbf{x} - \bar{m}$	Klasifikasi
7.571499	1	-5.82433	2
6.850812	1	0.314807	1
3.132159	1	-7.34591	2
2.438191	1	-2.30454	2
3.911253	1	-8.74162	2

6. Menghitung Hit Ratio (Ketepatan Klasifikasi)

		Observasi	
		Klasifikasi 1	Klasifikasi 2
Estimasi	Klasifikasi 1	5	1
	Klasifikasi 2	0	4

$$\text{Hit Ratio} = \frac{9}{10} = 90\%$$

Metode Smallest Squared Distance

$$D_i^2(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_i)' \mathbf{S}_{\text{pooled}}^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_i)$$

$$\text{Untuk } \bar{\mathbf{X}}_1 = \begin{bmatrix} -0.224 \\ -0.176 \\ 1.326 \\ 0.388 \end{bmatrix}$$

$$D_1^2(x) =$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -0.226 & -0.234 & -0.234 & 0.062 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.226 \\ -0.234 \\ -0.234 \\ 0.062 \end{bmatrix} = 5.138149 \\ & \begin{bmatrix} -0.336 & -0.134 & 0.186 & -0.228 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.336 \\ -0.134 \\ 0.186 \\ -0.228 \end{bmatrix} = 3.839192 \\ & \begin{bmatrix} 0.284 & 0.196 & -0.314 & 0.012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.284 \\ 0.196 \\ -0.314 \\ 0.012 \end{bmatrix} = 2.713813 \\ & \begin{bmatrix} 0.154 & 0.086 & 0.126 & -0.128 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.154 \\ 0.086 \\ 0.126 \\ -0.128 \end{bmatrix} = 1.630039 \\ & \begin{bmatrix} 0.124 & 0.086 & 0.236 & 0.282 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.124 \\ 0.086 \\ 0.236 \\ 0.282 \end{bmatrix} = 3.498144 \end{aligned}$$

$$D_2^2(x) =$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 0.734 & 0.276 & 1.166 & 0.152 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.734 \\ 0.276 \\ 1.166 \\ 0.152 \end{bmatrix} = 14.95219 \\ & \begin{bmatrix} 0.304 & 0.196 & 0.686 & 0.142 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.304 \\ 0.196 \\ 0.686 \\ 0.142 \end{bmatrix} = 3.42279 \\ & \begin{bmatrix} 0.604 & 0.286 & 1.946 & -0.038 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.604 \\ 0.286 \\ 1.946 \\ -0.038 \end{bmatrix} = 16.25592 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0.414 & 0.226 & 0.926 & -0.058 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.414 \\ 0.226 \\ 0.926 \\ -0.058 \end{bmatrix} = 6.069559$$

$$\begin{bmatrix} 0.544 & 0.246 & 2.916 & 0.242 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.544 \\ 0.246 \\ 2.916 \\ 0.242 \end{bmatrix} = 22.28572$$

$$\text{Untuk } \bar{\mathbf{X}}_2 = \begin{bmatrix} 0.296 \\ 0.07 \\ 2.852 \\ 0.476 \end{bmatrix}$$

$$D_1^2(x) =$$

$$\begin{bmatrix} -0.746 & -0.48 & -1.762 & -0.026 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.746 \\ -0.48 \\ -1.762 \\ -0.026 \end{bmatrix} = 20.28068$$

$$\begin{bmatrix} -0.856 & -0.38 & -1.342 & -0.316 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.856 \\ -0.38 \\ -1.342 \\ -0.316 \end{bmatrix} = 17.54035$$

$$\begin{bmatrix} -0.236 & -0.05 & -1.842 & -0.076 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102.5683 & -150.768 & -1.81637767 & -21.7559 \\ -150.768 & 284.5329 & 1.98829197 & 24.28101 \\ -1.81638 & 1.988292 & 2.370830705 & -1.33524 \\ -21.7559 & 24.28101 & -1.33523939 & 43.34939 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.236 \\ -0.05 \\ -1.842 \\ -0.076 \end{bmatrix} = 8.977669$$

dst

π_1			π_2		
$D_1^2 x(\bar{x}_1)$	$D_1^2 x(\bar{x}_2)$	Klasifikasi	$D_2^2 x(\bar{x}_1)$	$D_2^2 x(\bar{x}_2)$	Klasifikasi
5.138149	20.28068	1	14.95219	3.303077	2
3.839192	17.54035	1	3.42279	4.051942	1
2.713813	8.977669	1	16.25592	1.563627	2
1.630039	6.505959	1	6.069559	1.460008	2
3.498144	11.32019	1	22.28572	4.802009	2

Menghitung Hit Ratio (Ketepatan Klasifikasi)

		Observasi	
		Klasifikasi 1	Klasifikasi 2
Estimasi	Klasifikasi 1	5	1
	Klasifikasi 2	0	4

$$\text{Hit Ratio} = \frac{9}{10} = 90\%$$

Kesimpulan :

Kedua metode menunjukkan hasil yang serupa, dimana hanya pengamatan kedua kategori kedua saja yang tidak sesuai dengan klasifikasi awal

Latihan Soal

Diberikan nilai tes toefl dan tes TPA mahasiswa Fisika dan Kimia, lakukan analisis diskriminan dengan metode fisher dan smallest squared distance pada data tersebut.

Jurusan	Skor TPA	Skor TOEFL
Fisika	54.62	502
Fisika	39.63	495
Fisika	33.56	396
Fisika	34.63	533
Fisika	31.77	434
Fisika	32.49	512
Fisika	38.2	441
Fisika	35.7	390
Fisika	36.66	328
Fisika	44.98	478
Kimia	40.7	499
Kimia	36.41	383
Kimia	38.91	509
Kimia	41.77	482
Kimia	38.56	451
Kimia	40.34	386
Kimia	39.98	410
Kimia	39.98	472
Kimia	33.2	482
Kimia	28.92	396