

Oraux Verification

Sujet 2009

Mehdi ADDAR

Andra BLAJ

Etienne CHAMPETIER

Diana DRAGUSIN

Emeline ESCOLIVET

Maxime GUYOT

Ugo MEDA

Valentin VIOU

13/04/11

Question 1.1

Surcharge :

Conditions

$$q \in s \leftrightarrow t$$

$$r \in s \leftrightarrow t$$

$q \Leftarrow r$ est équivalent à $(\text{dom}(r) \sqsubseteq q) \cup r$

La surcharge est un opérateur de mise à jour de relation.

Question 1.2

Lorsque $\text{dom}(r) \cap \text{dom}(q) = \emptyset$, $\text{dom}(r) \sqsubseteq q$ est équivalent à $\text{dom}(r)$ donc r est inchangé.

Dans ce cas $q \cup r$ est équivalent à $q \ltimes r$

Question 1.3

$x : \in E$ équivaut à ANY z WHERE $z \in E$ THEN $x := z$ END

ce qui en notation mathématique donne :

$\textcircled{z}.((z \in E) \Rightarrow (x := z))$

Question 1.4

$[y := 4] \neg [\text{ANY } z \text{ WHERE } z > 3 \text{ THEN CHOICE } x := z \text{ OR } x := 6 \text{ END}] \neg (x = y)$

équivalent à :

$[y := 4] \neg [\text{@}z.((z > 3 \Rightarrow (x := z \sqcap x := 6)))] \neg (x = y)$

$[y := 4] \neg [\forall z.((z > 3 \Rightarrow (x := z \sqcap x := 6)))] \neg (x = y)$

$[y := 4] (\exists z. \neg [(z > 3 \Rightarrow (x := z \sqcap x := 6))]) \neg (x = y)$

$[y := 4] (\exists z. ((z > 3) \wedge \neg [(x := z \sqcap x := 6)])) \neg (x = y)$

$[y := 4] (\exists z. ((z > 3) \wedge (\neg [x := z] \neg (x = y) \vee \neg [x := 6] \neg (x = y))))$

Question 1.4

$[y := 4](\exists z.((z > 3) \wedge ([x := z](x = y) \vee [x := 6](x = y))))$

$[y := 4](\exists z.((z > 3) \wedge ((z = y) \vee (6 = y))))$

$\exists z.((z > 3) \wedge [y := 4]((z = 4) \vee (6 = y)))$

$\exists z.((z > 3) \wedge ([y := 4](z = 4) \vee [y := 4](6 = y)))$

$\exists z.((z > 3) \wedge ((z = 4) \vee (6 = y)))$

$\exists z.((z > 3) \wedge (z = 4))$

Question 1.5

On peut tomber sur une preuve comme vu précédemment dans le cas d'obligation de preuve d'une initialisation lors d'un raffinement.

La formule est : $[U_n] \neg [U_{N-1}] \neg I_n$

En prenant l'invariant $(x = y)$

On raffine $[ANY\ z\ WHERE\ z > 3\ THEN\ CHOICE\ x := z\ OR\ x := 6\ END]$

en $[y := 4]$

ce qui est correct puisqu'on a une affaiblissement de la pré-condition.

Question 1.6

Le fait de garder les relations permet de naviguer plus facilement parmi les éléments du problèmes, il est parfois nécessaire de savoir le chemin pour répondre aux données, d'où l'avantage de la relation par rapport à l'image.

Question 2.1

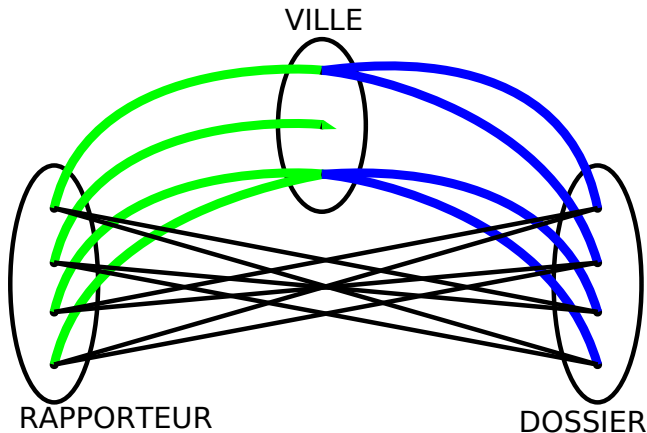
$$\begin{array}{c}
 \text{DB2} \frac{}{\neg R, P \vdash R \Rightarrow R \wedge Q} \\
 \text{DED} \frac{}{\neg R \vdash P \Rightarrow (R \Rightarrow R \wedge Q)} \\
 \text{D8} \frac{}{\neg R \vdash P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q} \\
 \text{DED} \frac{}{\vdash \neg R \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q)} \\
 \text{Gen} \frac{}{\vdash \forall(x, y). (\neg R \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q))}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \text{Diapo Suivante} \\
 \vdash \forall(x, y). ((R \Rightarrow \neg P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q)) \quad \text{D7} \\
 \hline
 \vdash \forall(x, y). (R \Rightarrow \neg P \vee Q) \Rightarrow \forall(x, y). (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q) \quad \text{monotonicit }
 \end{array}$$

Question 2.1

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{DB2} \frac{}{\neg P \vdash P \Rightarrow (R \Rightarrow R \wedge Q)} \\
 \text{D8} \frac{}{\neg P \vdash (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q)} \\
 \text{DED} \frac{}{\vdash \neg P \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q)}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \text{BS2} \frac{}{Q, P, R \vdash R} \quad \text{BS2} \frac{}{Q, P, R \vdash Q} \\
 \hline
 \text{CNJ} \frac{}{Q, P, R \vdash R \wedge Q} \\
 \text{DED} * 2 \frac{}{Q \vdash P \Rightarrow (R \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q))} \\
 \text{D8} \frac{}{Q \vdash (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q)} \\
 \text{DED} \frac{}{\vdash Q \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q)}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \vdash (P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q) \quad \text{D7} \\
 \vdash (\neg P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q) \quad \text{Def}^\circ \\
 \vdash \forall (x, y). ((\neg P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow R \wedge Q)) \quad \text{Gen}
 \end{array}$$

Question 3.1



Question 3.2

Si on 3 villes avec 1 rapporteur par villes, une ville avec 10 dossiers, les 2 autres avec un dossier alors on va avoir 2 rapporteurs avec 12 dossiers et 1 avec 2 dossiers, ce qui ne satisfait pas toutes les conditions.

Pour etre sur de ne pas avoir d'incompatibilités on doit avoir un nombre proche de rapporteurs et de dossiers par ville.

Question 3.3

VARIABLES

statut, traitepar

INVARIANT (debut)

$statut \in STATUT \wedge$

$traitepar \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall D \cdot D \in DOSSIER \Rightarrow \underbrace{card(traitepar[\{D\}]) = 2}_{\text{2 rapporteurs par dossiers}} \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall R \cdot R \in RAPPORTEUR \Rightarrow$

$\underbrace{card(traitepar^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2}_{\text{nombre de dossier par rapporteur proche du nombre moyen}} \wedge$

Question 3.3

INVARIANT (suite)

$$\begin{aligned} \forall D \cdot D \in \text{DOSSIER} \Rightarrow D \notin \underbrace{\text{traitepar}; \text{represente}; \text{vient}^{-1}[\{D\}]}_{\text{Verifie les conflits d'interets}} \wedge \\ \forall v \cdot (v \in \text{VILLLE} \Rightarrow 2. \underbrace{\text{card}(\text{vient}^{-1}[\{v\}])}_{\text{nombre de dossiers déposés par la ville } v} \leq \\ \underbrace{\text{card}(\text{represente} \triangleright \text{dom}(\{v\}))}_{\text{nombre de rapporteurs de la ville } v}) \end{aligned}$$

Question 3.4 : Operations

INITIALISATION

$statut := init ||$
 $traitepar := \emptyset$

CONSTRAINTS

SETS

RAPPORTEUR

DOSSIER

VILLE

$STATUT = \{init, 2ePhase, final\}$

Question 3.4 : Operations

CONSTANTS

nb_dossiers, *nb_rapporteurs*, *represente*, *vient*

PROPERTIES

$nb_rapporteurs \in NAT_1 \wedge$
 $nb_dossiers \in NAT_1 \wedge$
 $nb_rapporteurs = card(RAPPORTEUR) \wedge$
 $nb_dossiers = card(DOSSIER) \wedge$
 $represente \in RAPPORTEUR \rightarrow VILLE \wedge$
 $vient \in DOSSIER \rightarrow VILLE \wedge$

DEFINITIONS

$$nbmr = 2 \frac{nb_dossiers}{nb_rapporteurs}$$

Question 3.4 : Operations

premiere_phase =

PRE *statut* = *init* $\wedge \exists aa$

$aa \in DOSSIER \mapsto RAPPORTEUR \wedge$

$\forall x. (x \in DOSSIER \Rightarrow \text{card}(\text{traitepar} \triangleright \{aa[\{x\}]\}) \leq \text{nbmr} - 2 \wedge$
 $\text{card}(\{x\} \triangleleft \text{traitepar}) = 0 \wedge x \notin (aa; \text{represente}; \text{vient}^{-1})[\{x\}])$

THEN

ANY *aa* *WHERE*

$aa \in DOSSIER \mapsto RAPPORTEUR \wedge$

$\forall x. (x \in DOSSIER \Rightarrow \text{card}(\text{traitepar} \triangleright \{aa[\{x\}]\}) \leq \text{nbmr} - 2 \wedge$
 $\text{card}(\{x\} \triangleleft \text{traitepar}) = 0 \wedge x \notin (aa; \text{represente}; \text{vient}^{-1})[\{x\}])$

THEN *traitepar* := *traitepar* $\cup \{aa\}$ *END*

statut := *2ePhase*

END

Question 3.4 : Operations

ajouter_un_lien(d,r) =

*PRE statut = 2ePhase $\wedge d \in DOSSIER \wedge r \in$
RAPPORTEUR $\wedge \{d \mapsto r\} \notin traitepar \wedge \text{card}(\{d\} \triangleleft traitepar) <$
 $2 \wedge \text{card}(traitepar \triangleright \{r\}) \leq nbmr + 2$ THEN
*traitepar := traitepar $\cup \{d \mapsto r\}$ END**

effacer_un_lien(d,r) =

*PRE D $\in DOSSIER \wedge r \in RAPPORTEUR \wedge statut =$
 $2ePhase \wedge \{d \mapsto r\} \in traitepar$
THEN
*traitepar := traitepar $- \{d \mapsto r\}$ END**

Question 3.4 : Operations

valider =

PRE *statut* = 2*ePhase* $\wedge \forall r \cdot (r \in$
RAPPORTEUR $\wedge \text{card}(\text{traiterpar} \triangleright \{r\}) \leq \text{nbmr} \wedge \forall d \cdot (d \in$
DOSSIER $\wedge \text{card}(\text{traitepar}[\{d\}]) = 1$ *THEN* *statut* := *final* *END*

Question 3.4 : Operations

DD <- dossiers_non_completement_attribues

PRE

statut = 2ePhase

THEN

$DD := \{d \mid d \in \text{DOSSIER} \wedge \text{card}(\{d\} \triangleleft \text{traitepar}) < 2\}$

END

RR <- rapporteurs_sous_affectes

PRE

statut = 2ePhase

THEN

$RR := \{r \mid r \in \text{RAPPORTEUR} \wedge \text{card}(\text{raiterpar} \triangleright \{r\}) < \text{nbmr} - 2\}$

END

Question 3.5

$$A \wedge C \wedge B \wedge I \wedge Q \wedge P \Rightarrow [V]I$$

Aucun A : la machine n'a pas de paramètres

Aucun C : Pas de contraintes

Pour B :

$$RAPPORTEUR \in F_{\text{inf } 1}(INT)$$

$$DOSSIER \in F_1(INT)$$

$$VILLE \in F_1(INT)$$

– Mettre un truc ici pour le T –

$$\text{Pour } Q : nb_rapporteurs \in NAT_1 \wedge$$

$$nb_dossiers \in NAT_1 \wedge$$

$$nb_rapporteur = \text{card}(RAPPORTEUR) \wedge$$

$$nb_dossier = \text{card}(DOSSIER) \wedge$$

$$\text{represente} \in RAPPORTEUR \rightarrow VILLE \wedge$$

$$\text{vient} \in DOSSIER \rightarrow VILLE \wedge$$

Question 3.5

Pour I :

$statut \in STATUT \wedge$

$traitepar \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall D \cdot D \in DOSSIER \Rightarrow \underbrace{card(traitepar[\{D\}]) = 2}_{\text{2 rapporteurs par dossiers}} \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall R \cdot R \in RAPPORTEUR \Rightarrow$

$\underbrace{card(traitepar^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2}_{\text{nombre de dossier par rapporteur proche du nombre moyen}} \wedge$

nombre de dossier par rapporteur proche du nombre moyen

Pour P :

$statut = 2ePhase$

Question 3.5

$[V]I :$

$[traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}]$

$statut \in STATUT \wedge$

$traitepar \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall D. D \in DOSSIER \Rightarrow \underbrace{card(traitepar[\{D\}]) = 2}_{2 \text{ rapporteurs par dossiers}} \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall R. R \in RAPPORTEUR \Rightarrow$

$\underbrace{card(traitepar^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2}_{\text{nombre de dossier par rapporteur proche du nombre moyen}} \wedge$

Question 3.5

On applique S3 [V]I :

$$\begin{aligned} & [traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}]statut \in STATUT \wedge \\ & [traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}]traitepar \in DOSSIER \leftrightarrow \\ & RAPPORTEUR \wedge \\ & [traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}]statut = final \Rightarrow \forall D \cdot D \in \\ & DOSSIER \Rightarrow \underbrace{card(traitepar[\{D\}]) = 2}_{\text{2 rapporteurs par dossiers}} \wedge \\ & [traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}]statut = final \Rightarrow \forall R \cdot R \in \\ & RAPPORTEUR \Rightarrow \\ & \underbrace{card(traitepar^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2}_{\text{nombre de dossier par rapporteur proche du nombre moyen}} \wedge \end{aligned}$$

Question 3.5

On applique S14 et S2 et S1 et S8 et S9 [V] :

$statut \in STATUT \wedge$

$traitepar \cup \{d \mapsto r\} \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR \wedge$

$[traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}](statut = final \Rightarrow \forall D \cdot D \in$
 $DOSSIER \Rightarrow card(traitepar[\{D\}]) = 2) \wedge$

$[traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}](statut = final \Rightarrow \forall R \cdot R \in$
 $RAPPORTEUR \Rightarrow card(traitepar^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2) \wedge$

Question 3.5

On applique S4 [V]I :

$statut \in STATUT \wedge$

$traitepar \cup \{d \mapsto r\} \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR \wedge$

$[traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}] statut = final \Rightarrow [traitepar :=$
 $traitepar \cup \{d \mapsto r\}] \forall D \cdot (D \in DOSSIER \Rightarrow$

$card(traitepar[\{D\}]) = 2) \wedge$

$[traitepar := traitepar \cup \{d \mapsto r\}] statut = final \Rightarrow [traitepar :=$
 $traitepar \cup \{d \mapsto r\}] \forall R \cdot (R \in RAPPORTEUR \Rightarrow$

$card(traitepar^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2) \wedge$

Question 3.5

On applique $S^* [V]$:

$statut \in STATUT \wedge$

$traitepar \cup \{d \mapsto r\} \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall D \cdot (D \in DOSSIER \Rightarrow [traitepar :=$
 $traitepar \cup \{d \mapsto r\}] card(traitepar[\{D\}]) = 2) \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall R \cdot (R \in RAPPORTEUR \Rightarrow [traitepar :=$
 $traitepar \cup \{d \mapsto r\}] card(traitepar^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2 .. nbmr + 2) \wedge$

Question 3.5

On applique $S^* [V]$:

$statut \in STATUT \wedge$

$traitepar \cup \{d \mapsto r\} \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall D \cdot (D \in DOSSIER \Rightarrow card((traitepar \cup \{d \mapsto r\})[\{D\}]) = 2) \wedge$

$statut = final \Rightarrow \forall R \cdot (R \in RAPPORTEUR \Rightarrow$

$card((traitepar \cup \{d \mapsto r\})^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2) \wedge$

Question 3.6

$statut \in STATUT$ OK

$traitepar \cup \{d \mapsto r\} \in DOSSIER \leftrightarrow RAPPORTEUR$ OK

Question 3.6

$statut = final \Rightarrow \forall D \cdot (D \in DOSSIER \Rightarrow card((traitepar \cup \{d \mapsto r\})[\{D\}]) = 2)$

OK grace a la precondition $card(\{d\} \triangleleft traitepar) < 2$

Question 3.6

$statut = final \Rightarrow \forall R \cdot (R \in RAPPORTEUR \Rightarrow$
 $card((traitepar \cup \{d \mapsto r\})^{-1}[\{R\}]) \in nbmr - 2..nbmr + 2)$
OK grace a la precondition $card(traiterpar \triangleright \{r\}) \leq nbmr + 2$

Question 3.7

On peut utiliser la programmation par contraintes