

# Compilation 4INFO – Résumé et définitions

---

Guillaume PANNETIER

## 1 Analyse lexicale

- **Configuration d'un Automate d'états finis** : couple  $(E, M)$  où  $E$  est l'état courant et  $M$  le mot recherché.
  - Si  $E$  = état initial  $\rightarrow$  configuration initiale
  - Si  $E \in$  ensemble des états finaux  $\rightarrow$  configuration finale
- **Diagramme de transitions** : graphe fini, orienté, value  $DT = \langle V, E, T, V_0, V_f \rangle$  avec
  - $V$  = ensemble fini de nœuds ;
  - $E$  = ensemble fini d'arc étiquetés ;
  - $V_0 \in V$  = nœud initial ;
  - $V_f \subseteq V$  = ensemble des états finaux.
- **Crible** : outil qui :
  - Reconnaît les mots qui ont un rôle particulier dans le langage (ex : début, fin, si, ...)
  - Elimine les mots qui peuvent être ignorés (ex :  $\backslash n'$ ,  $'/*'$ ) ;
  - Interprète les parties du programme qui sont des directives pour le compilateur (ex :  $\#define$ ) ;
  - Initialise la table des symboles pour que l'analyse syntaxique se fasse sur des unités lexicales ;
  - Le crible est appelé par l'analyseur lexical chaque fois que celui-ci trouve un mot.
- **W-chemin** :  $w \in T^*$ , chemin partant d'un état  $q$  jusqu'à un état  $p$  tel que la concaténation des étiquettes est égal à  $w$ .
- **AFD** : Un Automate d'états Finis est Déterministe si, pour chaque mot reconnaissable, il existe un unique  $w$ -chemin partant de l'état initial. (i.e.  $\Delta$  est une fonction partielle).  $\rightarrow$  Un seul état d'arrivée pour tout couple (état, caractère lu).
- **Un AF est défini de la sorte** :  $M = \langle \Sigma, Q, \Delta, Q_0, F \rangle$  avec :
  - $\Sigma$  : alphabet ;
  - $Q$  : ensemble d'états ;
  - $Q_0 \in Q$  : état initial ;
  - $F \subseteq Q$  : ensemble des états finaux ;
  - $\Delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow Q$  : relation de transition. (ex :  $\Delta((q_1, a)) = \{q_3, q_6, q_{10}\}$ ).
- **Classe de caractères** : Groupe (généralement intervalle) de caractères utilisable comme un seul caractère dans une grammaire ou une expression régulière. (ex :  $[0-9]^*$  ;  $\text{ident} \Rightarrow \langle \text{chiffre} \rangle \mid \langle \text{lettre} \rangle$ ).
  - Lorsque l'on utilise des classes de caractères, il faut veiller à ce qu'elles soient disjointes deux à deux. (ex :  $ch = [0-9]$  ;  $ca = [a-z]$  ;  $cach = [a-z 0-9]$  ; à la lecture de 'a', impossible de savoir si l'on est dans  $ca$  ou dans  $cach$ ).

- *Suite de définitions régulières :*

A1 = R1

A2 = R2

...

An = Rn

- Où les Ai sont des identificateurs, deux à deux distincts, et les Ri sont des expressions régulières sur  $\Sigma \cup \{A1, ..., Ai-1\}$  ( $1 \leq i \leq n$ ).
- Il est à noter que chaque expression ne peut utiliser que des identificateurs définis au dessus. Cela permet de remplacer les identificateurs sans problème.

- *Exemples :*

ch = 0-9

ca = a-z

intConst = ch ch\*

## 2 Analyse syntaxique

- *Analyse syntaxique :*

- Structure une séquence d'unités lexicales en unités syntaxiques ;
- Détecte les erreurs de structure (ex : parenthèses, commentaires imbriqués s'ils sont gérés) ;
- S'efforce de donner un diagnostic en cas d'erreur ;
- Essaie de récupérer les erreurs pour continuer l'analyse.

- *Outils utilisés :* En général → GNC avec un automate à pile car les regexp ne suffisent pas (ex : structures récursives).

- L'automate à pile est de préférence déterministe mais pas toujours (langages de type II).
- On essaie de se ramener à des classes de grammaires déterministes (LL(1) ou LL(k) par exemple) car des techniques éprouvées existent pour ce type de classes.

- *Une analyse non déterministe peut impliquer :*

- Un ensemble de solutions possibles ;
- Plusieurs exécutions avec les mêmes données peuvent donner des résultats différents.

- *Syntaxe concrète :* Structure de surface, utile à l'utilisateur et à l'analyseur syntaxique pour reconnaître la structure (les priorités).

- Contient par exemple des marqueurs purement syntaxiques (ex : parenthésage) qui permettent à l'analyseur syntaxique de décider de la priorité de dérivation.

- *Syntaxe abstraite :* Structure profonde, de représentation interne, utile à l'analyseur sémantique pour l'interprétation. → Les ambiguïtés syntaxiques ont été levées par l'analyseur syntaxique.

- *Remarques :*

- Pour une syntaxe concrète, on peut trouver plusieurs syntaxes abstraites, et inversement ;

- Si la syntaxe abstraite fait plus que supprimer les marqueurs syntaxiques (comme les parenthèses par exemple) ; alors il faut le spécifier.
- **Deux types d'analyses existent :**
  - Analyse descendante (prédictive) : grammaires déterministes (ex : LL(1)) ;
  - Analyse ascendante (réductive) : grammaires non déterministes (ex : LR(1)).
- **Non-terminal inaccessible :** pas de mot  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :  $S^* \rightarrow \alpha A \beta$  ;
- **Non-terminal improductif :** pas de mot  $u$  dans  $Vt^*$  tq  $A^* \rightarrow u$  ;
- **Proto-phrase :** mot  $g \in (Vt \cup Vn)^*$  tq  $S^* \rightarrow g$  (proto-phrase gauche ou droite selon la dérivation) ;
- **Grammaire réduite :** grammaire qui ne contient aucun non-terminal inaccessible ou improductif ;
- **Automate à pile (AP) :**  $P = \langle V, Q, \Delta, q_0, F \rangle$  avec :
  - $V$  = alphabet ;
  - $Q$  = ensemble fini d'états ;
  - $q_0 \in Q$  = état initial ;
  - $F \subseteq Q$  = ensemble des états finaux ;
  - $\Delta \in Q^+ \times (V \cup \{\varepsilon\}) \times Q^*$  : relations de transition. ( $Q^+$  étant la pile)
- **Configuration d'un AP :** couple  $(\gamma, w) \in Q^* \times V^*$
- **Automate à pile déterministe (APD) :**
  - Soient  $(\gamma_1, a, \gamma_2) \in \Delta$  ;  $(\gamma'_1, a', \gamma'_2) \in \Delta$ , SI
  - $\gamma'_1$  suffixe de  $\gamma_1$  ou  $\gamma_1$  suffixe de  $\gamma'_1$ ,  
ET  
 $a'$  préfixe de  $a$  ou  $a$  préfixe de  $a'$
  - ALORS  $a=a'$ ,  $\gamma_2 = \gamma'_2$ ,  $\gamma_1 = \gamma'_1$
  - i.e. pas de compétition entre :
    - une  $\varepsilon$ -transition et une transition sur un mot de  $V$  ;
    - deux transitions sur des mots de  $V$  ;
    - sur le choix du sommet de pile.
- **Calcul de premier et suivant (même si en général un calcul formel n'est pas demandé au D.S.) :**
  - Soit  $P$  l'ensemble des règles de production de la grammaire  $G$  ;
  - Soit  $\gamma$  la relation « peut commencer par » sur  $Vn \times (Vt \cup Vn)$  ;  $X\gamma A \Leftrightarrow X \rightarrow wA \dots \in P$
  - Soit  $\alpha$  la relation « est à côté de » sur  $(Vt \cup Vn) \times (Vt \cup Vn)$  ;  $A\alpha B \Leftrightarrow C \rightarrow \dots AwB \dots \in P$
  - Soit  $\delta$  la relation « peut terminer par » sur  $Vn \times Vn$  ;  $A\delta B \Leftrightarrow B \rightarrow \dots Aw \in P$
  - $\gamma^*$  étendue à  $(Vt \cup Vn) \times (Vt \cup Vn)$  avec  $a\gamma^*b$  et  $a, b \in Vt \Leftrightarrow a=b \rightarrow$  i.e.  $\gamma^* = \gamma^+ \cup Id$
  - Idem pour  $\delta^* = \delta^+ \cup Id$
  - $\gamma^*$  et  $\delta^*$  permettent de dire « si  $X \in \text{premier}(S)$  et  $U \in \text{premier}(X)$ , alors  $U \in \text{premier}(S)$  »
  - $\text{Premier}(A) = \gamma^+(A) \cap Vt$
  - $a \in \text{suivant}(T) \Leftrightarrow S^* \rightarrow uTav$   
 $\Leftrightarrow a \in Vt$  et  $\exists A \in Vn$  tq  $T\delta^*A$   
 ET  
 $\exists f \in (Vt \cup Vn)$  tq  $A\alpha f$   
 ET  
 $f\gamma^*a$

$\rightarrow a \in \text{suivant}(T) \Leftrightarrow a \in V_t \text{ ET } T \delta^* \alpha \gamma^* a$  (T peut terminer qqch qui est à côté d'autre chose qui peut commencer par a).

- Calcul de  $\delta^* \alpha \gamma^*$  :
  - 1.  $\alpha \gamma^* = \text{Si } A \alpha B \text{ et } B \gamma^* a, \text{ on ajoute le couple } (A, a)$  ;
  - 2.  $\delta^*(\alpha \gamma^*) = \delta^+ \alpha \gamma^* \cup \alpha \gamma^*$ .

## 2.1 Analyse descendante – LL(K)

- **Grammaire simplement LL(1)** : Si chaque alternative des  $V_n$  commence par un  $V_t$  différent ET pas de  $\epsilon$ -production.
- **Grammaire LL(k)** :  $\forall A \in V_n, A \rightarrow \beta \in P, A \rightarrow \gamma \in P, \beta \neq \gamma \Rightarrow \text{premier}_k(\beta_\alpha) \cap \text{premier}_k(\gamma_\alpha) = \emptyset, \forall \alpha \in V_t^* \text{ tq } S \xrightarrow{*} w A \alpha$ .
  - Grammaire ambiguë  $\rightarrow$  non LL(K) (pour aucun K);
  - Grammaire récursive gauche  $\rightarrow$  non LL(K) (pour aucun K).
- **LL(k)** : la prélecture de k unités lexicales suffit à garantir l'unicité de la règle de dérivation dans une analyse descendante ;
- **Grammaire généralisée NC** :  $P : V_n \rightarrow \text{Regexp}$  ; Les regexp donnent un substitut aux récursivités gauches.
- **Détection d'erreurs avec LL(1)** :
  - Mauvais terminal en sommet de pile ( $\neq$  du symbole d'entrée courant) ;
  - Le non-terminal en sommet de pile ne permet pas de lire le symbole courant ( $a \notin \text{premier}(A)$  OU  $a \notin \text{premier}(A) \cup \text{Suivant}(A)$  si  $\text{null}(A)$  avec A le sommet de pile et a le symbole courant).
- **Récupération sur erreur** :
  - Contrairement à une simple détection d'erreur qui stoppe l'analyse, la récupération sur erreur tente de trouver un diagnostic sur la suite du programme en continuant l'analyse ; (Attention : aucune correction n'est apportée, on tente juste de préciser l'erreur).
- **Récupération en mode panique** : Définir tous ce qui doit apparaître dans toutes les situations (ex en C : « ; » en fin d'instruction, « ; » ou « , » lors d'une déclaration, ...) ;
- **Récupération simple** :
  - $V_t$  en sommet : si l'unité lexicale en sommet ne peut être reconnue, simuler son insertion et continuer
  - $V_n$  en sommet : On saute les unités lexicales en entrée jusqu'à en trouver une appartenant à un **ensemble de synchronisation**.
  - Construction d'un ensemble de synchronisation :
    - $\text{Suivant}(A) \subset \text{synchro}(A)$ , pour sauter A ;
    - $\text{Premier}(A) \subset \text{synchro}(A)$  pour essayer de reprendre l'analyse de A ;
    - Pour construction bas niveau, ajouter symboles commençant les constructions hauts niveau, pour pouvoir reprendre l'analyse plus tôt.
- **Récupération récursive** :
  - deux modes, **analyse** et **erreur** (le mode analyse est activé depuis S mais aussi depuis le mode erreur quand on passe sur un symbole caractéristique du début d'un  $V_n$  ; cela évite de sauter de trop grandes parties d'entrées).
  - $\forall V_n$ , il faut :

- Un **ensemble de synchronisation** pour reprendre le mode analyse courant depuis le mode erreur ;
- Un **ensemble de continuation** pour empiler une nouvelle analyse depuis le mode erreur.

## 2.2 Analyse ascendante – Langages LR(K)

- **Principe** : On tente de réduire une chaîne vers l'axiome de la grammaire. A chaque étape de réduction, une sous-chaîne correspondant à la partie droite d'une production est remplacée par le symbole de la partie gauche de cette règle de production.
- **Manche de proto-phrasé droite  $\gamma$** :
  - Soit une production  $A \rightarrow \beta$  ;
  - Un manche de la proto-phrasé droite  $\gamma$  est la production  $A \rightarrow \beta$  ainsi que la position dans  $\gamma$  où la chaîne  $\beta$  peut être trouvée et remplacée par  $A$  pour produire la proto-phrasé droite précédente dans une dérivation droite de  $\gamma$  ;
  - $S \xrightarrow{*} w_1 A w_2 \rightarrow w_1 \beta w_2$ .
  - Exemple :
    - $S \rightarrow adEfg$
    - $E \rightarrow eee$  ;
    - $\gamma = adeefg$  proto-phrasé droite ;
    - Le manche est donc ici le couple ( $E \rightarrow eee$ , position 3) ;
  - (Attention, ce n'est pas parce qu'on peut réduire que c'est un manche, il faut ensuite pouvoir remonter jusqu'à la racine)
- Si une grammaire est non ambiguë, chaque proto-phrasé droite de cette grammaire est exactement un manche.
- **Implémentation** :
  - **décaler** les caractères d'entrées vers la pile jusqu'à trouver un manche  $\beta$  en sommet de pile.
  - **Réduire**  $\beta$  vers la partie gauche de la production ;
  - Répéter jusqu'à fin.
  - Décaler : mettre le symbole courant du tampon dans la pile ;
  - Réduire : Remplacer le manche en sommet de pile par le  $V_n$  correspondant.
- **Algorithme** :
  - Le théorème nous dit qu'il n'y a qu'un seul manche
    - Réduire dès que l'on peut pour ne pas le rater, sinon décaler.
    - Retourner en arrière en cas d'impasse (et cette fois-ci décaler à la place de réduire)
- **Analyse LR(K)** :
  - Avantages :
    - Couvre quasiment toutes les grammaires NC ;
    - Détecte les erreurs plus tôt qu'une analyse descendante ;
    - Efficace.
  - Inconvénients :
    - Tables d'analyse fastidieuses ;
    - Récupération d'erreurs pénible à spécifier.

## 2.3 Analyse ascendante – Construction des tables

- **Rappels** : Analyse LR = ascendante et déterministe. Tous les analyseurs LR ont le même comportement, seules les tables changent.
- **Grammaire augmentée** :  $S'$  nouvel axiome. On ajoute la production  $S' \rightarrow S$ . Permet de simplifier le traitement de  $S \rightarrow \dots S \dots$ .
- **Préfixe viable** : Le but est de réduire le plus tôt possible pour ne pas rater le manche.
  - Réduction le plus à gauche  $\rightarrow$  Dérivation inverse le plus à droite ;
  - Éviter les impasses.
  - $\forall$  proto-phrasse droite  $w_1\beta w_2$ , chaque préfixe de  $w_1\beta$  est appelé **préfixe viable**.  
ex :  $S \xrightarrow{*} w_1\beta w_2$ .  $\beta$  = manche
  - Les préfixes viables sont ceux qui peuvent apparaître sur la pile d'un analyseur par décalage réduction.

## 2.4 Analyse ascendante – Construction des tables SLR à base d'items LR(0)

- **Item LR(0)** : Production avec un point repérant une position dans sa partie droite.
- **Item valide** :  $A \rightarrow \beta_1 \cdot \beta_2$  est valide **pour un préfixe viable  $\alpha\beta_1$**   $\Leftrightarrow \exists$  une dérivation la plus à droite  $S \xrightarrow{*} \alpha A w \rightarrow \alpha\beta_1\beta_2 w$ .
  - Ex :  $A \rightarrow \beta_1 \cdot \beta_2$  item valide ;
  - Si non( $\text{null}(\beta_2)$ ) alors l'analyse de la partie droite n'est pas finie  $\rightarrow$  Décalage.
  - Si  $\text{null}(\beta_2)$  alors le manche semble être  $A \rightarrow \beta_1 \Rightarrow$  Réduction.
  - Avec les items, on va effectuer des dérivation « symboliques » afin de préparer les réductions  $\Rightarrow$  2 opérations : **Fermeture** et **transition**.
- **Fermeture (calcul de point fixe)** : l'ensemble d'items,  $\text{Fermeture}(I)$  est l'ensemble d'Items construit par deux règles :
  - 1. Placer les items de  $I$  dans  $\text{Fermeture}(I)$  ;
  - 2. Si  $A \rightarrow \alpha \cdot B\beta \in \text{Fermeture}(I)$  ET  
Si  $B \rightarrow \gamma \in P$  alors  
ajouter  $B \rightarrow \gamma \cdot$  à  $\text{Fermeture}(I)$
- **Transition** : l'ensemble d'items,  $X \in (V_t \cup V_n)$ ,  $\text{Transition}(I, X) = \text{Fermeture}(J)$  où  $J = \{A \rightarrow \alpha X \cdot \beta \mid A \rightarrow \alpha \cdot X\beta \in I\}$ 
  - Remarque : Si  $I$  ensemble d'items valides pour **un préfixe viable  $\gamma$**  alors  $\text{Transition}(I, X)$  ensemble d'items valides **pour le préfixe viable  $\gamma X$** .
- **AFD Produit** : Si  $G$  est LR(0), l'ensemble des items valides pour le préfixe viable  $\gamma$  est exactement l'ensemble des items atteints depuis l'état initial le long d'un chemin étiqueté  $\gamma$  dans l'AFD construit à partir de la collection canonique LR(0).
- **Algorithme de construction des tables** :
  - Table action :
    - Pour  $[A \rightarrow \alpha \cdot a\beta] \in I_i$  tq  $\text{Transition}(I_i, a) = I_k$  et  $a \in V_t$  alors  $\text{Action}[i, a] = \text{décaler}(k)$  ;
    - Pour  $[A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i$  tq  $A \neq S'$  et  $\forall a \in \text{suivant}(A)$ ,  $\text{Action}[i, a] = \text{réduire par } A \rightarrow \alpha$  ;
    - Si  $[S' \rightarrow S \cdot] \in I_i$  alors  $\text{Action}[i, \$] = \text{Accepter}$  ;
    - Pour tout le reste  $\rightarrow$  Erreur. Si ces règles produisent des conflits, la grammaire n'est pas SLR et aucun analyseur n'est produit.

- Table successeurs :
  - Pour  $A \in V_n$  tq  $\text{Transition}(li, A) = lk$ , alors  $\text{successeur}(i, A) = k$ .
- **Conflits** : Les conflits que l'on peut trouver sont **décaler-réduire** ou **réduire-décaler**, mais jamais décaler-décaler grâce au regroupement dans les ensembles d'items.
- **Détection des erreurs** : Erreur lorsqu'il n'y a plus de continuation valide. Une erreur est donc une entrée « vide » dans la table action → Même méthode de récupération que pour LL.
- **Grammaires ambiguës** : Une grammaire ambiguë n'est pas LR → Génération de conflits.
  - On peut souvent lever ces ambiguïtés avec des règles définissant des propriétés d'opérateurs, des priorités d'opérateurs ou des cas particuliers.
- **Priorité** :  $\text{id} + \text{id} * \text{id}$ ,  $* > +$  donc on décale pour gérer d'abord le  $*$
- **Associativité** :  $\text{id} + \text{id} + \text{id}$ ,  $+$  est **associatif à gauche** donc on réduit pour gérer d'abord la partie gauche.
- **Cas particulier** : Pour gérer les conflits dus à des cas particuliers, on donne toujours la priorité à ces derniers.

### 3 Analyse sémantique

- **Analyseur sémantique** : Prend en entrée un arbre syntaxique abstrait et rend un arbre décoré. Vérifie les propriétés contextuelles (déclarations de variables, arité des procédures, cohérences des types).
- **Propriété statique** : Propriété (sémantique) statique  $\Leftrightarrow$ 
  - $\forall$  occurrences de cette construction, la valeur de la propriété est la même dans toutes les exécutions
  - Cette propriété peut être calculée pour chaque occurrence de la construction dans un programme correct  
→ Calculable entièrement à la compilation.
- **Grammaire attribuée** : Extension des GNC. Technique de spécification de propriétés sémantiques statiques.
  - Associent aux symboles d'une GNC des attributs comme **support d'informations sémantiques**.
  - Elles permettent d'exprimer des **dépendances fonctionnelles entre les attributs**.
  - Sous certaines conditions sur ces dépendances, il est possible d'évaluer les attributs dans l'arbre syntaxique d'un programme correct. Les attributs permettent de faire transiter les informations d'un endroit du programme à un autre.
  - Remarque : Les attributs sont associés à des équations pour ne pas être directionnels.
- **Attributs** :
  - synthétisé : Attribut évalué en commençant par les feuilles et en remontant.
  - Hérité : Attribut évalué en commençant par un nœud haut de l'arbre et en descendant.
  - Attention : Jamais synthétisé ET hérité.
  - Remarque : Un attribut est associé à un seul symbole
    - Ex :  $L.typeH$  est le **nom de l'attribut**,  $typeH$  est un **suffixe** de l'attribut.

- **Définition d'une GA** :  $GA = (G, Attr, D, F, R)$  où
  - $G$  = GNC de départ ;
  - $Attr$  = ensemble d'attributs (synthétisés ou hérités) ;  $Her(X)$  = ensemble d'attributs hérités attachés à  $X$  ;  $Syn(X)$  = ensemble d'attributs synthétisés attachés à  $X$  ;
  - $D$  = ensemble de domaines de valeurs des attributs (  $D = \{Da \text{ tq } a \in Attr\}$  ) ;
  - $F$  = ensemble des fonctions dites « sémantiques » → utilisées dans les règles de sémantiques ;
  - $R$  = règles sémantiques :
    - $\forall a_i \in Her(X), 1 \leq i \leq np ; a_i = f_{p,a_i}(b_{j1,1}, \dots, b_{jk,k})$
    - $\forall a_0 \in Syn(X_0), a_0 = f_{p,a_0}(b_{j1,1}, \dots, b_{jk,k})$  avec
      - $p = X_0 \rightarrow x_1 \dots x_{np}$  ;
      - $0 \leq j_l \leq np$  et  $1 \leq l \leq K$  ;
      - $b_{j_l,l} \in Attr(X_{j_l})$  ;
      - $f_{p,a_i} \in F$  ;
      - $f_{p,a_i} \in Da_{j1,1} \cup \dots \cup Da_{jk,k}$
- **Fonction sémantique** : Fonction mathématiques qui retourne un résultat mais n'a aucun effet de bord. Les seules variables autorisées comme paramètre sont les attributs littéraux de la règle de production.
- **Occurrence d'attribut** : On note  $Oc(p)$  l'ensemble des occurrences d'attributs dans  $p$ . ( $p$  règle de production)
  - Soit  $a_j \in Oc(p)$ , si  $a \in Her(X_i)$  ou  $a \in Syn(X_0)$  alors  $a_j$  = occurrence de définition, sinon occurrence d'utilisation.
- **Forme normale** : Si un attribut est paramètre d'une fonction, alors c'est une occurrence d'utilisation, sinon occurrence de définition.
- **Sémantique d'une GA** : But = affecter une valeur aux attributs de chaque nœud.
  - Soit  $n$  un nœud de  $t$ ,  $symb(n)$  son étiquette, si  $symb(n) \in V_n$ , soit  $prod(n)$  la production appliquée en  $n$ , alors  $\forall a \in Attr(symb(n))$  se trouve en  $n$  une instance d'attribut  $a_n$ .
- **Occurrence et instance** : Les occurrences existent dès que la grammaire est écrite alors que les instances n'existent qu'au moment de la compilation (au calcul des attributs).
  - Pour l'ensemble de toutes les instances d'attributs dans  $t$ ,  $V(t) = \{a_m \mid m \in t, a \in Attr(symb(m))\}$ .
  - On obtient un système d'équations dont les inconnues sont les  $a_m$ .
  - Si ce système est récursif, il peut y avoir aucune solution ou bien plusieurs. Sinon → une unique solution, une valeur bien définie par l'instance d'attribut.
- **GA bien formée** : Si aucun système n'est récursif. Dans ce cas, la sémantique de la GA est l'affectation non ambiguë de valeur d'attribut en chaque nœud de l'arbre.

### 3.1 Analyse sémantique – Inférence et vérification de types

- **Système de Milner** :
  - Fortement typé (i.e. aucune erreur de typage possible à l'exécution) ;
  - Polymorphe (variables de type autorisées) ;
  - Statique (décidable à la compilation) ;



- Extensible.
- **Exemple :**

$$\frac{TS \vdash E : T1 \rightarrow T2 \quad TS \vdash E' : T1}{TS \vdash E E' : T2}$$

Si, sous l'ensemble d'hypothèses TS, E est de type « T1 donne T2 » et que, sous l'ensemble d'hypothèses TS, E' est de type T1, alors, sous l'ensemble d'hypothèses TS, E appliquée à E' est de type T2.

- **Polymorphisme :** fonction  $x \rightarrow x' : 'a \rightarrow 'a$ . 'a est une **variable de type**. Si monomorphe, il faudrait déclarer une fonction par type de paramètre.
- **Type principal :** Type le plus général associé à une fonction.

Ex : `function(x, y) → x`

`(int, int) → int`

`(int, bool) → int`

`('a, 'a) → 'a`

`('a, 'b) → 'a` : Type principal, les autres types présentés ci-dessus sont plus spécifiques.

- **Substitution :** Ensemble de paires (X/T) où X est une variable de type et T un type, possible variable.  
Ex :  $\Theta = \{ 'a/'b ; 'b/int ; 'c/bool \}$
- **Instance de type :** T' est une instance du type  $T_0 \Leftrightarrow \exists$  une substitution  $\Theta$  telle que  $T' = \Theta T_0$  (Pour une expression donnée, toutes ses occurrences doivent avoir un type qui est instance du type principal).
- **Unification :** Deux types T1 et T2 s'unifient si  $\exists$  une substitution  $\Theta$  telle que  $\Theta T1 = \Theta T2$ .
- **Algorithme d'unification :**

- Initialisation :

- $\Theta = \emptyset ;$
- `pile = [T1 = T2] ;`
- `echec = false.`

- Tant que (!pile.estVide()) && !echec) faire

dépiler(X = Y) ;

si (X variable qui n'apparaît pas dans Y) alors

substituer X par Y dans la pile ;

substituer X par Y dans  $\Theta$  ;

ajouter X/Y dans  $\Theta$  ;

sinon si (Y variable qui n'apparaît pas dans X) alors

substituer Y par X dans la pile ;

substituer Y par X dans  $\Theta$  ;

ajouter Y/X dans  $\Theta$  ;

sinon si (X et Y sont des constantes ou variables identiques) alors

continue ;

sinon si (X = f(x1, ..., xn) et Y = f(y1, ..., yn) pour un foncteur f et n > 0) alors

pour i = 1 à n faire

empiler xi=yi ;

fpour

sinon  
 echec = true ;

fsi

ftq

• **Vérification de type :**

- $TS \vdash E : T$  se lit « Sous les hypothèses TS, l'expression E est de type T » ;
- $TS(x) = T$  pour une variable ou une constante ;
- La partie haute d'une règle est appelée **antécédent**. La partie basse **conséquent**. Une règle sans antécédent est un **fait**.
- Attention :
  - Dans un système monomorphe, « est de type ... » = « a un type identique à ... »
  - Dans un système polymorphe, « est de type ... » = « a un type qui est une instance de ... »

• **Analyse du type :** Le principe est de partir du typage à prouver et remonter jusqu'à n'avoir que des faits.

- Initialisation :
  - $S$  = ensemble des typages à prouver =  $\emptyset$  ;
  - Placer le typage à prouver ( $TS \vdash E : T$ ) dans  $S$ .
- Tant que ( $S \neq \emptyset$  et  $\Theta$  cohérent) faire
  - choisir une règle R dont le conséquent C fait partie de  $S$  à une substitution près ;
  - ajouter les antécédents de R à  $S$ , après substitution ;
  - mettre  $\Theta$  à jour ;
  - enlever C de  $S$  ;

ftq

• **Exemple :**

- Typage à prouver :  $[3 : \text{ent}] \vdash \text{Soit } f = \text{fn } x \Rightarrow x \text{ dans } (f3) \text{ fin} : \text{ent}$
- Initialisation :
  - $S = \{[3 : \text{ent}] \vdash \text{Soit } f = \text{fn } x \Rightarrow x \text{ dans } (f3) \text{ fin} : \text{ent}\}$
- Itération 1 :

$$LET \frac{[3 : \text{ent}] \vdash \text{fn } x \Rightarrow x : \text{fonc}(T1, T1) \quad [3 : \text{ent}] + [f : \text{fonc}(T1, T1)] \vdash f3 : \text{ent}}{[3 : \text{ent}] \vdash \text{Soit } f = \text{fn } x \Rightarrow x \text{ dans } (f3) \text{ fin} : \text{ent}}$$

- $\Theta = \{T1/\text{ent}\}$
- $S = \{[3 : \text{ent}] \vdash \text{fn } x \Rightarrow x : \text{fonc}(T1, T1) ; [3 : \text{ent}] + [f : \text{fonc}(T1, T1)] \vdash f3 : \text{ent}\}$

- Itération 2 :

$$ABS \frac{[3 : \text{ent}] + [x : T1] \vdash x : T1}{[3 : \text{ent}] \vdash \text{fn } x \Rightarrow x : \text{fonc}(T1, T1)}$$

- $S = \{[3 : \text{ent}] + [f : \text{fonc}(T1, T1)] \vdash f3 : \text{ent} ; [3 : \text{ent}] + [x : T1] \vdash x : T1\}$

- Itération 3 :

$$APPLI \frac{[3:ent; f : fonc(T1, T1)] \vdash f : fonc(ent, ent) \quad TS \vdash 3 : ent}{[3:ent] + [f:fonc(T1, T1)] \vdash f3 : ent}$$

- $S = \{[3:ent] + [x:T1] \vdash x:T1 ; [3:ent ; f : fonc(T1, T1)] \vdash f : fonc(ent, ent) ; TS \vdash 3 : ent\}$

- Itération 3 :

$$VAR \frac{}{[3:ent] + [x:T1] \vdash x : T1} \text{ si } TS(x) = T1$$

- $S = \{[3:ent ; f : fonc(T1, T1)] \vdash f : fonc(ent, ent) ; TS \vdash 3 : ent\}$

- Itération 4 :

$$VAR \frac{}{[3:ent; f : fonc(T1, T1)] \vdash f:fonc(ent, ent)}$$

- $S = \{TS \vdash 3 : ent\}$

- Itération 5 :

$$CONS \frac{}{TS \vdash 3:ent}$$

- $S = \emptyset$