# Methode de résolution pour les équations de récurrence linéaires

## Equation linéaires d’ordre 1

avec a et b des fonctions de n et donné

#### Méthode des facteurs sommants

|  |  |
| --- | --- |
| … | … |

Cas particulier :

* a fonction constante

pout tout n, a(n) = a donné

* Quand en plus, b est une fonction constante

Exemple : Tour de Hanoï

N disques de taille strictement déscroissante

3 piquets : A,B,C

* Problème : faire passer les n disques du piquet A au piquet B en se servant de C comme piquet intermédiaire sans jamais poser une disque sur un disque de plus petit rayon.
  + Hanoi(A,B,C,n)
  + Algorithme :

Hanoi (A,C,B,n-1) ;

Dep(A,B) ; { déplacement du + grand disque }

Hanoï(C,B,A,n-1) ;

Opération fondamentale = déplacement d’un disque

Soit T(n) le nombre de déplacement de disques pour résoudre le problème de Hanoï de taille n.

Pour tout n, a(n) = 2, b(n) = 1

## Equations linéaires d’ordre k>=1 à coefficients constants

pour n >= k

Avec f fonction de n , constante et donnés

#### Récurrence homogène

* Chercher des solutions de la forme
* x=0 -> ne nous intéresse pâs
* x solution de => Equation caratéristique de

Exemple 1 :

pour n >= 2

,

Eq caractéristique :

Calcul de a et de b :

U0 = 0 = a + b ⬄ b = -a

U1 = 1 = 4a – b

A = 1/5 et b = -1/5

Exemple 2 :

pour n >= 3

, ,

Eq caractéristique :

Calcul de a,b,c :

|  |  |
| --- | --- |
| U1 = 1 = a + 2(b+c)  U2 = 2 = a + 4(2b+c) | A = -c  2b+c = 1  8b + 3c = 2   * 2b = -1 => b = -1/2 * C = 1 -2b = 2 => a = -2 |

#### Récurrence linéaires non homogène

pour n>=k

Principe général :

Chercher la solution générale de l’équation homogène associée

Ajouter à cette solution de , une solution particulière de E

* Recherche d’une solution particulière est souvent sauf pour certaines formes de f(n)
* Forme générale simple :
  + Avec b appartenant a grand R et P(n) polynôme en n de degré
* Equation caractéristique :

Autrement dit la solution particulière est de la forme

* avec Q polynôme en n de degré <= d si b non racine de (éq caractéristique de
* si b racine d’odre i de
* 2nd membre : somme des termes de la forme

Equation caractéristique :

(Ec)

C’est-à-dire que solution particulière de E de la forme avec polynôme en n de degré <= ou bien de la forme si racine d’ordre de

Exemple :

pour n >= 1

-> de la forme + avec

et ->

et ->

Equation caratéristique :



Calcul de a,c et d en exprimant que (An2^n + cn + d) est une solution particulière de E

* a=1 , c=-1 et 2c-d = 0 => d = -2

Calcul de b à partir des conditions initiales