# Methode de résolution pour les équations de récurrence linéaires

## Equation linéaires d’ordre 1

avec a et b des fonctions de n et donné

#### Méthode des facteurs sommants

|  |  |
| --- | --- |
| … | … |

FORMULE A COPIER

Cas particulier :

* a fonction constante

pout tout n, a(n) = a donné

* Quand en plus, b est une fonction constante

ENSEMBLE EQUATIONS A COPIER

Exemple : Tour de Hanoï

N disques de taille strictement déscroissante

3 piquets : A,B,C

DESSIN DES DISQUES A COPIER

* Problème : faire passer les n disques du piquet A au piquet B en se servant de C comme piquet intermédiaire sans jamais poser une disque sur un disque de plus petit rayon.
  + Hanoi(A,B,C,n)
  + Algorithme :

Hanoi (A,C,B,n-1) ;

Dep(A,B) ; { déplacement du + grand disque }

Hanoï(C,B,A,n-1) ;

Opération fondamentale = déplacement d’un disque

Soit T(n) le nombre de déplacement de disques pour résoudre le problème de Hanoï de taille n.

(A METTRE SOUS FORME de système d’équations)

Pour tout n, a(n) = 2, b(n) = 1

## Equations linéaires d’ordre k>=1 à coefficients constants

pour n >= k

Avec f fonction de n , constante et donnés

#### Récurrence homogène

* Chercher des solutions de la forme
* x=0 -> ne nous intéresse pâs
* x solution de => Equation caratéristique de

Exemple 1 :

pour n >= 2

,

Eq caractéristique :

Calcul de a et de b :

U0 = 0 = a + b ⬄ b = -a

U1 = 1 = 4a – b

A = 1/5 et b = -1/5

Exemple 2 :

pour n >= 3

, ,

Eq caractéristique :

Calcul de a,b,c :

|  |  |
| --- | --- |
| U1 = 1 = a + 2(b+c)  U2 = 2 = a + 4(2b+c) | A = -c  2b+c = 1  8b + 3c = 2   * 2b = -1 => b = -1/2 * C = 1 -2b = 2 => a = -2 |

#### Récurrence linéaires non homogène

pour n>=k

Principe général :

Chercher la soolution générale de l’quation homogène associée

Ajouter à cette solution de , une solution particulière de E

* Recherche d’une solution particulière est souvent sauf pour certaines formes de f(n)
* Forme générale simple :
  + Avec b appartenant a grand R et P(n) polynôme en n de degré
* Equation caractéristique :

Autrement dit la solution particulière est de la forme

* avec Q polynôme en n de degré <= d si b non racine de (éq caractéristique de
* si b racine d’odre i de
* 2nd membre : somme des termes de la forme

Equation caractéristique :

A RECOPIER SUR TAHE

C’est-à-dire que solution particulière de E de la forme avec polynôme en n de degré <= ou bien de la forme si racine d’ordre de

Exemple :

pour n >= 1

-> de la forme + avec

et ->

et ->

Equation caratéristique :



Calcul de a,c et d en exprimant que (An2^n + cn + d) est une solution particulière de E

EQUATION A COPIER SUR TAHE

* a=1 , c=-1 et 2c-d = 0 => d = -2

Calcul de b à partir des conditions initiales