

Exercícios - Notação Assintótica - O

Prof. André Vignatti

Exercício 1. Mostre que $\log_b n = O(\log_a n)$ para todo $a > 1, b > 1$

Exercício 2 (Teorema da Multiplicação). Sejam $\bar{f}(n), \bar{g}(n)$ funções não negativas tais que $\bar{f}(n) = O(f(n))$ e $\bar{g}(n) = O(g(n))$. Mostre que

$$\bar{f}(n)\bar{g}(n) = O(f(n)g(n)).$$

Exercício 3. Usando os Teoremas da Soma e Multiplicação, dê uma estimativa usando a notação O para $f(x) = (x+1)\log(x^2+1) + 3x^2$.

Exercício 4. Mostre que $f(n) = O(f(n))$.

Exercício 5. Mostre que $O(1)f(n) = O(f(n))$ (dica: veja nas notas de aula como fazer demonstração com a notação assintótica do lado esquerdo).

Exercício 6. $2^{n+1} \in O(2^n)$? $2^{2n} \in O(2^n)$? Explique.

Exercício 7. Prove que:

(a) $2^n \in O(n!)$

(b) $\log n! \in O(n \log n)$

Exercício 8. Considere o seguinte algoritmo.

```
Algoritmo misterio( $n$ )  
   $r \leftarrow 0$   
  para  $i \leftarrow 1$  até  $n - 1$  faça  
    para  $j \leftarrow i + 1$  até  $n$  faça  
      para  $k \leftarrow 1$  até  $j$  faça  
         $r \leftarrow r + 1$   
  retorna  $r$ 
```

- (a) Qual é o valor retornado pelo algoritmo? Expresse sua resposta em função de n .
- (b) Usando a notação O , analise o pior caso de execução do algoritmo.

Exercício 9. Considere o seguinte algoritmo.

Algoritmo *misterio2*(n)

```

 $r \leftarrow 0$ 
para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça
    para  $j \leftarrow 1$  até  $i$  faça
        para  $k \leftarrow j$  até  $i + j$  faça
             $r \leftarrow r + 1$ 
    retorna  $r$ 

```

- (a) Qual é o valor retornado pelo algoritmo? Expresse sua resposta em função de n .
- (b) Usando a notação O , analise o pior caso de execução do algoritmo.

Exercício 10. Considere o seguinte algoritmo.

Algoritmo *misterio3*(n)

```

 $r \leftarrow 0$ 
para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça
    para  $j \leftarrow 1$  até  $i$  faça
        para  $k \leftarrow j$  até  $i + j$  faça
            para  $l \leftarrow 1$  até  $i + j - k$  faça
                 $r \leftarrow r + 1$ 
    retorna  $r$ 

```

- (a) Qual é o valor retornado pelo algoritmo? Expresse sua resposta em função de n .
- (b) Usando a notação O , analise o pior caso de execução do algoritmo.