

Apêndice: Prova por Indução

Prof. André Vignatti

Prove que $n^2 \leq n!$, para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq 4$

base: Para $n = 4$, temos $4^2 \leq 4!$, pois $16 \leq 24$.

hipótese: $q^2 \leq q!$ é verdade, para todo $4 \leq q \leq k - 1$.

passo: Queremos provar que $k^2 \leq k!$.

Mas isso é mesma coisa que provar que $(k - 1 + 1)^2 \leq k!$.

Mas isso é mesma coisa que provar que $(k - 1)^2 + 2(k - 1) + 1 \leq k!$.

Assim:

$$\begin{aligned} (k - 1)^2 + 2(k - 1) + 1 & \stackrel{(\text{hipótese})}{\leq} (k - 1)! + 2(k - 1) + 1 \\ & \stackrel{(\text{pois } k \geq 4)}{\leq} (k - 1)! + 2(k - 1) + (k - 1) \\ & = (k - 1)! + 3(k - 1) \\ & \leq (k - 1)! + 3(k - 1)! \\ & = 4(k - 1)! \\ & \stackrel{(\text{pois } k \geq 4)}{\leq} k(k - 1)! \\ & = k! \end{aligned}$$