

Exercícios - Somatórios e Logaritmos

Prof. André Vignatti

Exercício 1. Calcule o valor dos seguintes somatórios:

(a) $\sum_{k=1}^5 (k+1)$

(b) $\sum_{j=0}^4 (-2)^j$

(c) $\sum_{t=1}^{100} 3$

(d) $\sum_{j=0}^8 (2^{j+1} - 2^j)$

(e) $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 (i+j)$

(f) $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 (2i+3j)$

(g) $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^2 i$

(h) $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^2 j$

Exercício 2. Prove que $\sum_{j=1}^n (a_j - a_{j-1}) = a_n - a_0$, onde a_0, a_1, \dots, a_n é uma sequência de números reais. Esse tipo de soma é chamada de *soma telescópica*.

Exercício 3. Considere a seguinte equação (facilmente demonstrável ser verdadeira): $k^2 - (k-1)^2 = 2k - 1$. Some essa equação de $k = 1$ até $k = n$, e use o resultado do exercício de soma telescópica para encontrar:

(a) Uma fórmula para $\sum_{k=1}^n (2k - 1)$ (a soma dos primeiros n números ímpares).

(b) Uma fórmula para $\sum_{k=1}^n k$.

Exercício 4. Escreva as seguintes equações usando logaritmos ao invés de potências:

(a) $2^{10} = 1024$

(b) $10^{-3} = 0.001$

(c) $\sqrt{49} = 7$

(d) $32^{-2/5} = \frac{1}{4}$

Exercício 5. Determine o valor dos seguintes logaritmos:

(a) $\log_5 125$

(b) $\log_{81} 3$

(c) $\log_e \left(\frac{1}{e^3}\right)$

(d) $\log_c \sqrt{c}$

Exercício 6. Suponha que $\log_4 x = y$. Encontre as seguintes quantidades:

(a) $\log_2 x$

(b) $\log_8 x$

(c) $\log_{16} x$

Exercício 7. Sejam a, b e c reais positivos. Mostre que $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$.

Exercício 8. Use logaritmos para resolver as seguintes equações em x (não precisa chegar num valor numérico único, basta isolar x):

(a) $10^x = 5$

(b) $e^x = 8$

(c) $(\frac{1}{2})^x = \frac{1}{100}$

(d) $10^x = e^{2x-1}$

(e) $2^{3x+1} = 5^{x+6}$

(f) $c^{\frac{1}{2^x}} = 1$, onde $c \in \mathbb{R}$.