

Programmation avancée

Rekursivité

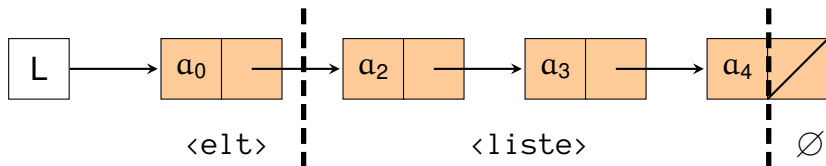
Walter Rudametkin

Walter.Rudametkin@polytech-lille.fr
<https://rudametw.github.io/teaching/>

Bureau F011
Polytech'Lille

11 février 2016

La récursivité: Liste chaînée



- Structure de données récursive :
 $\langle \text{liste} \rangle ::= \langle \text{elt} \rangle \langle \text{liste} \rangle \mid \emptyset$

Déclaration

```
type Liste = pointeur de Cellule
type Cellule = structure
  valeur :  $\langle T \rangle$ 
  suivant : Liste
fin
```

Récursivité croisée
(ou indirecte)

La récursivité

- ▶ Une entité (SD, algorithme) est récursive si elle se définit à partir d'elle même
- ▶ Algorithmes récursifs (exemple : factorielle, fibonacci)

Exemple d'algo récursive: Factorielle

▶ Analyse récurrente

- ▶ $n! = n * (n - 1)!$
- ▶ $0! = 1$

▶ Écriture fonctionnelle

- ▶ $\text{fact}(n) = n * \text{fact}(n-1)$
- ▶ $\text{fact}(0) = 1$

- ▶ Cas générale, récursif
- ▶ Cas primitif, terminal

Factorielle

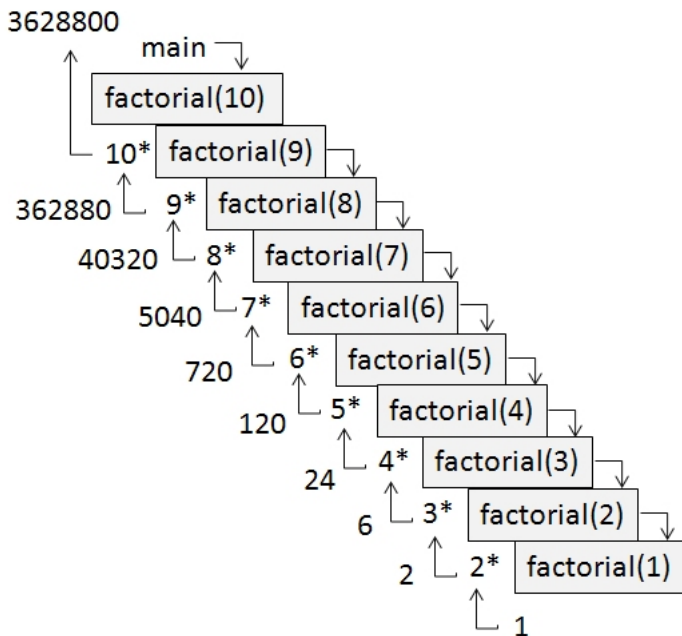
Algorithme

```
fonction fact(n) : entier
  D : n : entier
  L : f : entier
  si n = 0 alors
    f ← 1
  sinon
    f ← n * fact(n-1)
  fsi
  retourner(f)
ffonction
```

Fonction en C

```
int fact (int n) {
    if (n==0)
        return 1;
    else
        return(n * fact(n-1));
}
```

Exemple d'exécution d'une factorielle



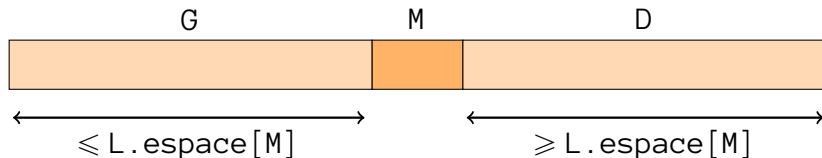
Conception récursive d'algorithmes

3 parties

- ▶ **Cas généraux rékursifs:**
Résolution du problème par lui même
- ▶ **Cas terminaux non rékursifs:**
Résolution immédiate du problème)
- ▶ **Conditions de terminaison**

Exemple : Suite de Fibonacci

Recherche dichotomique dans une liste contiguë: trouver l'élément x



- ▶ Dichotomie sur $L.\text{espace}$
- ▶ **Cas général:** $X \neq L.\text{espace}[M] \Rightarrow$ dichotomie à gauche ou à droite
- ▶ **Cas terminal :** $X = L.\text{espace}[M]$
- ▶ **Condition de terminaison :** $G > D$ (non trouvé)

Recherche dichotomique: liste contiguë

Action Dichotomie(L,X,G,D,pos,existe)

D : L : liste contiguë d'entiers

X, G, D : entier

R : pos: entier ; existe : booléen

L : M : entier

Si G>D Alors

 existe ← faux

Sinon

 M ← (G + D) / 2

 Si X = L.espace[M] Alors

 existe ← vrai

 pos ← M

 Sinon

 Si X < L.espace[M] Alors

 dichotomie(L,X,G,M-1,pos,existe)

 Sinon

 dichotomie(L,X,M+1,D,pos,existe)

 Fsi

 Fsi

Fsi

Faction

Récurtivité sur les listes

SD récurtives \Rightarrow algorithmes récurtifs

- $\langle \text{liste} \rangle ::= \emptyset \mid \langle \text{elt} \rangle \langle \text{liste} \rangle$

où :

- $\emptyset \rightarrow$ cas terminal
- $\langle \text{elt} \rangle \rightarrow$ traitement de l'élément (éventuellement cas terminal)
- $\langle \text{liste} \rangle \rightarrow$ traitement récurtif (cas général)

Récurtivité sur les listes

Longueur d'une liste

- ▶ $L = \langle \text{elt} \rangle \langle \text{liste} \rangle$
 $\text{longueur}(L) = 1 + \text{longueur}(L \uparrow \bullet \text{suivant})$
- ▶ $L = \emptyset$
 $\text{longueur}(L) = 0$

Algorithme

```
fonction longueur (L) : entier
  D : L : liste
  Si L = NULL Alors
    retourner(0)
  Sinon
    retourner(1 + longueur(L↑ •suivant))
  Fsi
ffonction
```

La récursivité : inverser() récursive

Inverser une suite de caractères

- ▶ $s = \langle c_1, c_2, \dots, c_n, \bullet \rangle$: inverser $\langle c_n, \dots, c_2, c_1 \rangle$
- ▶ cas généraux et terminaux ? conditions de terminaison ?

Algorithme

```
Action inverser()  
  L : c : caractère  
  lire(c)  
  Si  $c \neq \bullet$  Alors  
    inverser()  
    écrire(c)  
  Fsi  
Faction
```

La récursivité : inverser() itérative

- ▶ mémoriser les caractères lus séquentiellement
- ▶ les restituer en ordre inverse de leur mémorisation
- ▶ \Rightarrow mémorisation en pile

Algorithme

Action inverser()

L: c : caractère, P : Pile de caractères

lire(c)

TQ c \neq '•'

Faire empiler(P, c); lire(c);

Fait

{restituer en ordre inverse}

TQ non pileVide(P) Faire

dépiler(P,c) ; écrire(c);

Fait

Faction

La récursivité : pile d'exécution d'un langage

- ▶ Mémorise le contexte appelant lors d'un appel de fonction
- ▶ Restitue ce contexte lors du retour

Exemple

```
void inverse(){  
    char c;  
    c = getchar();  
    if (c != ' . ' ) {  
        inverse() ; putchar(c);  
    }  
}
```

La récursivité : pile d'exécution d'un langage

Schéma d'exécution

La récursivité : conséquences

- ▶ Fournit une méthode pour traduire itérativement (à l'aide d'une pile) des algorithmes récursifs = la dérécursivisation
- ▶ Récursivité \Rightarrow surcoût dû à la pile
 - ▶ exemple : dichotomie, factorielle, longueur
 - ▶ nonexemple : inverser (en général pour une récursivité non terminale)
- ▶ Intérêt général quand elle facilite l'analyse algorithmique d'un problème (récursif par nature; ex : SD récursive)
- ▶ Intérêt pour la parallélisation des tâches

La récursivité : insertion liste ordonnée

Insertion de x dans une liste ordonnée

- ▶ $L = \emptyset \Rightarrow L = \langle x \rangle$
- ▶ $L = \langle \text{elt} \rangle \langle L' \rangle$
 - ▶ $x \leq \langle \text{elt} \rangle \Rightarrow L = \langle x, \text{elt} \rangle \langle L' \rangle$
 - ▶ $x > \langle \text{elt} \rangle \Rightarrow \text{insérer } x \text{ dans } \langle L' \rangle$

La récursivité : insertion liste ordonnée

```
Action insérer(L, x)
  D/R : L : liste de <T>
  D : x : <T>
  Si L =  $\emptyset$  Alors
    ajoutTête(L, x)
  Sinon
    Si  $x \leq L \uparrow \bullet \text{valeur}$  Alors
      ajoutTête (L, x)
    Sinon
      insérer(L  $\uparrow$   $\bullet$ suivant, x)
  Fsi
Fsi
Faction
```

La récursivité : insertion liste ordonnée

```
1 void inserer(liste *pL, int x){
2     if ( (*pL == NULL) || (x <= (*pL)->valeur)
3         ajoutTête(pL, x);
4     else
5         inserer( &(*pL)->suivant, x);
6 }
7
8 void ajoutTête(liste *pL, int x){
9     Ptcellule P; allouer(&P);
10    P->valeur=x; P->suivant = *pL; *pL = P;
11 }
```

La récursivité : insertion liste ordonnée

Schéma d'exécution