

Université Paris-Saclay

# **Structure et stabilité des noyaux**

## **Applications de l'énergie nucléaire**

**Elias KHAN**

Laboratoire de Physique des 2 Infinis

IJCLab

IN2P3 - CNRS

# Avant-Propos

L'objectif de ce fascicule est de fournir les notions de bases relatives au noyau atomique et aux applications de l'énergie nucléaire, qui sont au programme de l'agrégation externe de physique-chimie. En effet, rares sont les universités qui dispensent un cours académique de physique nucléaire. Il en résulte des connaissances disparates dans ce domaine, selon les cursus suivis.

Ce fascicule s'adresse donc à tous les agrégatifs, mais aussi bien sûr à tous ceux intéressés par une rapide mise à niveau sur ce sujet. Les pré-requis se situent au niveau Licence.

Enfin je remercie Marc Ernoul pour sa relecture attentive et ses commentaires utiles, notamment sur le chapitre 2.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Le noyau atomique</b>	<b>2</b>
1.1	Découvertes, ordres de grandeurs et définitions . . . . .	2
1.2	Stabilité et radioactivités . . . . .	4
1.3	Le modèle de la goutte liquide . . . . .	5
1.3.1	Application à la stabilité Béta . . . . .	6
1.3.2	Application à la fission et à la fusion . . . . .	6
1.3.3	Application à la radioactivité alpha . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Fission</b>	<b>9</b>
2.1	Les types de fission . . . . .	9
2.1.1	La fission spontanée . . . . .	9
2.1.2	La fission induite par neutron lent . . . . .	10
2.1.3	La fission induite par neutron rapide . . . . .	10
2.2	Les principes des réacteurs à fission . . . . .	11
2.2.1	Combustible . . . . .	11
2.2.2	Caloporteur . . . . .	12
2.2.3	Modérateur . . . . .	12
2.2.4	Barre de contrôle . . . . .	12
2.2.5	Déchets . . . . .	13
2.3	Le réacteur à neutrons rapides . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Fusion</b>	<b>14</b>
3.1	La fusion dans les étoiles . . . . .	14
3.2	La fusion sur Terre . . . . .	14
3.2.1	La fusion inertielle . . . . .	15
3.2.2	La fusion par confinement magnétique . . . . .	15
<b>4</b>	<b>(Annexe) Effet tunnel : radioactivité <math>\alpha</math></b>	<b>17</b>

# Chapitre 1

## Le noyau atomique

Le noyau atomique a été découvert lors des expériences de Geiger et Mardsen au sein de l'équipe de Rutherford, qui en donna l'interprétation correcte en 1911 : des particules alphas provenant d'une source radioactive collimatée sont diffusées sur une feuille d'or. L'observation d'angles de diffusion allant jusqu'à  $180^\circ$  met alors en évidence un système ultra-dense au coeur de l'atome.

### 1.1 Découvertes, ordres de grandeurs et définitions

Le noyau atomique est un système de nucléons (les neutrons et les protons, fermions de spin  $1/2$ ) soumis à une interaction attractive (mais à coeur dur) : l'interaction forte. En première approche le volume du noyau est donc proportionnel au nombre  $A$  (le nombre de masse) de nucléons. Par conséquent son rayon s'écrit

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (1.1)$$

avec  $r_0 \simeq 1.2$  fm (où  $1 \text{ fm} \equiv 10^{-15} \text{ m}$  est le fermi, ou encore femtomètre).  $R$  varie donc entre 1 fm pour les noyaux les plus légers à  $\sim 10$  fm pour les noyaux les plus lourds ( $A \lesssim 300$ ).

Remarques :

- Les protons sont aussi soumis à l'interaction électromagnétique (répulsive) mais celle-ci est environ deux ordres de grandeur moins intense que l'interaction forte (Table 1.1). Elle rivalise donc avec l'interaction forte surtout pour les noyaux comportants environ une centaine de protons (noyaux lourds).
- Les nucléons du noyau étant des fermions confinés dans un puits potentiel moyen résultant de leurs interactions mutuelles (modèle du champ moyen), leur énergies possibles sont discrétisées (on peut se référer, en première approximation, aux solutions du puits de potentiel infini ou de l'oscillateur harmonique en physique quantique). Il existe donc des nombres particuliers de neutrons ou de protons correspondant à une fermeture de couche nucléonique, à l'instar des couches électroniques dans les atomes. Ces nombres (dénommés "magiques" en physique nucléaire) sont 2,8,20,28,50,82,126.

Interaction	Forte	Electromagnetique	Faible	Gravitation
Année de la première modélisation	1935	1873	1933	1687
Médiateur	gluons / mésons	photon ( $\gamma$ )	$W^\pm, Z^0$	graviton ?
Portée (m)	$\lesssim 10^{-15}$	$\infty$	$10^{-18}$	$\infty$
Intensités relatives	1	$1/137 \sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-6}$	$5 \times 10^{-40}$
Radioactivités	$\alpha, n, p, 2p, 2n$ , fission, fission ternaire	$\gamma, 2\gamma$ , conversion interne	$\beta^+, \beta^-, 2\beta, \beta$ lié (double) capture élec.	

TABLE 1.1 – Les quatre interactions fondamentales de la nature ainsi que les radioactivités qu’elles engendrent. Les intensités des interactions sont calculées pour deux protons dans le noyau atomique

On définit l’énergie de liaison  $B$  d’un noyau de masse  $M$  comportant  $N$  neutrons et  $Z$  protons ( $N+Z=A$ ) comme

$$Mc^2 = Nm_n c^2 + Zm_p c^2 - B \quad (1.2)$$

où  $m_n c^2 = 940$  MeV et  $m_p c^2 = 938$  MeV ( $1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13}$  J) sont les énergies de masse respectives du neutron et du proton.  $B > 0$  correspond donc à un noyau lié. Le noyau concentre plus de 99,9 % de la masse de l’atome puisque l’énergie de masse d’un électron est  $m_e c^2 = 511$  keV. Comme il y a un facteur de l’ordre de  $10^{-5}$  entre la taille du noyau (qq fm) et celle de son atome (qq Å), la densité du noyau est donc de l’ordre de  $10^{14} \text{ g.cm}^{-3}$  ce qui est très élevé par rapport à la matière ordinaire mais du même ordre que celle d’une étoile à neutrons (qui peut être modélisée au premier ordre comme un noyau géant de 10 km de rayon en équilibre avec l’interaction gravitationnelle).

On définit l’énergie de séparation à un nucléon d’un noyau à  $A$  nucléons comme

$$S_n \equiv B(A) - B(A-1) = [m_n + M(A-1)]c^2 - M(A)c^2 \quad (1.3)$$

où l’indice  $n$  indique ici indifféremment un neutron ou un proton.  $S_n$  peut-être interprétée comme l’énergie nécessaire pour arracher un nucléon au noyau en comportant  $A$ . Il faut noter que les nucléons sont sujets à l’appariement nucléaire ce qui rend le noyau superfluide, en totale analogie avec la supraconductivité : des paires de nucléons de projections de moment cinétique total opposées se lient sous forme de paire de Cooper. La conséquence est qu’un noyau avec un nombre pair de neutron ou de proton a une énergie de séparation  $S_n$  plus importante (de l’ordre de 1 MeV, qui correspond à l’énergie de liaison de paire) qu’un noyau voisin avec un nombre impair respectif.

## 1.2 Stabilité et radioactivités

On compte environ 300 noyaux stables sur l'ensemble des 7000 noyaux liés par interaction forte prédits par les modèles (environ 3000 ont été produits jusqu'à présent dans des accélérateurs). Plus de 95 % des noyaux sont donc radioactifs. La figure 1.1 montre la carte des noyaux selon leur mode de radioactivité, les noyaux stables étant représentés par des carrés noirs.

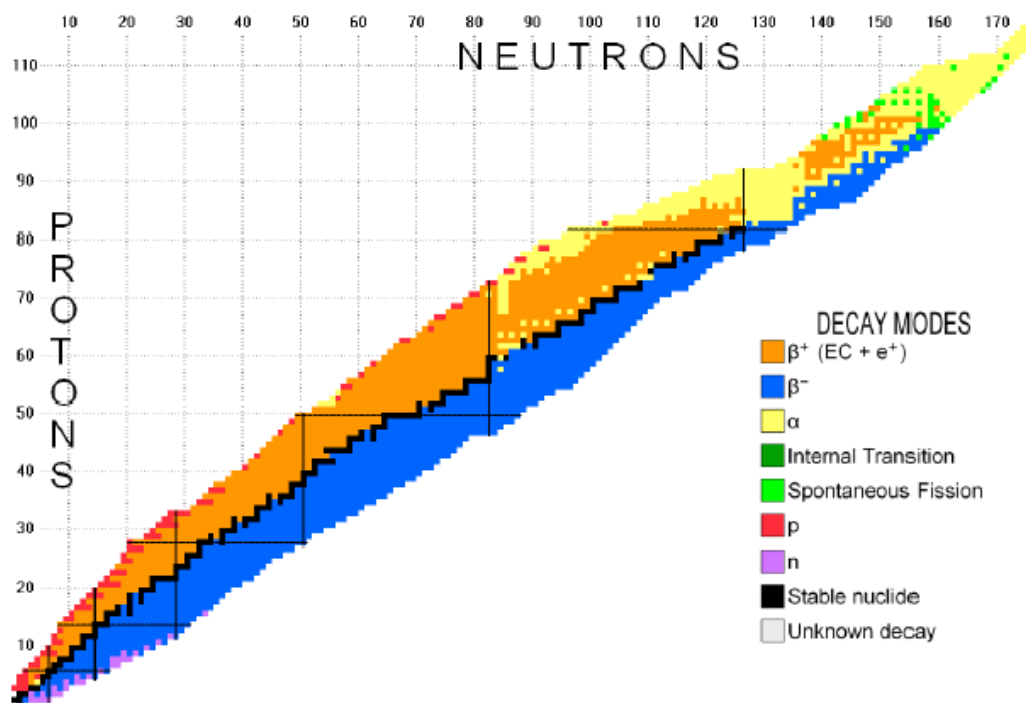


FIGURE 1.1 – Carte des noyaux expérimentalement connus en fonction de leur mode de désintégration

Remarques :

- La stabilité d'un noyau n'est par définition expérimentalement jamais acquise, comme le prouve la découverte en 2003 de la radioactivité alpha du  $^{209}\text{Bi}$ . Son temps de vie (environ  $3.10^{19}$  ans) est très grand devant l'âge de l'Univers. Par ailleurs la limite inférieure expérimentale sur le temps de vie du  $^{208}\text{Pb}$ , élément considéré comme stable, est  $10^{21}$  ans et certains modèles théoriques le prédisent instable avec un temps de vie de  $10^{130}$  ans. La condition nécessaire pour qu'un noyau soit radioactif est une chaleur de réaction positive.
- La radioactivité consiste en la transition d'un noyau père en un noyau fils avec émission de particules. Cette transition d'un état initial vers un état final se fait par une des trois interactions fondamentales de la nature (forte, électromagnétique, ou faible)<sup>1</sup>. L'étude des radioactivités est un sujet de recherche actif : on dénombre ainsi une quinzaine de radioactivités à l'heure actuelle, répertoriées dans la table 1.1. La première fut découverte en 1896

1. En pratique plusieurs interactions peuvent participer à une même radioactivité comme dans le cas de l'émission alpha

(radioactivité  $\alpha$ ) et la plus récente date de 2015. Une nouvelle radioactivité ( $\beta p$ ) aurait par ailleurs été découverte en 2019. Notons que la fission peut rentrer dans la catégorie des radioactivités, étant définie comme la division d'un noyau père en plusieurs (généralement 2) noyaux fils avec émission de photons et de neutrons.

On constate sur la figure 1.1 que les noyaux susceptibles de fissionner sont des noyaux lourds, situés dans la région au-delà du  $^{208}\text{Pb}$ . C'est aussi majoritairement le cas des noyaux émetteurs alphas. En effet, la libération de nucléons par répulsion coulombienne nécessite des noyaux lourds en raison des magnitudes des interactions en jeu (table 1).

Par ailleurs, les noyaux de masse intermédiaire qui sont émetteurs Béta, ont des temps de vie pouvant différer sur plusieurs ordres de grandeur (typiquement de la ns à quelques mois pour la plupart). C'est aussi le cas de la radioactivité alpha, en général décrite par effet tunnel à travers le potentiel coulombien. Cette riche phénoménologie du noyau atomique se doit d'être décrite par un modèle. Elle est complexe car elle relève du problème à N corps avec une interaction forte entre nucléons (de surcroît non-élémentaires) dont on ne possède pas d'expression analytique exacte.

### 1.3 Le modèle de la goutte liquide

Le modèle de la goutte liquide est un des premier modèle universel du noyau. Il fût élaboré par H. Bethe et C. Weissäcker en 1935. Il permet une approche phénoménologique du noyau, par opposition aux approches microscopiques reposant sur l'équation de Schrödinger, qui sont difficilement solubles, pour les raisons exposées ci-dessus.

Le modèle de la goutte liquide postule l'expression suivante de l'énergie de liaison d'un noyau possédant  $A=N+Z$  nucléons :

$$B(N, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta \quad (1.4)$$

où  $a_V$ ,  $a_S$ ,  $a_c$  et  $a_A$  sont des constantes déterminées à l'aide des valeurs expérimentales des masses connues des noyaux.

- Le premier terme est proportionnel au volume du noyau et caractérise l'effet de l'interaction forte attractive de courte portée entre les nucléons
- Le deuxième terme est proportionnel à la surface du noyau et caractérise l'effet correctif (non-négligeable) du fait que les nucléons en surface possèdent moins de nucléons voisins

Ces deux termes justifient l'analogie avec une goutte liquide : ainsi le système cherche à minimiser sa surface. Les trois termes suivants sont spécifiques au noyau :

- Le troisième terme représente l'effet répulsif de l'interaction coulombienne entre les protons. Il peut se déduire de l'énergie potentielle d'une sphère uniformément chargée où l'on a fait l'approximation  $Z(Z-1) \simeq Z^2$
- Le quatrième terme, d'origine quantique, reflète que pour  $A$  fixé, le noyau minimise son énergie potentielle d'interaction forte pour  $N=Z$ . Sa dérivation est au-delà du cours (on pourra étudier le modèle dit du gaz de Fermi à ce sujet)
- Le cinquième terme représente l'effet de l'appariement nucléaire :  $\delta > 0$  pour un noyau ayant  $N$  et  $Z$  pairs,  $\delta=0$  pour un noyau ayant soit  $N$  soit  $Z$  impair, et  $\delta < 0$  pour un noyau

ayant  $N$  et  $Z$  impairs. Lorsqu'il n'est pas nul, la valeur absolue typique de  $\delta$  est de 1 à 2 MeV, correspondant à l'énergie de liaison d'une paire de nucléons identiques.

Le modèle de la goutte liquide permet d'étudier la stabilité du noyau vis à vis des différentes radioactivités, mais aussi de la fission et de la fusion.

### 1.3.1 Application à la stabilité Béta

La stabilité par rapport à la radioactivité Béta s'obtient en considérant pour  $A$  fixé, la valeur de  $Z$  qui maximise l'énergie de liaison. En effet, la radioactivité Béta est isobarique (elle conserve le nombre total de nucléons) car l'interaction faible n'est pas assez intense pour arracher les nucléons, liés par interaction forte, au noyau. Le (les) noyau(x) stables par radioactivité Béta ont donc un nombre de charge  $Z$  tel que :

$$\left. \frac{\partial B(A, Z)}{\partial Z} \right|_{A=cst} = 0 \quad (1.5)$$

Un calcul direct de l'équation (1.5) utilisant l'équation (1.4) pour  $B(A, Z)$ , où  $N$  est remplacé par  $A-Z$ , donne le comportement de la vallée de stabilité (par rapport à la désintégration Béta) visible sur la carte des noyaux (figure 1.1) :

$$Z = \frac{A}{2 + (a_C/2a_A)A^{2/3}} \simeq \frac{A}{2 + 0,015A^{2/3}} \quad (1.6)$$

Pour les noyaux légers, les noyaux stables ont donc  $N=Z$ , alors que les noyaux lourds stables ont plus de neutrons que de protons, en raison de l'interaction coulombienne, comme le montre le résultat (1.6).

La stabilité des neutrons et protons peut donc être très différente selon qu'ils sont isolés, dans un noyau stable ou bien dans un noyau émetteur  $\beta^+$  ou  $\beta^-$ . Notons qu'un neutron isolé se désintègre en proton par interaction faible ( $m_n > m_p + m_e$ ), avec un temps de vie de 15 min, alors qu'un proton isolé est stable.

### 1.3.2 Application à la fission et à la fusion

Comme toute réaction, la fission et la fusion sont exo-énergétiques si la chaleur de réaction  $Q$  est positive. Soit la réaction générique  $1+2 \rightarrow 3+4$  où l'on considère respectivement 2 (4) dans le cas d'une fusion (fission). Comme les nombres de neutrons d'une part et de protons d'autre part sont conservés (pas d'énergie suffisante pour les transformer en un autre baryon<sup>2</sup>), la formule (1.2) donne, après simplifications :

$$Q = -B_1 - B_2 + B_3 + B_4 \quad (1.7)$$

que l'on peut réécrire comme

---

2. un baryon est un fermion composé de 3 quarks. Les baryons les plus légers sont le proton et le neutron. Il existe aussi le  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ , etc.



$$\frac{Q}{A} = \frac{1}{A} \left[ A_3 \cdot \left( \frac{B_3}{A_3} \right) + A_4 \cdot \left( \frac{B_4}{A_4} \right) \right] - \frac{1}{A} \left[ A_1 \cdot \left( \frac{B_1}{A_1} \right) + A_2 \cdot \left( \frac{B_2}{A_2} \right) \right] = \langle B/A \rangle_s - \langle B/A \rangle_e \quad (1.8)$$

où  $A=A_1+A_2=A_3+A_4$  est le nombre total de nucléons et  $B/A$  représente l'énergie de liaison par nucléon.

La condition  $Q>0$  correspond donc à une valeur moyenne de  $B/A$  en voie de sortie (s) supérieure à celle de la voie d'entrée (e). Il est ainsi pertinent de représenter l'énergie de liaison par nucléon  $B/A$  à partir de la formule (1.4) (figure 1.2). On constate que cette courbe présente un maximum autour de  $A=56$  (région du fer stable). La condition  $Q > 0$  sur l'équation (1.8) montre que les noyaux plus lourds que le fer dégagent de l'énergie en fissionnant mais pas en fusionnant. C'est l'inverse pour les noyaux plus légers que le fer.

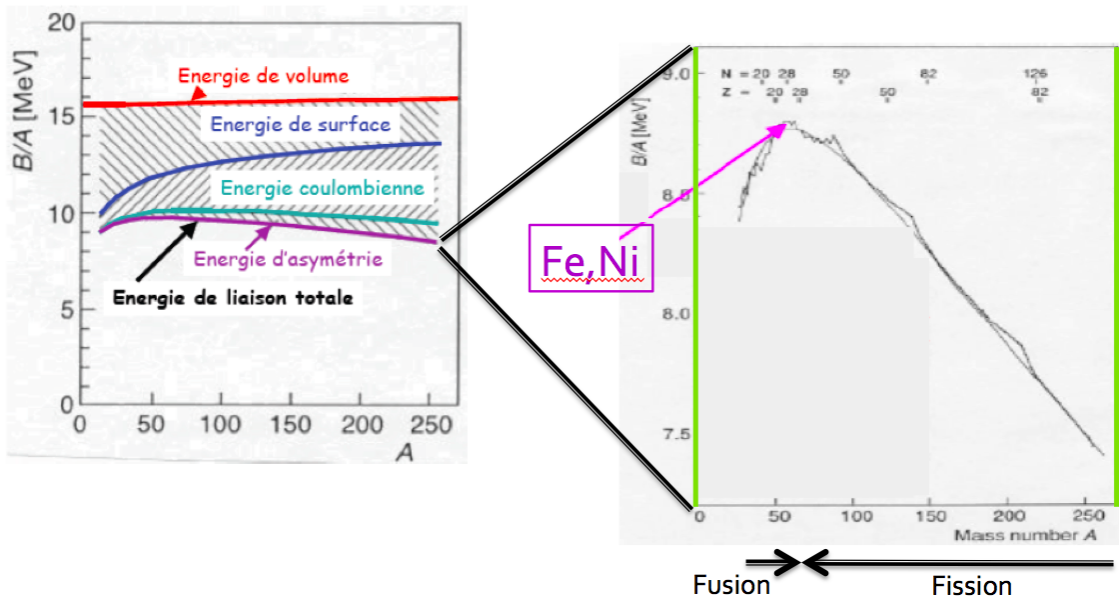


FIGURE 1.2 – Energie de liaison par nucléon  $B/A$ . Gauche : décomposition en ses différentes contributions, à partir de l'Eq. 1.4. Droite : Echelle plus détaillée (Courbe d'Aston), avec également les points expérimentaux extraits des mesures de masses nucléaires.

### 1.3.3 Application à la radioactivité alpha

La condition  $Q>0$  pour la réaction de désintégration alpha  ${}^A\text{X} \rightarrow {}^{A-4}\text{Y} + {}^4_2\alpha$  est, à l'aide de l'Eq. (1.2) :

$$Q = B_\alpha - (B_X - B_Y) \simeq B_\alpha - \delta B = B_\alpha - \frac{\partial B}{\partial Z} \delta Z - \frac{\partial B}{\partial A} \delta A \quad (1.9)$$

avec  $\delta Z=2$  et  $\delta A=4$ . L'énergie de liaison de la particule alpha étant  $B_\alpha=28,3$  MeV, il reste à évaluer les dérivées partielles en utilisant le modèle de la goutte liquide (1.4), pour obtenir :

$$Q = 28,3MeV - 4a_V + \frac{8a_S}{3A^{1/3}} + \frac{4a_c Z(3A - Z)}{3A^{4/3}} - 4a_A \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2 \quad (1.10)$$

où l'on identifie les termes qui favorisent l'émission alpha (notamment le terme de Coulomb) et ceux qui la combattent (notamment le terme de volume). Afin de déterminer la région de la carte des noyaux impliquant des émetteurs alpha, on utilise, en première approximation, la relation (1.6) dans l'équation (1.10). La solution numérique donne  $Q > 0$  pour  $A > 150$ , confirmant que la radioactivité alpha concerne majoritairement les noyaux lourds (Figure1).

# Chapitre 2

## Fission

### 2.1 Les types de fission

Pour fissionner un noyau lourd doit se déformer. A faible déformation, l'interaction forte, attractive, prédomine tandis qu'à grande déformation l'interaction coulombienne repulsive entre les deux noyaux fils, prédomine. Il y a donc une barrière de fission, en fonction de la déformation du système, qu'il faut traverser ou surmonter pour donner lieu à la fission. Le sommet de la barrière correspond au point selle (point de non retour) et sur la descente externe de la barrière se trouve le point de scission, dernière situation où les deux fragments sont en contact. La hauteur de la barrière est typiquement de 5 ou 6 MeV. Cela peut se retrouver par une généralisation du modèle de la goutte liquide au cas déformé. Il faut noter qu'un calcul microscopique de la barrière de fission donne 2 bosses au lieu d'une, en raison des effets de couche.

Le rapport  $N/Z$  est approximativement conservé entre le noyau père et chacun des noyaux fils. Les noyaux lourds, susceptibles de fissionner, étant riches en neutrons (Eq. 1.6 et Fig. 1.1), les noyaux fils sont donc du côté riche en neutron des noyaux instables (émetteurs  $\beta^-$ ). Ils se situent en général autour du  $^{90}_{40}\text{Zr}$  et du  $^{132}_{50}\text{Sn}$ , en raison de l'effet des nombres magiques. Lors de la fission, quelques neutrons (typiquement 2 ou 3) sont également émis.

#### 2.1.1 La fission spontanée

La fission spontanée consiste en l'émission des fragments de fission par effet tunnel sur la barrière de fission. Le temps de vie de fission varie donc sur plusieurs ordres de grandeurs, allant de  $10^{20}$  ans à la milliseconde. Il existe quelques dizaines de noyaux spontanément fissiles (signalés sur la figure 1.1).

Le modèle de la goutte liquide permet d'identifier le paramètre de fissilité  $Z^2/A$ , décrivant la propension d'un noyau à fissionner : la fission est possible quand les effets coulombiens de répulsion dominent les effets de surface qui luttent contre un accroissement de déformation du noyau. Ainsi d'après l'équation (1.4), il faut

$$a \frac{Z^2}{A^{1/3}} > b A^{2/3}, \text{ soit } \frac{Z^2}{A} \gtrsim 30 \quad (2.1)$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes déterminées par le modèle de la goutte liquide (section 1.3) généralisé au cas déformé. La valeur de 30 ci-dessus est en fait obtenue par un calcul microscopique tenant compte des effets de couches nucléaires (un calcul numérique utilisant la goutte liquide déformée donne un paramètre de fissilité de 50). Ce résultat permet de décrire la phénoménologie de la fission, notamment le fait que ce sont les noyaux lourds qui fissionnent et la réduction significative du temps de vie de fission avec  $Z^2/A$ .

### 2.1.2 La fission induite par neutron lent

La fission induite consiste à capturer une particule (en général un neutron) afin de former un isotope ayant donc un neutron supplémentaire, pour fissionner par la suite. Dans le cas de la fission induite par neutron lent, le neutron, dit thermique, a une énergie cinétique  $kT \simeq 10^{-2}$  eV (correspondant à  $T=293$  K), qui est donc négligeable par rapport à son énergie de masse. Cependant la capture d'un tel neutron par un noyau est possible en raison de l'absence de répulsion coulombienne. Il n'existe que 7 noyaux fissiles par neutrons thermiques ( $^{233}_{92}\text{U}$ ,  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{239}_{94}\text{Pu}$ ,  $^{241}_{94}\text{Pu}$ ,  $^{230}_{91}\text{Pa}$ ,  $^{236}_{93}\text{Np}$ ,  $^{242}_{95}\text{Am}$ ).

Une caractéristique commune à ces 7 noyaux est leur nombre impair de neutrons. En effet, un noyau ayant  $N$  impair et capturant un neutron, libère l'énergie d'appariement gagnée par la formation d'une paire supplémentaire de neutrons, ce qui permet de passer au-dessus de la barrière de fission. Ainsi la conservation de l'énergie totale de la réaction  $n+(A-1)\rightarrow A^*$  donne :

$$m_n c^2 + M(A-1)c^2 = M(A)c^2 + E^* \quad (2.2)$$

puisque la réaction se fait quasiment au repos. L'énergie d'excitation  $E^*$  gagnée par le noyau  $A$  est donc

$$E^* = [m_n + M(A-1)]c^2 - M(A)c^2 = S_n, \quad (2.3)$$

d'après la définition (1.3) de l'énergie de séparation. Il existe ainsi quelques noyaux pour lesquels  $S_n$  est supérieur à la barrière de fission. Par exemple  $S_n(^{236}\text{U})=6,5$  MeV. La capture d'un neutron lent par le  $^{235}\text{U}$  donne donc un noyau de  $^{236}\text{U}$  qui fissionne. En revanche la capture d'un neutron lent par le  $^{238}\text{U}$  donne un noyau de  $^{239}\text{U}$  qui ne fissionne pas, car  $S_n(^{239}\text{U})=4,8$  MeV qui est inférieur à la hauteur de la barrière de fission. On voit ici le rôle crucial de l'appariement et la nécessité d'avoir un noyau ayant un nombre impair de neutrons pour permettre la fission suite à la capture d'un neutron lent.

On appellera par convention noyau fissile, les noyaux comme le  $^{235}\text{U}$  qui donnent lieu à une fission suite à une capture d'un neutron thermique.

### 2.1.3 La fission induite par neutron rapide

Dans le cas d'un neutron rapide, il faut distinguer deux regimes, en fonction de l'énergie du neutron :

- Si celle-ci est de l'ordre du MeV, énergie typique (i.e. la plus probable) des neutrons émis lors d'une fission précédente d'un autre noyau, l'effet pair-impair du nombre de neutrons joue encore en raison de la barrière de fission : les noyaux comme le  $^{238}\text{U}$  capturent le neutron sans donner en général de fission, alors que le  $^{235}\text{U}$  capture le neutron pour donner lieu à une fission. Cependant la section efficace (i.e. probabilité) de fission chute de 2 à 3 ordres de grandeur entre la capture d'un neutron thermique et celle d'un neutron rapide (sur l'exemple du  $^{235}\text{U}$ ). En effet, un neutron lent possède une longueur d'onde de De Broglie bien plus grande qu'un neutron rapide, lui permettant une capture plus probable. Ainsi le rapport de branchement des réactions de capture de neutrons rapides sur le  $^{235}\text{U}$  et n'aboutissant pas à une fission n'est pas négligeable.
- Si celle-ci est supérieure à plusieurs MeV, l'énergie cinétique du neutron capturé contribue directement à franchir la barrière de fission, et il existe des dizaines de noyaux fissionnant suite à la capture d'un neutrons "très" rapide : il n'est pas nécessaire d'avoir un nombre impair de neutrons pour donner lieu à une fission suite à la capture d'un tel neutron.

## 2.2 Les principes des réacteurs à fission

Les réacteurs à fission fonctionnent sur le principe de la réaction en chaîne : les neutrons émis lors d'une fission servent à engendrer des fissions ultérieures. En pratique il faut prêter attention à plusieurs éléments du réacteur.

### 2.2.1 Combustible

Le combustible est en général de l'uranium 235 qui est fissile par neutron lent. En pratique on utilise un mélange de  $^{238}\text{U}$  (qui n'est pas fissile) et  $^{235}\text{U}$ , provenant de l'uranium naturel. Une fission de  $^{235}\text{U}$  produit en moyenne 2,4 neutrons rapides (d'énergie cinétique de l'ordre du MeV). Ces neutrons proviennent soit de la fission elle-même (neutron prompt, émis  $10^{-17}\text{s}$  après la fission) soit lors de la chaîne de désintégration  $\beta^-$  des produits de fission (neutron retardé, émis plus d'une  $\mu\text{s}$  après la fission, et jusqu'à quelques minutes) : les neutrons retardés correspondent à l'émission d'un neutron par un noyau fils de désintégration  $\beta^-$  ayant une énergie d'excitation supérieure à son  $S_n$ .

D'après la courbe d'Aston (Fig1.2 et Eq. 1.8), une fission produit de l'ordre de 1 MeV/nucléon soit environ 200 MeV par noyau de  $^{235}\text{U}$  qui fissionne. On en déduit l'énergie libérée par la fission de 1 kg de  $^{235}\text{U}$  :

$$E \simeq \frac{200 \times 1,6 \cdot 10^{-13} \times 6,02 \cdot 10^{23} \times 1000}{235} \simeq 10^{14} \text{ J} \quad (2.4)$$

Faire fonctionner un réacteur de puissance typique 1 GW pendant 1 jour requiert donc une masse  $m$  de  $^{235}\text{U}$  :

$$m = \frac{10^9}{10^{14}} \times 24 \times 3600 \simeq 1 \text{ kg} \quad (2.5)$$

Le rendement typique d'un réacteur étant de 0,3, environ 3kg de  $^{235}\text{U}$  sont quotidiennement nécessaires au fonctionnement d'un réacteur.

### 2.2.2 Caloporteur

Le caloporteur est en général de l'eau qui se vaporise sous la chaleur dégagée lors des fissions. Elle permet de chauffer de manière étanche un circuit secondaire destiné à entraîner la rotation de turbines via la vapeur de l'eau du circuit secondaire. L'eau caloporteuse du circuit primaire présente un désavantage : son hydrogène peut capturer un neutron de fission pour donner un isotope plus lourd : un deuton (2 neutrons et 1 proton). Pour tenir compte de cette absorption parasite de neutrons, le combustible est enrichi à hauteur d'environ 3% de  $^{235}\text{U}$ .

Il est aussi possible de faire fonctionner un réacteur avec de l'uranium naturel (99% de  $^{238}\text{U}$  et 0,7% de  $^{235}\text{U}$ ). Dans ce cas il faut utiliser de l'eau lourde ( $\text{D}_2\text{O}$ , élément rare ou artificiel), de manière à ne pas absorber de neutrons de manière parasite.

### 2.2.3 Modérateur

Dans le cas de neutrons lents, la probabilité de fission domine celle de capture de neutron. Il est ainsi très avantageux de ralentir les neutrons rapides produits par la fission. Cela se passe par collisions élastiques sur un noyau léger, de manière à ralentir efficacement les neutrons. L'eau joue en général ce rôle : elle est donc à la fois caloporteur et modérateur (fonctionnement d'un REP- Réacteur à Eau Pressurisé). Il existe aussi des réacteurs (comme par exemple les RBMK russes) qui ont un modérateur en graphite. Dans le cas de l'eau lourde, sa faible probabilité de capture de neutrons permet d'en utiliser une plus grande quantité que l'eau normale, et ainsi ralentir les neutrons pour atteindre le régime avantageux des neutrons lents même avec de l'uranium naturel.

### 2.2.4 Barre de contrôle

Le facteur de multiplication neutronique  $k$  est défini comme

$$k \equiv \frac{N_{i+1}}{N_i} \simeq \frac{n_{i+1}}{n_i} \quad (2.6)$$

où  $N_i$  et  $n_i$  sont respectivement le nombre de fissions et le nombre de neutrons produits à la génération  $i$ .  $k=1$  est donc la condition nécessaire pour que la réaction s'entretienne d'elle-même alors que  $k<1$  mène à une extinction de la réaction en chaîne et  $k>1$  à sa divergence. Les barres de contrôle sont faites d'un matériau ayant une section efficace élevée de capture de neutron (comme le Cd) et permettent de réguler un facteur  $k$  proche de 1, notamment grâce aux neutrons retardés (échelle de temps typique de quelques secondes) qui contribuent à la réaction en chaîne. Par exemple, dans un REP on peut compter de l'ordre de  $I=40\,000$  générations en 1s. Un facteur  $k=1,0001$  augmente en 1s la puissance d'un facteur  $k^I=1,0001^{40000} \simeq 55$ , montrant l'importance du contrôle de la réaction en chaîne.

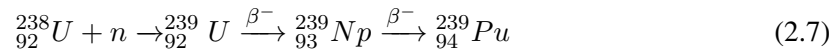
### 2.2.5 Déchets

Le principal défaut d'un réacteur à fission est la production de déchets que représente notamment l'ensemble des noyaux fils générés lors de fissions et en bout de chaîne de désintégration  $\beta^-$ . Ils sont donc variés, avec des durées de vie très différentes comme discuté ci-dessous. La conséquence est double : i) même lorsque la réaction en chaîne est coupée, les déchets continuent à produire de l'énergie en raison de leur désintégrations Béta (puisque  $Q_\beta > 0$  par définition d'une radioactivité). Ainsi juste après l'arrêt d'un réacteur, la puissance produite est encore de l'ordre de 6% de la puissance nominale. Il faut donc continuer à absorber cette chaleur dégagée sinon l'enceinte monte en température et provoque des réactions chimiques parasites (oxydation de gaines de combustibles en Zr avec dégagement d'hydrogène), pouvant mener à des explosions (au sens chimique et non nucléaire). ii) Certains déchets résiduels ont une très longue durée de vie  $\beta^-$  (allant jusqu'à 20 millions d'années), il faut donc les stocker et les isoler, ou essayer de les transmuter/recycler. Il n'y a pas à l'heure actuelle de solution bien établie à ce problème.

Les actinides mineurs (Am, Np, Cm, ...) produits par capture de neutron sur l'uranium ou le polonium constituent aussi des déchets. Ils sont émetteurs alpha avec des durées de vie souvent supérieures à 10 000 ans.

## 2.3 Le réacteur à neutrons rapides

Un noyau fertile est un noyau qui, suite à une capture d'un neutron et une chaîne successive de désintégrations Béta, aboutit à un noyau fissile. Ainsi la chaîne suivante



permet de produire du  ${}^{239}\text{Pu}$  qui est fissile. Les réacteurs à neutrons rapides (RNR) permettent d'utiliser un noyau fertile pour alimenter le réacteur en noyaux fissiles. Ainsi lors d'une réaction en chaîne impliquant le  ${}^{239}\text{Pu}$ , sa faible section efficace de fission engendrée par un neutron rapide émis lors d'une précédente fission, est compensée par la production (régénération) de  ${}^{239}\text{Pu}$  par capture de neutrons sur le  ${}^{238}\text{U}$ . Le rapport de ces deux probabilités de réaction diminue quand l'énergie du neutron augmente, donc la régénération est favorisée par un régime de neutrons rapides. L'avantage de ce type de réacteurs (dits de 4<sup>ème</sup> génération) est que l'on peut utiliser du  ${}^{238}\text{U}$ , isotope le plus abondant de l'uranium naturel. En effet les réserves mondiales de  ${}^{235}\text{U}$  permettraient de tenir encore une cinquantaine d'années si la consommation mondiale continue sur sa lancée. Un RNR à base de  ${}^{238}\text{U}$  consomme 200 fois moins d'uranium naturel en raison des abondances isotopiques qui le constituent (pour rappel : 99% de  ${}^{238}\text{U}$  et 0,7% de  ${}^{235}\text{U}$ ). Un RNR ne comporte donc pas de modérateur, et le caloporteur est en général à métaux fondus (plomb, sodium), qui permet de ne pas thermaliser les neutrons (absence de neutrons lents). Il existe aussi la possibilité d'utiliser des sels fondus (LiF) mais avec un petit effet de modération en raison des masses plus légères. Notons qu'un RNR peut également servir à i) produire de la matière fissile (mode surgénérateur) et ii) fonctionner de manière couplée avec un accélérateur (système hybride, Accelerator Driven System-ADS) pour irradier des déchets (transmutation). Les RNR et les ADS sont à l'état de prototypes à l'échelle mondiale.

## Chapitre 3

# Fusion

D'après la courbe d'Aston (Fig. 1.2), la fusion d'éléments légers est exo-énergétique. Les avantages sont i) l'abondance des éléments légers comparés à ceux nécessaires à la fission, ii) l'absence de la très grande variété de déchets, contrairement à la production d'énergie par fission, et iii) la plus grande énergie libérée par nucléon en raison de la pente plus prononcée de ce côté de la courbe d'Aston.

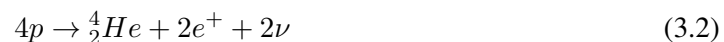
### 3.1 La fusion dans les étoiles

Un premier exemple de fusion avec dégagement d'énergie est la fusion stellaire. Le rayonnement du Soleil s'obtient par une succession de réactions de fusion d'éléments légers, initiée par une réaction de fusion par interaction faible :



En effet, le neutron isolé étant absent du Soleil en raison de son temps de vie ( $\tau_n \simeq 15$  min), la réaction ci-dessus est la seule pouvant conduire à la fusion vers un élément  $A=2$ , car le deuton est le seul noyau  $A=2$  lié. Le Soleil compense la faible production par interaction faible par son grand volume : le volume du coeur dans lequel se déroulent les réactions de fusion est de l'ordre de  $10^{26}$  m<sup>3</sup>. La densité du coeur est de l'ordre de  $10^2$  g.cm<sup>-3</sup> et sa température de l'ordre de  $10^7$  K.

S'enclenchent ensuite des réactions (cycles PP ou CNO). On peut par exemple résumer le cycle PP-I, ayant  $Q=26,7$  MeV par :



Le dégagement d'énergie produit par le Soleil est donc concomitant avec la synthèse d'éléments comme l'hélium.

### 3.2 La fusion sur Terre

Sur Terre, la production d'énergie par fusion d'éléments légers se fait par interaction forte de manière à produire de l'énergie (une puissance d'au moins 100 MW est souhaitable à terme) dans



un temps et un volume finis. La réaction de fusion par élément léger la plus exo-énergétique a  $Q=17,6$  MeV :



où l'on constate que  $Q/A=3,5$  MeV, au lieu de 1 MeV dans le cas de la fission de l'uranium.

Il est nécessaire en premier lieu de vaincre la répulsion coulombienne (hauteur de potentiel de l'ordre de 500 keV pour cette réaction) pour rapprocher les protagonistes à des distances de l'ordre du fermi, afin que l'interaction forte attractive s'enclenche et donne lieu à la fusion avec dégagement d'énergie.  $kT=500$  keV correspond à  $T=5.10^9$  K ce qui n'est pas technologiquement envisageable. Il est donc nécessaire de procéder à la fusion par effet tunnel. Une fenêtre se présente puisque le taux de réaction de la fusion sous-coulombienne possède une région maximale démarant autour de 10 keV, ce qui correspond à  $T=10^8$  K, température qu'il est possible d'atteindre de deux manières. Cette valeur typique de 10 keV à fournir en voie d'entrée est à comparer avec le bénéfice  $Q=17,6$  MeV libéré par la réaction de fusion.

### 3.2.1 La fusion inertielle

La température de  $10^8$  K est atteinte en comprimant le mélange d-t à une densité de l'ordre de  $10^4$  g.cm<sup>-3</sup> à l'aide de lasers de haute puissance (de l'ordre de quelques centaines de Tera Watt, comme le laser Megajoule). Après la compression et l'échauffement, un régime explosif s'enclenche grâce aux réactions de fusion. Ce régime non stationnaire n'est pas propice pour produire de l'énergie de manière stable et s'arrête grâce à l'épuisement du combustible. Un fonctionnement cyclique analogue à un moteur à explosion pourrait néanmoins être envisagé.

### 3.2.2 La fusion par confinement magnétique

L'idée est de chauffer le mélange d-t par effet Joule et par rayonnement micro-onde jusqu'à atteindre la température de  $10^8$  K permettant la fusion. Il est donc nécessaire de confiner le plasma ainsi obtenu pour l'isoler de toute paroi qui engendrerait un refroidissement par conduction. En raison de la valeur élevée du  $Q$  de la réaction de fusion, la densité du plasma doit être faible ( $n=10^{20}$  ions.m<sup>-3</sup> soit environ  $10^{-9}$  g.cm<sup>-3</sup>) afin que la densité d'énergie libérée n'endommage pas l'installation. Connaissant la valeur du taux de réaction de fusion, cette densité impose une durée de confinement minimale de  $\tau=1$ s pour qu'assez de réactions s'enclenchent afin de produire plus d'énergie que celle fournie. De manière générale, le critère dit de Lawson, déterminant un régime de fonctionnement à bilan énergétique positif, impose pour  $kT=10$  keV :

$$n\tau > 10^{20} \text{ s.m}^{-3} \quad (3.4)$$

La densité du plasma étant ainsi limitée, il est profitable d'en utiliser le plus grand volume  $V$  possible. Cela permet aussi de diminuer (en proportion) les effets de surface qui sont sources de perte d'énergie, et donc de refroidissement.

En pratique le plasma est confiné par un champ magnétique dans un système toroidal (Tokamak). Ce système est non trivial à faire fonctionner de manière stable en raison d'effets non-linéaires dus aux plasma, et de la géométrie nécessaire du champ magnétique. Néanmoins le tokamak JET a permis de réaliser (en 1997) des réactions de fusion ( $\tau=10\text{s}$ ,  $V=80\text{m}^3$ ,  $P(\text{chauffage})=23\text{MW}$ ,  $P(\text{fusion})=16\text{ MW}$ ), cependant avec un bilan énergétique négatif. Le prototype ITER en cours de construction, a pour ambition de produire de l'énergie ( $\tau=400\text{s}$ ,  $V=830\text{m}^3$ ,  $P(\text{chauffage})=50\text{MW}$ ,  $P(\text{fusion})=500\text{ MW}$ ).

## Chapitre 4

### (Annexe) Effet tunnel : radioactivité $\alpha$

La radioactivité  $\alpha$  est un processus générant 2 corps en voie de sortie : le noyau  ${}^4\text{He}$  et le noyau de recul (noté Y), à partir d'un noyau père initialement au repos (voir section 1.3.3) :



- La conservation de l'énergie totale implique  $Q_\alpha = T_\alpha + T_Y$
- La conservation de la quantité de mouvement implique  $p_\alpha = p_Y$

Comme, par ailleurs,  $p = \sqrt{2Tm}$ , l'énergie cinétique de l'alpha est fixe, en raison de ce système de 2 équations à 2 inconnues ( $T_\alpha$  et  $T_Y$ ).

Notons que ceci n'est pas le cas pour la radioactivité  $\beta$ , puisqu'il y a 3 corps en voie de sortie (Y,  $e^-$ ,  $\bar{\nu}_e$ ) : on obtient alors 2 équations à 3 inconnues, ce qui implique une énergie cinétique comprise entre 0 et  $Q_\beta$ , pour l'électron (ou le positron). Sa distribution, au fur et à mesure des décroissances observées, est donc continue, et non discrete comme dans le cas de la radioactivité  $\alpha$ . Historiquement, c'est cette distribution continue de l'énergie cinétique de l'électron, qui a conduit à postuler l'existence du neutrino.

Un deuxième effet cinématique, dans le cas de radioactivité  $\alpha$ , est la faible masse de la particule alpha, par rapport au noyau fils : typiquement  $m_\alpha/m_Y \simeq 4/200$ . (cf section 1.1.3). Il en résulte que

- $T_\alpha = \frac{m_Y}{m_Y + m_\alpha} Q_\alpha \simeq Q_\alpha$ .
- La particule  $\alpha$  est une bonne approximation du centre de masse du système (particule  $\alpha$  + noyau fils Y).

La probabilité d'émission  $\alpha$  peut, quant à elle, se décrire par effet tunnel à travers le potentiel Coulombien  $V(r) = \frac{2Z_Y e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ , entre la particule  $\alpha$  préformée et le noyau fils Y (Gamow, 1928). La figure 4.1 montre ce potentiel, où la particule  $\alpha$ , d'énergie cinétique  $T_\alpha \simeq Q_\alpha$ , est émise par effet tunnel, sur une distance typique comprise entre  $R_Y$  (le rayon du noyau fils) et  $R_1$  (défini comme  $V(R_1) = T_\alpha$ ).

Une première approche consiste à modéliser ce potentiel par une barrière rectangulaire de magnitude constante  $V_0$  entre  $R_Y$  et  $R_1$ . La fonction d'onde de la particule  $\alpha$  a donc un caractère oscillant pour  $0 < r < R_Y$  et  $r > R_1$ , et un comportement d'exponentielle décroissante pour  $R_Y < r < R_1$ .

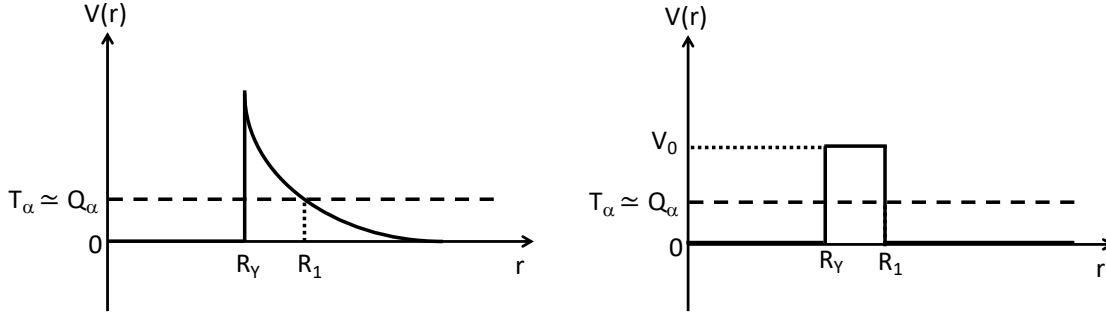


FIGURE 4.1 – (A gauche) Modélisation de la radioactivité  $\alpha$  par effet tunnel à travers la barrière Coulombienne. (A droite) Approximation par une barrière rectangulaire. Dans les deux cas, le potentiel attractif nucléaire entre 0 et  $R_Y$  n'est pas représenté.

Les valeurs typiques de  $Q_\alpha$ ,  $V_0$ ,  $R_Y$  et  $R_1$ , sont :

- $Q_\alpha \simeq 4 \text{ à } 10 \text{ MeV}$ , en fonction des différences de masse entre le noyau père et le noyau fils, (cf Eq. (1.7))
- $V_0 \simeq \frac{V(R_Y)}{2} = \frac{2Z_Y e^2}{2 \times 4\pi\epsilon_0 R_Y} \simeq \frac{2 \times 80 \times 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{2 \times 137 \times 7 \text{ fm}} \simeq 15 \text{ MeV}$
- $R_Y \simeq 1.2 \text{ fm} \cdot (200)^{1/3} \simeq 7 \text{ fm}$ , (cf Eq. (1.1))
- $R_1 \simeq \frac{2Z_Y e^2}{4\pi\epsilon_0 Q_\alpha} \simeq \frac{2 \times 80 \times 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{137 \times 5 \text{ MeV}} \simeq 45 \text{ fm} \gg R_Y$

Le calcul standard du coefficient de transmission à travers une barrière rectangulaire, donne :

$$P = \left[ 1 + \frac{V_0^2 S \hbar^2 [K(R_1 - R_Y)]}{4Q_\alpha(V_0 - Q_\alpha)} \right]^{-1} \simeq \left[ \frac{V_0^2 e^{2K(R_1 - R_Y)}}{16Q_\alpha(V_0 - Q_\alpha)} \right]^{-1} \simeq e^{-2K(R_1 - R_Y)} \quad (4.2)$$

avec  $K \equiv \frac{\sqrt{2m_\alpha(V_0 - Q_\alpha)}}{\hbar}$ . L'approximation des termes de droite de (4.2) provient de  $K(R_1 - R_Y) \simeq \frac{\sqrt{2 \times 4 \times 938 \times (15 - 5)}}{197} \times (45 - 7) \simeq 10 \gg 1$ .

Notons que l'Eq. (4.2) correspond au calcul de transmission à travers une barrière à une dimension, bien que l'on soit parti de l'équation radiale de Schrödinger. En effet, le terme centrifuge de cette équation est nul, par conservation du moment cinétique total, la particule alpha, le noyau père et le noyau fils ayant tous un moment cinétique total nul :  $J_X = J_Y = J_\alpha = \ell = 0$ .

Si l'expression (4.2) permet de comprendre les aspects qualitatifs de la modélisation de la radioactivité  $\alpha$  par effet tunnel (variations d'ordres de grandeur, dues à l'exponentielle), elle ne permet pas une évaluation quantitative apte à décrire et prédire les temps de vie expérimentaux (on obtient par exemple  $P \simeq e^{-100}$  dans le cas de la radioactivité  $\alpha$  du  $^{238}\text{U}$ ). Il est donc nécessaire de considérer la véritable barrière de potentiel Coulombien  $V(r)$  (partie gauche de la figure 4.1).

Dans ce cas, la probabilité de transmission s'écrit :

$$P \simeq e^{-2 \int_{R_Y}^{R_1} K(r) dr} \quad (4.3)$$

avec  $K(r) \equiv \frac{\sqrt{2m_\alpha(V(r)-Q_\alpha)}}{\hbar}$ .

On remarquera la similitude entre les Eq. (4.3) et (4.2) : (4.3) est la généralisation de (4.2), qui prend en compte la dépendance spatiale du potentiel Coulombien  $V(r)$ . Elle correspond à la résolution de l'équation de Schrödinger, dans le cas où  $V(r)$  varie lentement sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde de la particule  $\alpha$  :  $V(R_1+\lambda) \simeq V(R_1)$ , avec  $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_\alpha Q_\alpha}} \simeq 6 \text{ fm} \ll R_1 \simeq 45 \text{ fm}$ . Il s'agit de l'approximation de Brillouin, Kramers, Wentzel (BKW) pour la résolution de l'équation de Schrödinger.

Afin de calculer (4.3), utilisons  $Q_\alpha = V(R_1)$ , et posons  $x \equiv r/R_1$ , ainsi que  $c_1 \equiv \frac{2Z_Y e^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{2m_\alpha}{Q_\alpha}}$ . On obtient :

$$\int_{R_Y}^{R_1} K(r) dr = c_1 \int_{\frac{R_Y}{R_1}}^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx = c_1 \left( -\sqrt{\frac{R_Y}{R_1}} \left( 1 - \frac{R_Y}{R_1} \right) + \text{ArcCos} \sqrt{\frac{R_Y}{R_1}} \right) \quad (4.4)$$

où l'intégration peut se vérifier a posteriori, en dérivant  $\sqrt{x(1-x)} - \text{ArcCos}(\sqrt{x})$ .

Comme  $R_1 \gg R_Y$ , et que pour  $x \rightarrow 0$ ,  $\text{ArcCos} x \simeq \frac{\pi}{2} - x + o(x^2)$ , on obtient finalement

$$\int_{R_Y}^{R_1} K(r) dr \simeq \frac{c_2}{\sqrt{Q_\alpha}} - c_3 \quad (4.5)$$

avec  $c_2 \equiv \frac{e^2 Z_Y \sqrt{2m_\alpha}}{4\pi\epsilon_0 \hbar}$  and  $c_3 \equiv \frac{2e}{\hbar} \sqrt{\frac{m_\alpha R_Y Z_Y}{\pi\epsilon_0}}$ .

$\lambda = nP$  est la probabilité d'émission alpha par seconde, où  $n$  est le nombre d'assauts, par seconde, de la barrière de potentiel par la particule  $\alpha$ . On en déduit la période (demi-vie),  $T_\alpha = \ln 2 / \lambda$ , à l'aide des équations (4.3) et (4.5) :

$$\boxed{\log(T_\alpha) = \frac{a}{\sqrt{Q_\alpha}} + b} \quad (4.6)$$

avec  $a \equiv 2c_2 / \ln 10$  et  $b \equiv \log(\ln 2) - \log(n) - 2c_3 / \ln 10$ .

L'équation (4.6) correspond à la loi de Geiger-Nuttall, qui est bien vérifiée expérimentalement, comme le montre les corrélations linéaires entre  $\log(T_\alpha)$  et  $1/\sqrt{Q_\alpha}$  sur la figure 4.2.

Afin de calculer les périodes radioactives  $T_\alpha$ , il reste à évaluer la valeur du nombre d'assauts par seconde  $n$ . Son ordre de grandeur peut se trouver en considérant que la vitesse de la particule alpha correspond à la taille  $2R_Y$  de la boîte, divisée par le temps  $1/n$  mis pour la parcourir. On en déduit donc, puisque  $T_\alpha \simeq Q_\alpha$  :

$$n \simeq \frac{v_\alpha}{2R_Y} \simeq \sqrt{\frac{2Q_\alpha}{m_\alpha}} \cdot \frac{1}{2R_Y} \simeq \sqrt{\frac{2 \times 5}{4 \times 938}} \times \frac{3 \cdot 10^8}{2 \times 7 \cdot 10^{-15}} \simeq 10^{21} s^{-1} \quad (4.7)$$

Cette valeur est proche de l'inverse du temps caractéristique de l'interaction forte ( $\tau_F \simeq 10^{-23} s$ ), et varie peu d'un noyau à l'autre. Une estimation plus précise donne  $n \simeq 7 \cdot 10^{21} s^{-1}$ , ce qui permet de réaliser l'application numérique de l'équation (4.6) :  $a \simeq 1.72 Z_Y \sqrt{MeV}$  et  $b \simeq -22 - 1.42 A_Y^{1/6} \sqrt{Z_Y}$ . On constate notamment la forte dépendance de  $a$ , en fonction du nombre de protons  $Z_Y$  du noyau fils.

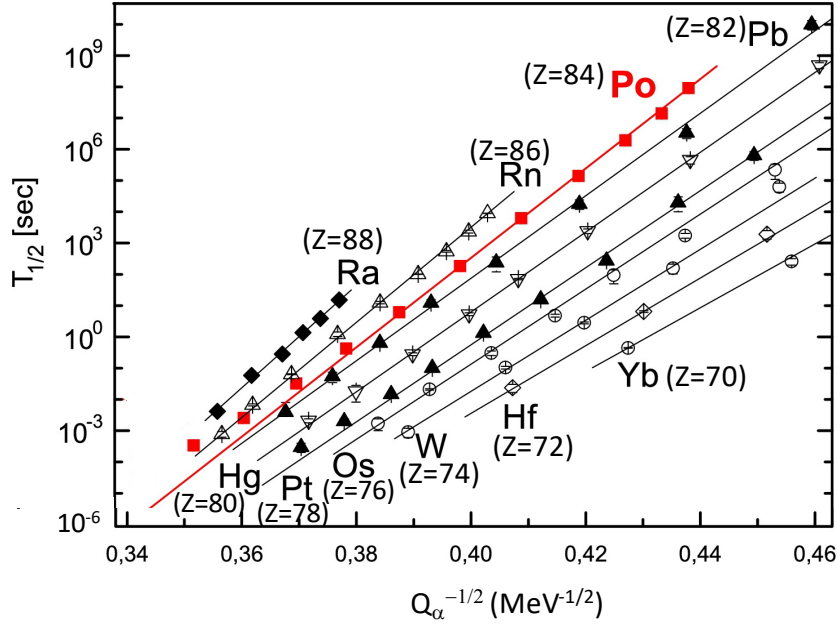
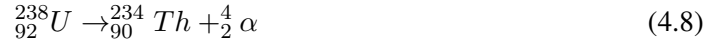


FIGURE 4.2 – Valeurs expérimentales (symboles) des demi-vies de radioactivité alpha, en fonction de  $\sqrt{Q_{\alpha}}$ , pour quelques noyaux ayant  $N < 126$ . Les lignes correspondent à la forme (4.6). Adapté de C. Qi et al, Physics Letters B 734 (2014) 203.

Considérons par exemple la désintégration alpha du  $^{238}\text{U}$ , de période  $T_{\alpha}^{\text{exp}} = 1,4 \cdot 10^{17} \text{ s}$  :



L'équation (4.6) donne  $T_{\alpha} \simeq 3,4 \cdot 10^{17} \text{ s} \simeq T_{\alpha}^{\text{exp}}$ , avec  $Z_Y = 90$ ,  $A_Y = 234$  et  $Q_{\alpha} = -B_U + B_{\text{Th}} + B_{\alpha} \simeq 4,5 \text{ MeV}$  (cf Eq. (1.7)). On pourra vérifier que les équations (4.3) et (4.5) donnent par ailleurs une probabilité de transmission  $P \simeq 10^{-39}$ .