Préparation à l'agrégation de physique - ENS Paris, Sorbonne Université, Université Paris-sud

# Télécommunications - Traitement du signal

#### Références:

Max – Méthodes et techniques de traitement du signal

Duffait – *Expériences d'électronique* (chap.3 et chap.9)

Quaranta – *Dictionnaire de physique expérimentale : électronique (tome III)* (articles "démodulation" et "modulation")

Picinbono – Théorie des signaux et des systèmes

Neffati – Traitement du signal analogique

Manneville & Esquieu – Électronique : systèmes bouclés linéaires, de communication et de filtrage (parties "systèmes bouclés linéaires", chap. 3.3 et "systèmes de communication")

Horowitz – *The arts of electronics* (chap.13)

Malvino – Principes d'électronique

Krob – Électronique expérimentale

Fontolliet – Système de télécommunications

Guillien – *Électronique* (tome 2)

Notice des oscilloscopes et GBF.

# I) Introduction

Le principe des télécommunications est de transporter un message entre une source et un destinataire par le biais d'un canal. Les gammes de fréquence des différents messages sont très diverses : voix humaine (300 à 3000 Hz) pour le téléphone, musique (16 Hz à 20 kHz pour la HiFi), signal de télévision (30 Hz à 6 MHz pour un poste 625 lignes). Quatre types de canaux sont actuellement en utilisation et chacun a des limitations physiques quant aux gammes de fréquences utilisées pour le transport de l'information : les canaux hertziens (plus de 100 kHz), les câbles et lignes diverses (de quelques Hz à quelques GHz), les guides d'ondes et les satellites (de l'ordre du GHz), et les fibres optiques (10<sup>14</sup> Hz).

Un message ne peut pas être envoyé directement sur le canal de transmission car, d'une part, les fréquences des canaux et des messages ne coïncident pas forcément (il faut adapter la fréquence du signal au mode de transmission) et, d'autre part, il s'agit surtout de pouvoir transmettre plusieurs messages sur un même réseau (multiplexage). La modulation qui a pour effet un décalage de fréquence répond à ces 2 exigences. À la réception, il faut effectuer l'opération inverse : la démodulation.

Il existe deux procédés de transmission : numérique et analogique, associés respectivement aux modulations numérique et analogique. Deux types principaux de modulation ont été développés pour la transmission analogique : modulation d'amplitude (AM), et modulation de fréquence (FM). Ils ont été étendus à la transmission numérique. Le terme "numérique" désigne un échantillonnage et un codage du signal analogique en éléments binaires (0 et 1) réalisés avant la transmission. La transmission numérique s'est développée intensément ces dernières années car elle permet entre autres d'augmenter le nombre de canaux disponibles dans une gamme de fréquences et de s'affranchir du bruit lié à la transmission de faibles signaux.

Ce poly est composé de trois parties, inégales en longueur. Dans la partie "Traitement du signal" sont traités divers aspects de la modulation et la démodulation d'amplitude et de fréquence, pour des signaux aussi bien analogiques que numériques. La boucle à verrouillage de phase, dispositif permettant notamment la démodulation de fréquence, se voit consacrée une partie complète du fait de ses propriétés de système bouclé. Dans la partie "Transmission du signal", nous proposons deux expériences autour du câble coaxial et de la fibre optique.

# II) Modulation – Traitement du signal

# 1) [1P] Transformée de Fourier d'un signal

#### Références:

Notice de l'oscilloscope utilisé

Picinbono – Théorie des signaux et des systèmes

Duffait – *Expériences d'électronique* (chap.3)

On étudie le spectre d'un signal sinusoïdal, fourni par un générateur BF, en l'envoyant sur un oscilloscope numérique qui permet de faire une transformée de Fourier. Lire attentivement la notice de l'oscilloscope pour être capable d'obtenir le spectre et de trouver les paramètres du calcul de la transformée de Fourier réalisé par l'oscilloscope. Si celui-ci peut fonctionner en mode analogique ou en mode numérique, il faut préalablement se placer en mode numérique.

Remarque : bien qu'en apparence identiques, les oscilloscopes DSOX2002A sont légèrement différents selon qu'ils soient de la marque Agilent ou KEYSIGHT. Dans le cadre d'une étude fine des



paramètres de l'oscilloscope, les observations semblent plus en accord avec la notice pour les modèles Agilent. Bien entendu, pour des manipulations où les paramètres de la FFT ne sont pas l'objet d'intérêt, il n'y a aucun problème.

## a) Caractérisation de la transformée de Fourier numérique d'un signal

On réalise la FFT d'un signal via Math > Opérateur > FFT.

- Fenêtre d'analyse du signal: le calcul de la transformée est fait sur une durée T finie qui correspond en général à la partie du signal visible sur l'écran de l'oscilloscope (pour les plus vieux oscilloscopes) ou à l'ensemble des points de mesure stockés en mémoire (vérifier néanmoins sur la notice).
- Numérisation du signal : en mode numérique, le signal est échantillonné régulièrement avec un pas  $t_e$ , le temps d'échantillonnage. La fenêtre définie précédemment correspond donc à un nombre N de points tel que  $T = Nt_e$ . Le nombre de points N est généralement une puissance de  $2 (2^{16} = 65536 \text{ typiquement})$ .

On définit aussi la *fréquence d'échantillonnage*  $f_e = 1/t_e$ . Elle est indiquée en haut à droite de l'écran, en Sa/S = Hz.

- Résolution en fréquence du spectre obtenu : deux points du spectre sont séparés par l'intervalle  $\delta f = 1/T = f_e/N$ .
- Bornes en fréquence du spectre obtenu : la borne supérieure du spectre vaut  $f_{max} = \frac{f_e}{2}$ . En toute rigueur, le spectre s'étend de  $-f_{max}$  à  $+f_{max}$ . Le signal de départ étant réel ce spectre est symétrique par rapport à f=0 et on limite souvent son tracé à l'intervalle  $[0,f_{max}]$ . Le spectre est tracé autour d'une fréquence choisie dans Centre, et sur la plage [Centre Plage/2, Centre + Plage/2].
- Fenêtrage: la fenêtre d'analyse du signal ne correspond pas nécessairement à un nombre entier de périodes du signal. La FFT calculée correspond à la transformée de Fourier du signal mesuré pendant T et répété indéfiniment: ce signal peut donc présenter des discontinuités tous les T, provoquant un élargissement des raies. Pour y remédier, le signal est multiplié par une fonction de fenêtrage valant zéro à chaque extrémité de l'enregistrement temporel. Les oscilloscopes numériques disposent généralement d'au moins deux fonctions de fenêtrage, en plus de la fonction "Rectangulaire" qui correspond au signal non modifié: la fonction "Hanning", qui offre une meilleure résolution en fréquence, et la fonction "Som Plat" qui offre une meilleure résolution en amplitude (cf notice de l'oscilloscope).

## Vérifier expérimentalement les points suivants :

- Identifier la fréquence du signal avec un curseur : comparer la mesure avec la valeur donnée par un fréquencemètre.
- Identifier la fréquence maximum  $f_{max}$  du spectre (faire varier la Plage pour l'observer).
- Observer l'effet du fenêtrage : Autre FFT > Fenêtre.
- Résolution en fréquence du spectre : analyser la somme de deux signaux de fréquences voisines. Pour additionner simplement les signaux issus de deux générateurs de tension, on peut réaliser le montage de la figure 1 ou utiliser un montage additionneur déjà réalisé sur plaquette. Les résistances de 1 kΩ sont indispensables (pourquoi?). Observer l'effet de la durée T et du fenêtrage sur la résolution en fréquence.

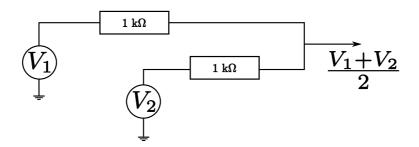


FIG. 1 – Additionneur

# b) Limitations du calcul de transformée de Fourier : théorème de Shannon et repliement de spectre

On a vu plus haut que pour une fréquence d'échantillonnage donnée, la fréquence maximum du spectre est fixée :  $f_{max} = f_e/2$ . Ceci implique qu'on ne peut pas analyser un signal à une fréquence  $f > f_{max}$  (théorème de Shannon). On peut l'illustrer avec les expériences suivantes.

#### Signal sinusoïdal

- Repérer la fréquence d'échantillonnage de l'oscilloscope. En déduire  $f_{max}$ . Choisir  $f_e$  suffisamment faible pour pouvoir atteindre  $f_{max}$  avec le GBF et suffisamment grande pour que l'acquisition soit rapide.
- Observer un signal sinusoïdal de fréquence suffisamment faible pour vérifier le critère de Shannon.
- Sans changer la vitesse de balayage (donc la fréquence d'échantillonnage), augmenter la fréquence du signal. Visualiser ce qui se produit au voisinage de la limite de Shannon : constater que pour f > f<sub>max</sub> on obtient encore un pic sur l'écran mais qu'il est à une fréquence différente de f. On a ce qu'on appelle un repliement du spectre (en anglais "aliasing") : le pic obtenu est symétrique du pic réel par rapport à f<sub>max</sub>. Plus on augmente f, plus la fréquence apparente semble diminuer.
- Passer maintenant à  $f = f_e = 2f_{max}$ , et visualiser ce qui se passe en mode temporel au voisinage de  $2f_{max}$ . Mesurer la fréquence sur l'écran de l'oscilloscope, interpréter.

Ces phénomènes peuvent très facilement s'interpréter en termes de stroboscopie (commencer par faire un dessin correspondant au cas  $f = f_e$  et raisonner cette fois en modifiant la fréquence d'échantillonnage tout en maintenant constante la fréquence du signal).

**Signal riche en harmoniques** Le repliement de spectre peut s'observer facilement avec un signal de fréquence fondamentale  $f_0$  riche en harmoniques : si  $f_e$  n'est pas démesurément grande devant  $f_0$ , les harmoniques de haut rang vont subir de plein fouet l'aliasing lorsqu'on réalise une FFT.

- Observer la FFT d'un signal carré (ou éventuellement triangle) dont la fréquence est choisie de sorte que les fréquences repliées ne se superposent pas aux fréquences originelles.
- Identifier les harmoniques du signal ainsi que les fréquences repliées.

À titre d'exemple, on peut prendre un signal carré de 990 Hz pour une fréquence d'échantillonnage de 100 kéch/s.



## 2) Modulation d'amplitude (AM)

#### Références:

Duffait – Expériences d'électronique (Chap. 9, entre autres)

Neffati – Traitement du signal analogique (Chap. 4)

## a) [1P] Caractéristiques générales d'un signal modulé en amplitude

Dans le cas général, un signal de modulation d'amplitude s'écrit en fonction du temps :

$$s(t) = [A + B\cos(\omega_1 t)] \times \cos(\omega_0 t),$$

où  $\omega_1 = 2\pi f_1$  et  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_1$  étant la fréquence de modulation (typiquement 0,5 kHz) et  $f_0$  celle de la porteuse (typiquement 50 kHz).

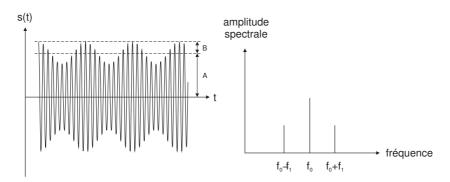


FIG. 2 – Caractéristiques d'un signal modulé en amplitude

L'amplitude du signal varie entre a = A - B et b = A + B. On est amené à définir le *taux de modulation* par

$$m = \frac{b-a}{b+a} = \frac{B}{A}$$

soit B = mA. Le signal s(t) peut s'écrire :

$$s(t) = A\cos(\omega_0 t) + \frac{B}{2}\cos((\omega_0 + \omega_1)t) + \frac{B}{2}\cos((\omega_0 - \omega_1)t) = A\left[\cos(\omega_0 t) + \frac{m}{2}\cos((\omega_0 + \omega_1)t) + \frac{m}{2}\cos((\omega_0 - \omega_1)t)\right].$$

Le spectre en fréquence d'un tel signal comprend donc les fréquences  $f_0$ ,  $f_0 + f_1$  et  $f_0 - f_1$ , mais pas la fréquence  $f_1$ .

Remarque : ne pas confondre modulation et addition  $s_{add}(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\cos(\omega_1 t)$ . La modulation d'amplitude est une opération multiplicative donc non linéaire. Dans l'addition, illustrée sur la figure, l'amplitude est constante et le spectre comprend les fréquences  $f_0$  et  $f_1$ .

## b) [1P] Spectre en fréquence d'un signal modulé en amplitude

Pour observer le spectre en fréquence, il est indispensable d'avoir une modulation à fort taux et de bon rapport signal à bruit. Pour cela on propose de produire un signal modulé en amplitude grâce au multiplieur analogique. En utilisant deux générateurs BF, envoyer deux tensions alternatives à l'entrée



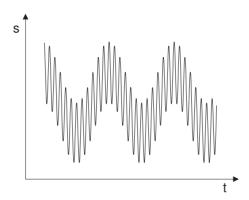


FIG. 3 – Somme de deux signaux sinusoïdaux

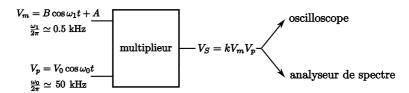


FIG. 4 – Circuit pour la modulation d'amplitude

du multiplieur. Notez que les deux bornes  $V_1^-$  et  $V_2^-$  en entrée du multiplieur doivent être mises à la masse (utiliser des adaptateurs BNC/court-circuit).

En réglant la tension de décalage du GBF 1 pour jouer sur le paramètre A, le taux de modulation peut varier de 0 à l'infini en passant par 1 (100%) :

- si m = 1 (cas où A = B) alors  $s(t) = kA\{\cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2}\cos[(\omega_0 + \omega_1)t] + \frac{1}{2}\cos[(\omega_0 \omega_1)t]\}$  (modulation double bande à porteuse conservée DBPC)
- si  $m = \infty$  (cas où A = 0) alors  $s(t) = k \frac{B}{2} [\cos(\omega_0 + \omega_1)t + \cos(\omega_0 \omega_1)t]$  (modulation double bande à porteuse supprimée DBPS).

#### **Manipulation:**

- Choisir judicieusement le signal de déclenchement permettant une visualisation satisfaisante de l'allure temporelle du signal modulé.
- À partir du signal temporel, remonter au taux de modulation m.
- Étudier le spectre en fréquence de ce signal : comparer les amplitudes des différentes composantes pour différents taux de modulation. Attention, l'échelle utilisée par l'oscilloscope numérique fixe le niveau de référence en dB, avec  $V(\mathrm{dB}) = 20 \log \left[ \frac{V_{\mathrm{eff}} (\mathrm{V})}{1 \, \mathrm{V}} \right]$  et la variation par rapport à ce niveau en dB.
- Remarquer que dans le cas d'un taux infini (on reconnaît une figure de battements), la fréquence centrale disparaît : c'est la modulation sans porteuse. Quels sont les avantages et les inconvénients de ce cas particulier?
- Visualiser le spectre d'un signal modulé par un signal carré ou triangle. Déterminer la largeur du canal nécessaire à la transmission d'un signal présentant un large spectre en fréquence (tel que la voix par exemple).

## c) [1P] Démodulation d'amplitude par détecteur d'enveloppe

On envoie le signal modulé précédent sur une diode suivie d'un circuit RC parallèle pour extraire la modulation. On choisira un produit  $\tau = RC$  compris entre la période de la porteuse et la période de la modulation qu'on souhaite détecter.

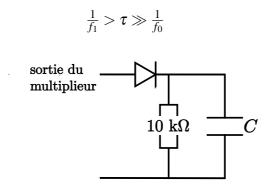


FIG. 5 – Démodulation par détection de crête

#### **Manipulation:**

Visualiser à l'oscillo le signal modulé et le signal démodulé. Enlever le condensateur et observer le rôle de la diode. Remettre le condensateur et faire varier C, observer, puis choisir un bon filtrage. Comparer avec le signal modulant d'origine dans les cas m < 1 et m > 1.

*Remarque*: on observe facilement l'effet de la tension de seuil de la diode. Retrouver sa valeur typique (0,6 V).

Analyser le signal en observant son spectre de Fourier.

#### [AP] Facultatif:

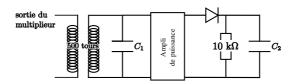


FIG. 6 – Démodulation par détection de crête avec transmission

On illustre le principe de l'émission et de la réception radio. Le signal sortant du multiplicateur est envoyé sur une bobine Leybold (500 tours) qui joue le rôle d'antenne d'émission, et celui d'antenne de réception est joué par une autre bobine Leybold 500 tours. Si on prenait des bobines 1000 tours, on serait gêné par leur résonance propre, qui est de l'ordre de 50 kHz. On prendra garde qu'ainsi on **illustre simplement** le principe d'une transmission de signaux radio, l'ensemble des deux bobines symbolisant une transmission aérienne, mais que c'est un couplage par mutuelle qui entre en jeu ici, et pas du tout une transmission par voie hertzienne (potentiels retardés...)!

Outre la seconde bobine, le circuit récepteur est constitué d'un condensateur accordable  $C_1$ . Le placer à proximité immédiate du circuit émetteur (bobines accolées, sans fer); l'accorder sur la fréquence de la porteuse. Le filtre passe-bande réalisé avec le condensateur  $C_1$  sert à obtenir la réception d'un seul poste d'émission (sélectivité) et à l'accroissement de la tension reçue (résonance) et à diminuer le bruit.

Le signal traverse ensuite un amplificateur de puissance afin d'avoir une amplitude suffisante pour attaquer un redresseur à diode.



## d) [2P] Démodulation d'amplitude synchrone

#### Références:

 ${\bf Duffait}-{\it Exp\'eriences}~d\'e lectronique$ 

B. Le Goff – BUP 771, pages 307-318.

#### **Principe:**

On dispose d'un signal modulé en amplitude ( $f_1$  fréquence modulante,  $f_0$  fréquence porteuse). On désire récupérer l'information véhiculée par la fréquence modulante. Dans ce type de détection, dite synchrone, on multiplie le signal modulé par un signal à la fréquence exacte de la porteuse, d'où l'adjectif synchrone.

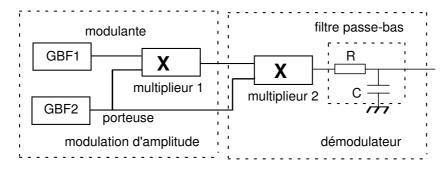


FIG. 7 – Démodulation par détection synchrone

En sortie du multiplieur,

$$u_m(t) = k \times A[1 + m\cos(\omega_1 t)]\cos(\omega_0 t) \times A'\cos(\omega_0 t + \varphi) ,$$

que l'on réécrit

$$u_m(t) = \frac{kAA'}{2} \left[ \cos(\varphi) + m\cos(\varphi)\cos(\omega_1 t) + \cos(2\omega_0 t + \varphi) + \frac{m}{2}\cos((2\omega_0 - \omega_1)t + \varphi) + \frac{m}{2}\cos((2\omega_0 + \omega_1)t + \varphi) \right]$$

À l'aide d'un passe-bas dont la fréquence de coupure est comprise entre  $f_1$  et  $2f_0 - f_1$ , on récupère :

$$u_F(t) = \frac{kAA'}{2}\cos(\varphi)\left[1 + m\cos(\omega_1 t)\right] ,$$

dont la partie alternative est bien proportionnelle au signal modulant!

Deux remarques importantes:

- Le déphasage  $\varphi$  a ici été supposé constant : cela est réalisé expérimentalement en utilisant le signal issu du signal modulant pour réaliser la démodulation (ce qui, en soi, est de la triche). Dans la pratique, il faut fabriquer un signal à la fréquence de la porteuse, dont on *verrouille* la phase : c'est l'objet d'une boucle à verrouillage de phase (cf. plus loin dans ce poly). De plus, on a intérêt à avoir  $\varphi \simeq 0$ .
- Le calcul précédent est valide en toute généralité, quelle que soit la valeur de m: pas de problème pour démoduler un signal de taux de modulation m > 1.

#### **Manipulation:**

- Le premier ensemble (GBF 1, GBF 2, multiplieur 1) réalise la modulation d'amplitude étudiée précédemment.
- Visualiser le signal de sortie global et le comparer au signal modulant. Noter la qualité de la démodulation en fonction de la fréquence de coupure du filtre passe-bas.



 Faire varier le taux de modulation et montrer que le signal restitué est bien conforme au signal modulant.

Pour être plus démonstratif, on peut placer à la sortie de la modulation d'amplitude un démodulateur classique à diode et montrer la différence des comportements, en particulier quand il y a surmodulation (cas où m > 1).

 Changer la forme du signal modulant en signal triangle et carré et observer le signal modulé et le signal démodulé.

## 3) Modulation de fréquence (FM)

#### Références:

Duffait – *Expériences d'électronique* (chap.3 et chap.9)

Quaranta – *Dictionnaire de physique expérimentale : électronique (tome III)* (articles "démodulation" et "modulation")

Neffati – Traitement du signal analogique

Guillien – Électronique (tome 2)

## a) [1P] Introduction

Lors d'une modulation en fréquence, l'onde électromagnétique porteuse voit sa pulsation  $\omega_0 = 2\pi f_0$  modulée de  $\omega_0 - \Delta \omega$  à  $\omega_0 + \Delta \omega$  par un signal de basse fréquence de pulsation  $\Omega = 2\pi F$ :

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \cdot \cos\Omega t = \frac{d\Phi}{dt}$$

où  $\Phi$  est la phase du signal, donc  $\Phi = \omega_0 t + \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cdot \sin \Omega t$ . L'excursion en pulsation  $\Delta \omega$  est en général proportionnelle à l'amplitude du signal basse fréquence et dépend des caractéristiques du modulateur de fréquence. L'équation de l'amplitude de la porteuse est donc :

$$v = a\cos\left(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \cdot \sin\Omega t\right)$$

Dans le cas d'une modulation en fréquence, l'indice de modulation est défini par :

$$eta = rac{\Delta \omega}{\omega_0}$$

#### b) [1P] Réalisation sur un GBF

Les deux types de GBF disponibles à Montrouge permettent de réaliser une modulation de fréquence, mais avec quelques différences. Il est conseillé de s'entraîner sur les deux modèles.

**METRIX GX320** Choisir la fonction MODUL, et la source EXT. Ici on ne choisit pas la fréquence centrale, mais directement les fréquences de départ et d'arrivée (on change en restant appuyé sur FREQ). Le signal modulant est envoyé sur l'entrée VCG IN : amplitude 20 Vpp pour explorer toute la gamme de fréquences choisie précédemment, fréquence < 15 kHz.

Correspondance signal modulant/fréquence de sortie du GBF :  $+10 \text{ V} \rightarrow \text{Freq}_{\text{End}}, -10 \text{ V} \rightarrow \text{Freq}_{\text{End}}, 0 \text{ V} \rightarrow (\text{Freq}_{\text{Start}} + \text{Freq}_{\text{End}})/2$ 



**KEYSIGHT 33500B, AGILENT 33220A et équivalents** On décrit principalement la démarche pour le KEYSIGHT 33500B (le plus moderne et le plus agréable à utiliser), mais c'est la même chose pour les autres, à de légères différences de nom près.

Utiliser l'entrée arrière MODULATION IN. Dans Parameters, choisir la fréquence centrale  $f_0$  et l'amplitude de sortie V.

**Important :** avec ces GBF, il faut, pour une voie donnée, choisir CH output > Output Load > Set to High Z afin que la tension affichée correspond à la tension réellement générée.

Pour la modulation de fréquence : cliquer sur Modulate, choisir Type > FMet Source > External.

L'excursion en fréquence est contrôlée par le paramètre Freq Dev, qui donne l'excursion pour une entrée de +5 V. Autrement dit, pour un signal modulant  $u_m(t)$  sur l'entrée MODULATION IN, la fréquence instantanée du signal de sortie sera :

$$f = f_0 + rac{ ext{FreqDev}}{5 ext{ V}} u_m(t) \equiv f_0 + g u_m(t)$$

où on définit g, "gain" de l'oscillateur contrôlé en tension.

**Manipulation :** Réaliser une modulation de fréquence avec différents signaux modulants (sinusoïde, carré) et observer le signal de sortie à l'oscilloscope.

#### c) [2P] Spectre d'un signal modulé en fréquence

Contrairement à la modulation d'amplitude, le spectre d'un signal modulé en fréquence contient une infinité de raies :

$$v = a \sum_{n = -\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_0 + n\Omega) t$$

avec  $J_n(\beta)$  la fonction de Bessel d'ordre n. La règle de Carson énonce que 98% de l'énergie du signal modulé en fréquence par une sinusoïde se situe dans l'intervalle :

$$\omega_0 - (\Delta\omega + \Omega) \le \omega_0 \le \omega_0 + (\Delta\omega + \Omega)$$

On se propose de vérifier cette règle.

#### **Manipulation:**

Utiliser un GBF modulable en fréquence réglé sur une porteuse de fréquence  $f_0$  de l'ordre de 10 kHz. Le signal basse fréquence (F) sinusoïdal est délivré par un autre GBF et injecté sur l'entrée modulation du premier.

- Mesurer l'excursion en fréquence (et l'indice de modulation  $\beta$ ). Méthode possible : sur l'écran de l'oscilloscope le signal modulé en fréquence forme une sinusoïde dont la période varie de  $T_{min}$  à  $T_{max}$ . À l'aide du mode persistant, en déduire  $f_{min}$  et  $f_{max}$ , puis  $\Delta f = \Delta \omega/2\pi$ .
- Analyser ensuite le spectre du signal modulé en fréquence avec l'oscilloscope numérique et vérifier approximativement la règle de Carson grâce à l'échelle verticale de l'oscilloscope. Pour cela, relever la hauteur A<sub>i</sub> de tous les pics observables en dBV, et convertir en tension efficace au carré (pourquoi s'intéresse-t-on au carré ?) :

$$V_{\rm eff}^2 = 10^{A_i/10} \, {\rm V}$$

Tronquer ensuite la somme à un indice i et repérer la fréquence  $f_i$  pour laquelle le rapport de la somme tronquée avec la somme totale vaut 0,98. Vérifier alors la règle de Carson.

Exemples de cas que l'on peut étudier :



Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
$\Delta f = 1 \text{ kHz}$	$\Delta f = 0.1 \; \mathrm{kHz}$	$\Delta f = 1 \mathrm{\ kHz}$	$\Delta f = 0.1 \; \mathrm{kHz}$
F=1 kHz	$F=1 \mathrm{~kHz}$	F=0,1 kHz	F=0,1 kHz

- Faire varier l'indice de modulation. Lorsque  $\beta$  augmente, on constate que le spectre s'élargit, en accord avec la règle de Carson.
  - Pour  $\beta = 2,4$  la raie associée à la porteuse disparaît (mathématiquement,  $J_0(2,4) = 0$ );
  - Pour  $\beta = 3,8$  les deux premières raies latérales disparaisses (mathématiquement,  $J_1(3,8) =$ 0);
- Choisir à présent un signal triangle, puis carré et observer à nouveau la bande de Carson.

## Ouelques remarques:

L'émission radio FM (100 MHz) : celle-ci est obtenue en modifiant les caractéristiques d'un circuit oscillant par action du signal BF sur une capacité variable (diode varicap) ou sur une self variable (noyau de ferrite saturé); en pratique l'excursion en fréquence est très faible, ce qui la rend inobservable à l'oscilloscope. Ceci nous semble difficilement réalisable dans le cadre de l'agrégation.

Les générateurs de fonctions actuels (wobbulateurs) : ils fonctionnent sur un principe totalement différent:

- un générateur à relaxation produit des signaux triangulaires d'amplitude bien constante mais de fréquence variable.
- ces signaux sont envoyés dans un circuit non linéaire qui les transforme en sinusoïdes.

#### III) Boucle à verrouillage de phase (Phase-Locked Loop, PLL)

#### Références:

## **Duffait** – *Expériences d'électronique* (chap.9)

- J. Esquieu BUP 772, Transmissions numériques
- P. Clerc BUP 868 (2), Système dynamique et plan de phase : étude d'une PLL

Manneville & Esquieu – Électronique : systèmes bouclés linéaires, de communication et de filtrage (parties "systèmes bouclés linéaires", chap. 3.3 et "systèmes de communication")

La boucle à verrouillage de phase (PLL: Phase-Locked Loop) est un système asservi, couramment utilisé pour la démodulation de fréquence aussi bien en analogique qu'en numérique. Elle peut donc avoir sa place dans les montages "Mise en forme, transport et détection de l'information" et "Systèmes bouclés".

En guise d'illustration, on considèrera le dispositif suivant :

- GBF2 fournit une tension sinusoïdale de fréquence  $f_2$  qui peut être modulée sur son entrée VCF (Voltage Controlled Frequency) par GBF1. Dans la suite, on commence par étudier la boucle sans parler de modulation/démodulation, donc ne pas connecter GBF1.

Le reste du dispositif constitue la boucle à proprement parler :

- le comparateur de phase est ici un multiplieur analogique, qui réalise l'opération  $u_m = k_m u_2 u_3$ , où  $k_m \simeq 0,1 \text{ V}^{-1}$  est le gain du multiplieur.
- le filtre passe-bas (ici un RC) élimine les composantes à haute fréquence de  $u_m$ , il a pour fréquence de coupure  $f_F = \frac{1}{2\pi RC}$ .

  - l'oscillateur commandé en tension est ici GBF3, dont la fréquence instantanée de sortie est
- modulée autour de la fréquence centrale  $f_3^0$  par la tension de sortie du filtre :



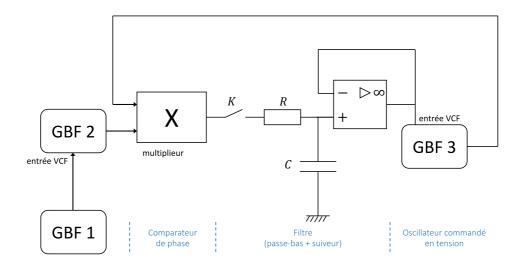


FIG. 8 – Montage pour la boucle à verrouillage de phase

$$f_3 \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_3}{dt} = f_3^0 + gu_F(t)$$

– on place enfin un suiveur de tension<sup>1</sup> entre le filtre et l'entrée "modulation" du GBF3, car son impédance d'entrée n'est pas forcément grande devant R (la notice indique 5  $k\Omega$  pour les KEYSIGHT 33500B).

On dit que la boucle est verrouillée lorsque  $f_3 = f_2$ . La plage de verrouillage est l'intervalle  $\Delta f_v$  de fréquences à l'intérieur de laquelle on peut faire varier  $f_2$ , la boucle restant verrouillée (la boucle "suit" les variations de  $f_2$ ). Partant désormais de la boucle dans un état "non verrouillé", la plage de capture  $\Delta f_c$  est l'intervalle de fréquences d'entrée pour lesquelles GBF3 est capable de se synchroniser sur GBF2. On s'attend logiquement à  $\Delta f_c < \Delta f_v$ .

#### Matériel:

Le choix des différents composants est ici très important; il faut notamment un gain g du GBF3 suffisamment important. On conseille ainsi d'utiliser les GBF les plus modernes (KEYSIGHT 33500B), au moins pour GBF3. Relire si nécessaire la discussion sur la modulation de fréquence avec ces GBF dans la section "Modulation de fréquence (FM)". Pour rappel, on a la relation importante g = FreqDev/5V.

Il est aussi possible d'utiliser de vieux GBF (GX 245), qui ont un gain g fixe et important, mais sont plus délicats à manier. On règle la fréquence centrale  $f_3^0$  puis on active SWEEP EXT et l'entrée à utiliser est VCF IN.

Dans tous les cas, les Metrix GX320 (GBF bleus) sont très fortement déconseillés pour être GBF2 ou GBF3.

On pourra prendre comme valeurs typiques :  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $f_2 \simeq f_3^0 = 10 \text{ kHz}$ .



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Sans ce suiveur de tension, la tension effectivement reçue par l'entrée VCF est inférieure à la tension de sortie du filtre.

## 1) [1P] Principe de fonctionnement

L'objectif est d'asservir la fréquence  $f_3$  à  $f_2$ . Si la fréquence de GBF3 varie, l'ensemble multiplieurfiltre fournit un signal qui ramène cette fréquence à sa valeur initiale. Et inversement si la fréquence fournie par GBF2 varie, la boucle d'asservissement permet à GBF3 de fournir un signal exactement à la nouvelle fréquence  $f_2$ .

Le fonctionnement de la PLL est plutôt compliqué<sup>2</sup>, mais l'important est de comprendre le mécanisme une fois la boucle *verrouillée*. Plaçons-nous donc dans ce cas :  $f_3 = f_2$ . Alors  $u_2(t) = V_2 \cos(\omega_2 t)$  et  $u_3(t) = V_3 \cos(\omega_2 t + \phi)$  sont les tensions données par GBF2 et GBF3. La sortie du multiplieur fournit la tension :

$$u_m(t) = k_m V_2 \cos(\omega_2 t) \cdot V_3 \cos(\omega_2 t + \phi) = \frac{1}{2} k_m V_2 V_3 \left[ \cos(\phi) + \cos(2\omega_2 t + \phi) \right]$$

Le filtre passe-bas est choisi de façon à ce que  $f_F \ll f_2$ , il ne garde donc que la composante continue :

$$u_F(t) = \frac{1}{2} k_m V_2 V_3 \cos(\phi)$$

D'où la fréquence de sortie de GBF3,

$$f_3 = f_3^0 + gu_F(t) = f_3^0 + \frac{1}{2}gk_mV_2V_3\cos(\phi)$$

qui doit être égale à  $f_2$ . Les limites  $\cos(\phi) = \pm 1$  fixent ainsi la plage de verrouillage de la boucle, la fréquence centrale  $f_3^0$  étant fixée initialement par l'utilisateur :

$$f_2^{\min} = f_3^0 - \frac{1}{2}gk_mV_2V_3$$
,  $f_2^{\max} = f_3^0 + \frac{1}{2}gk_mV_2V_3$ 

d'où

$$\Delta f_{\nu} = f_2^{\text{max}} - f_2^{\text{min}} = gk_m V_2 V_3$$

Concernant la plage de capture, on peut proposer l'argument simple suivant : la boucle va accrocher si la composante basse fréquence de  $u_m(t)$  est dans la bande-passante du filtre. Or dans le cas d'une boucle non verrouillée, cette composante est à la fréquence  $f_2 - f_3^0$ . On s'attend donc à  $\Delta f_c \sim f_F$ , mais on peut citer le résultat valable pour  $\Delta f_v \gg f_F$  (cf. Duffait, Expériences d'électronique p235):

$$\Delta f_c = \sqrt{2 \cdot \Delta f_v \cdot f_F}$$

# 2) [1P] Étude de la boucle de verrouillage

Afin d'étudier uniquement le système bouclé "PLL", ne pas connecter GBF1 pour le moment.

Il y a trois signaux à visualiser dans cette étude : les deux sorties des GBF 2 et 3 ainsi que la tension de sortie du filtre  $u_F$ . Pour faire toutes les observations qui suivent de façon simple, on pourra utiliser les 2 oscilloscopes de la façon suivante :

- Oscillo 1 : Brancher sur CH1 la sortie  $u_2(t)$  du GBF2, et sur CH2 la sortie  $u_3(t)$  du GBF 3 ;
- Oscillo 2 : Visualiser la sortie du filtre  $(u_F)$ .



<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Pour un descriptif théorique plus complet de la PLL, consulter notamment les BUPs donnés en référence (772 et 868).

## [1P] Premières manipulations

- Fixer les fréquences de GBF2  $(f_2)$  et de GBF3  $(f_3^0)$  à deux valeurs très voisines. Visualiser les sorties des GBF avec K ouvert : la synchronisation des deux est impossible.

Fermer K : les deux signaux sont maintenant à la même fréquence. Si ce n'est pas le cas, approcher  $f_2$  de  $f_3^0$  ou agrandir la plage de capture en agissant par exemple sur les amplitudes  $V_2$  et  $V_3$ .

Mettre en évidence l'asservissement et notamment les caractéristiques suivantes :

- faire varier  $f_2$ : constater que  $f_3$  suit  $f_2$ ;
- corrélativement,  $u_2$  et  $u_3$  sont déphasées entre 0 et  $\pi$ , avec comme cas particulier  $\phi = \pi/2$  quand  $f_2 = f_3^0$ ;
- noter l'évolution de  $u_F$  (tension de sortie du filtre) avec le déphasage;
- montrer que le décrochage de l'asservissement a lieu quand le déphasage  $\phi$  arrive aux valeurs extrêmes 0 et  $\pi$  (plage de verrouillage);
- vérifier que la plage de verrouillage de l'asservissement est plus large que la plage de capture ;
- jouer sur les paramètres  $V_2$ ,  $V_3$  (amplitudes des GBF) et g (en modifiant Freq Dev), observer les variations des plages;
- facultatif: modifier R ou C; en vertu des formules donnant  $\Delta f_c$  et  $\Delta f_v$ , la plage de capture est modifiée mais pas celle de verrouillage.

#### [2P] Observation en wobbulation

Une manière élégante et didactique d'observer les plages de capture et de verrouillage est de réaliser un balayage automatique en fréquence de  $f_2$  (wobbulation). Si GBF2 est un KEYSIGHT 33500B, une bonne solution est de choisir sur la voie 1 Modulate > Source > Channel 2. Sur la deuxième voie de GBF2, on fabrique le signal wobbulant comme une rampe d'amplitude 10 Vpp, fréquence de quelques dizaines de mHz et de Symmetry 50%. Avec ces paramètres, le choix de Freq Dev sur la voie 1 détermine l'excursion en fréquence de  $f_2$ .

- Sur l'Oscillo 2, observer en X le signal de la voie 2 de GBF2 (ou bien la rampe de wobbulation que l'on peut obtenir directement sur d'autres GBF), et en Y la tension de sortie du filtre. En mettant de la persistance, observer les plages de verrouillage et de capture. Regarder en parallèle l'évolution du déphasage  $\phi$  entre les deux signaux sur l'Oscillo 1.
- Vérifier les différentes observations précédentes (dépendance en les paramètres notamment) dans ce mode de visualisation.

#### c) [1P] Manipulations quantitatives

Dans le cadre d'un montage, on peut proposer quelques manipulations quantitatives autour de la PLL:

- plage de verrouillage  $\Delta f_v$  en fonction de g ou de  $V_3$ ;
- plage de capture (moins conseillé que l'étude de la plage de verrouillage car relation moins claire donnant  $\Delta f_c$ ) en fonction de  $\Delta f_v$  ou  $f_F$ ;
- relation entre  $u_F$  et  $\phi$ . À noter que ce déphasage s'observe très joliment en passant en mode XY sur l'Oscillo 1.

#### Remarques et conseils

2 janvier 2022 Préparation à l'agrégation ENS-MONTROUGE

- Lorsqu'on parle de plage de verrouillage ou de capture, il faut regarder les limites de  $f_2$  pour  $f_3^0$  fixée : étant donnée une PLL, on varie le signal d'entrée pour trouver les caractéristiques de cette boucle.
- Pour déterminer une plage, il faut aller **doucement**. Il faut notamment, lorsqu'on approche de  $\phi = 0$  ou  $\pi$ , faire des pas de plus en plus petits en fréquence.
- Si on oublie de mettre le suiveur en tension, la plage de verrouillage est réduite et les relations cidessus doivent être modifiées pour tenir compte de l'impédance d'entrée de l'entrée Modulation de GBF3.
- Pour être quantitatif, ne pas hésiter à re-mesurer le gain du multiplieur  $k_m$ .

## 3) [1P] Application à la démodulation de fréquence

La tension de sortie du filtre est proportionnelle à la différence des fréquences  $f_2$  (imposée par GBF2) et  $f_3^0$  (que devrait fournir GBF3 sans l'asservissement), puisque par définition de la modulation de fréquence de GBF3,

$$u_F(t) = \frac{f_3 - f_3^0}{g} = \frac{f_2 - f_3^0}{g}$$

si la boucle est verrouillée. On réalise ainsi une transformation fréquence-tension, donc une démodulation de fréquence!

Désormais,  $f_2(t) = f_p + \Delta f \cos(2\pi f_1 t)$  (modulation de fréquence). Si la fréquence ne varie pas trop vite, la boucle peut rester verrouillée à chaque instant. Alors la PLL réalise une démodulation de fréquence via (on prend  $f_p = f_3^0$  pour simplifier):

$$u_F(t) = \frac{\Delta f}{g} \cos(2\pi f_1 t)$$

#### **Manipulation:**

– Connecter GBF1 à l'entrée modulation de fréquence de GBF2. La fréquence  $f_1$  doit être faible par rapport à  $f_F$  et l'excursion en fréquence  $\Delta f$  faible devant  $\Delta f_v$  (cf. Duffait p236). La sortie de GBF2 est donc maintenant une tension modulée en fréquence.

Si la boucle ne fonctionne pas bien, réduire la fréquence  $f_1$ . Plus celle-ci est grande plus le fonctionnement s'écarte de la description donnée plus haut (cf. BUP 868 cahier 2).

- Comparer à l'oscilloscope la tension donnée par GBF1 et la sortie du filtre. Noter les distorsions et les décrochages en jouant sur les amplitudes des trois GBF et la fréquence de coupure du filtre, et aussi sur la forme du signal (carré, triangle). Pour ces signaux en particulier, la fréquence de coupure du filtre  $f_F$  est très importante.

**Démodulation d'un signal numérique** Si le signal de GBF1 est un carré symétrique (composante continue nulle),  $f_2$  prend deux valeurs différentes. Une de ces fréquences peut être l'image d'un "1" logique et l'autre d'un "0". Un signal numérisé se traduit donc par une succession de trains de sinusoïdes de deux fréquences différentes. C'est donc une modulation de fréquence (Frequency Shift Keying) par une tension qui n'est jamais nulle (Non Remise à Zéro) d'où le nom N.R.Z.-F.S.K donné à ce signal, utilisé en particulier dans les transmissions par MODEM.

La sortie du filtre reproduit en principe un signal carré similaire au signal carré de GBF1. Montrer, en agissant sur les amplitudes de GBF2 et GBF3 et la constante de temps RC, que ce signal est plus



ou moins déformé. En conclure que la vitesse de transmission d'une information est limitée par ce dispositif.

Pour plus de détails sur la démodulation d'un signal numérique, consulter le *Duffait* p 238 et suivantes.

# IV) Transmission d'un signal

## 1) [2P] Atténuation dans un câble coaxial

Différents aspects de la propagation d'un signal dans un câble coaxial ont déjà été étudiés dans le *TP Ondes II*. Par exemple, l'étude de la déformation d'un pulse se propageant dans un câble coaxial, la mesure de l'impédance caractéristique, de la vitesse de propagation... peuvent avoir leur place dans un montage ayant pour thème la transmission d'un signal. Nous proposons ici la mesure du coefficient d'atténuation d'un câble coaxial en fonction de sa longueur et de la fréquence du signal.

On peut envisager plusieurs méthodes :

- envoyer un pulse dans le câble en extrémité ouverte, comparer l'amplitude du pulse d'entrée et du pulse réfléchi (attention, la distance parcourue est  $2 \times L$ ), cf. *TP Ondes II*;
- envoyer un signal sinusoïdal de fréquence supérieure à 10 MHz (sinon l'atténuation est trop faible pour être précisément mesurable). L'autre extrémité du câble est connectée à un oscilloscope dont l'entrée commutable est accordée sur 50 Ω (par exemple l'oscilloscope TDS 3014)<sup>3</sup>. Les mesures de tensions sont effectuées à l'oscilloscope car la bande passante des multimètres est généralement inférieure à 400 kHz.

Évaluer les pertes linéiques en utilisant des câbles de différentes longueurs. L'unité usuelle d'expression des pertes est le dB/100m.

Comment varient ces pertes avec la fréquence du signal?

# 2) [AP] Transport d'un signal audio par fibre optique

#### Références:

P.G. Fontolliet - Systèmes de télécommunications

E. Rosencher – Optoélectronique

N 602

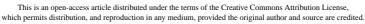
On utilise le boîtier diode laser. La diode laser peut être modulée en courant en appliquant à l'entrée modulation située à l'arrière de l'appareil une tension variable. Il faut tenir compte de la conversion courant-tension (4mA/V) pour ne pas risquer d'endommager la diode (ne pas appliquer un courant négatif et ne pas dépasser le courant maximal toléré).

Dans un premier temps, on ne module pas le courant injecté dans la diode. Régler l'injection dans la fibre pour maximiser la puissance transmise : on peut pour cela s'aider d'une photodiode. Puis on envoie un signal provenant d'un générateur BF ou, mieux, d'un radiocassette. Limiter l'amplitude de la modulation pour éviter la saturation de l'électronique.

Le signal reçu par la photodiode peut être observé à l'oscilloscope ou envoyé sur un haut-parleur par l'intermédiaire d'un ampli de puissance.

Remarques:

 $<sup>^3</sup>$ Il est a priori possible aussi d'effectuer la mesure en connectant le câble à une résistance de 50  $\Omega$  dont on mesure la tension aux bornes via l'entrée 1 M $\Omega$  d'un oscilloscope.





- cette expérience est aussi possible avec des ondes centimétriques, seule la fréquence de la porteuse change (10<sup>14</sup> Hz dans un cas contre 10<sup>9</sup> Hz dans l'autre).
- ici, on réalise sans trop s'en rendre compte une modulation/démodulation d'amplitude. En effet,
   la porteuse est à une fréquence optique et est moyennée automatiquement en intensité dans la photodiode.