## Physique du solide et des semiconducteurs - 2

## 1 Densités de porteurs dans les semi-conducteurs

On cherchera dans cette partie à déterminer les concentrations de porteurs dans les bandes de conduction (électrons) et de valence (trous ou lacunes d'électrons) d'un matériau semiconducteur. Dans un deuxième temps, on considérera l'effet d'un dopage de sites donneurs d'électrons sur la densité de porteurs. On suppose que le matériau possède une bande de valence et une bande de conduction au profil parabolique (cf Fig. 1):

$$\epsilon_c(k) = \epsilon_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$$
 et  $\epsilon_v(k) = \epsilon_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}$ 

## Figure 28.12

Level density for a semiconductor containing both donor and acceptor impurities. The donor levels  $\mathcal{E}_d$  are generally close to the bottom of the conduction band,  $\mathcal{E}_c$  compared with  $E_g$ , and the acceptor levels,  $\mathcal{E}_a$ , are generally close to the top of the valence band,  $\mathcal{E}_c$ .

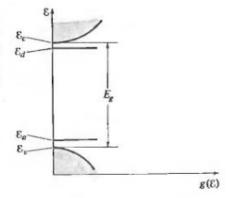


FIGURE 1 – Densité d'états typique d'un semiconducteur contenant des sites d'impuretés donneurs et accepteurs (d'après Ashcroft et Mermin).

Semiconducteurs intrinsèques.

- 1. Donner l'ordre de grandeur des gaps du Germanium ou du Silicium.
- 2. Donner l'expression du nombre  $N_c$  d'électrons par unité de volume dans la bande de conduction ainsi que le nombre  $P_v$  de trous dans la bande de valence en fonction de la température et du potentiel chimique.
- 3. Calculer la densité d'états dans chaque bande.
- 4. On suppose que  $\epsilon_c \mu \gg k_b T$  et  $\mu \epsilon_v \gg k_B T$ . Calculer alors explicitement  $N_c$  et  $P_v$  (on rappelle que  $\Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2$ ). On pose  $n_i^2 = N_c.P_v$ . Exprimer  $n_i$ ,  $N_c$  et  $P_v$  en fonction de la température seulement
- 5. En déduire la valeur du potentiel chimique  $\mu_i$  en fonction de la température. Discuter la validité des approximations faites précédemment.

Semiconducteurs dopés.

Il est difficile en pratique d'observer le régime intrinsèque de conduction des semiconducteurs car ceux-ci sont généralement dopés (volontairement ou pas) par des impuretés. On considère que le semiconducteur contient  $N_d$  impuretés donneuses par unité de volume. À température nulle, chaque site donneur d'énergie  $\epsilon_d$  est occupé par un électron. À plus haute température, ces sites peuvent s'ioniser et ainsi fournir des porteurs additionnels dans la bande de conduction. On pourra par exemple considérer l'exemple d'impuretés d'Arsenic dans le Germanium dont l'énergie  $\epsilon_d$  des sites donneurs est située à  $\approx 0.013$  eV de la bande de conduction du Germanium.

- 6. Calculer la fonction de partition grand canonique du système des électrons liés aux  $N_d$  impuretés sachant que chaque site peut contenir 0 ou 1 électron dans deux états de spin.
- 7. En déduire le nombre de sites  $n_d$  occupés en fonction de la température et du potentiel chimique puis relier  $N_c$ ,  $P_v$ ,  $N_d$  et  $n_d$ .
- 8. On suppose que la température est telle qu'un grand nombre de sites donneurs soient ionisés. Dans ce cas, on a  $\epsilon_d \mu >> k_B T$ . En déduire alors l'expression de  $N_c$  et  $P_v$  en fonction de  $N_d$  et  $n_i$ . En déduire l'existence de deux régimes de dopage en fonction de la densité d'impuretés.
- 9. Calculer avec cette hypothèse, le potentiel chimique en fonction de  $N_d$ ,  $n_i$  et  $\mu_i$  et discuter la validité des approximations.

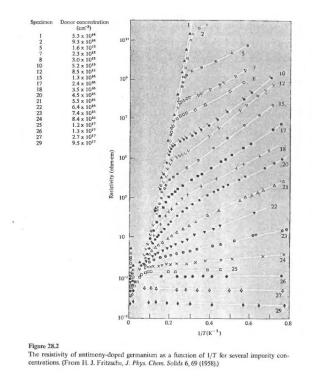


FIGURE 2 – Résistivité du Ge dopé Sb en fonction de 1/T (d'après Ashcroft et Mermin).

- 10. Commenter les données expérimentales de la figure 2.
- 11. Quand le matériau comprend en outre  $N_a$  sites par unité de volume accepteur d'électrons, généraliser les résultats précédents dans un régime simple.

## 2 Jonction p-n

On considère une jonction p-n idéalisée, avec un matériau semiconducteur dopé p dans la région x < 0  $(N_a(x) = N_a \text{ et } N_d(x) = 0)$  et un matériau dopé n dans les x > 0  $(N_a(x) = 0 \text{ et } N_d(x) = N_d)$ , cf Fig. 3. On supposera atteint l'équilibre thermodynamique local ainsi que le régime extrinsèque où l'on peut négliger les densités intrinsèques de porteurs.

1. Justifier l'existence d'un champ électrique au niveau de la jonction à l'équilibre. Ce champ est associé à une variation du potentiel électrostatique que l'on note  $\phi$ . L'énergie des niveaux électroniques est alors décalée de  $-e\phi(x)$  et sa variation typique est représentée sur la figure 3.

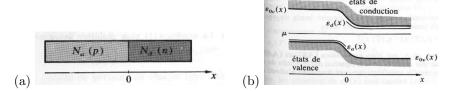


FIGURE 3 – (a) Principe de la jonction p-n. Du côté x < 0, le semi-conducteur est de type p : il contient  $N_a$  impuretés accepteuses par unité de volume. Du côté x > 0, il est de type n et contient  $N_d$  impuretés donneuses par unité de volume. (b) Niveaux électroniques en fonction de la position (d'après Diu  $et \ al$ ).

- 2. Donner la densité de porteurs libres, électrons et trous, en fonction de  $\phi(x)$  et du potentiel chimique  $\mu$ , puis en fonction de  $\phi(x)$ , des concentrations en impuretés  $N_d$  et  $N_a$  et du potentiel loin de la jonction  $\phi(+\infty)$  et  $\phi(-\infty)$ . En déduire la différence de potentiel entre les deux bornes de la jonction  $\phi(+\infty) \phi(-\infty)$ .
- 3. Donner l'équation satisfaite par le potentiel électrostatique en fonction des différentes densités de charges présentes dans le système.

L'équation obtenue est fortement non-linéaire et nous allons calculer explicitement sa solution dans le cadre d'une résolution approchée. Les inhomogénéités de charge sont modélisées par une double couche au niveau de la jonction, cf Fig. 4. Pour  $x < -d_p$ , on suppose que les variations du potentiel sont négligeables et on considère  $\phi(x) \simeq \phi(-\infty)$  et de façon similaire,  $\phi(x) \simeq \phi(+\infty)$  pour  $x > d_n$ . Dans les deux doubles couches, on considère à l'inverse que les charges libres ont été repoussées dans les autres régions et sont donc en quantités négligeables.

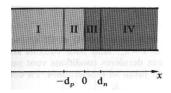


FIGURE 4 – La jonction p-n et les quatre régions où l'on peut résoudre de façon approchée l'équation de Poisson. Les régions I et IV sont pratiquement homogènes et localement neutres. La douche couche s'étend entre  $-d_p$  et  $+d_n$ : la région II est chargée négativement, la région III, positivement (d'après Diu  $et\ al$ ).

- 4. Avec les hypothèses faites, écrire les différentes concentrations de charges dans les différentes régions de la jonction, ainsi que les équations de Poisson associées.
- 5. Justifier la continuité du potentiel électrostatique et de sa dérivée puis donner la solution pour  $\phi$  dans les différentes zones d'espace. En déduire les épaisseurs des doubles couches en fonction des concentrations en impuretés  $N_a$  et  $N_d$ .

On cherche à calculer la caractéristique de la jonction. On applique une tension V aux bornes de la jonction. On suppose que les électrons qui passent de la région p à la région n, qui descendent une barrière de potentiel, sont décrits par un courant  $J_{p\to n}^{(e)}$  indépendant de la tension V, de même que le courant de trous  $J_{n\to p}^{(t)}$ . On suppose que le courant d'électrons  $J_{n\to p}^{(e)}$  est proportionnel au poids de Boltzmann de la barrière électrostatique qu'ils ont à franchir.

- 6. Donner le courant  $J_{n\to p}^{(e)}$  en fonction de V et de  $J_{p\to n}^{(e)}$
- 7. En déduire le courant total dans la jonction en fonction de V, e et  $k_BT$ .