
Ondes II

- R. Journeaux *Électricité, électronique, optique* (De Boeck, 1997)
- R. P. Feynman *Cours de physique* volume 2 (chapitre 24)
- J. D. Jackson *Électrodynamique Classique* (Dunod, 2000)
- P. Lorrain, D. R. Corson *Champs et ondes électromagnétiques* (Armand Colin, 1979)
- P. Combes *Ondes métriques et centimétriques* (Dunod, 1993)
- F. Gardiol *Hyperfréquences* (Presses polytechniques romandes, 1990)
- E. Guyon, J.-P. Hulin, L. Petit *Hydrodynamique physique* (InterEditions, 1991)

Ce polycopié de TP a été réécrit pour l'année 2019-2020. Vous êtes donc les premiers relecteurs attentifs et, si vous trouvez des erreurs (simple faute d'orthographe ou erreur de protocole) je vous invite à les signaler par mail (jules.fillette@ens.fr) ou m'en parler directement. Toute autre remarque ou suggestion est aussi la bienvenue et n'hésitez pas à me transmettre aussi vos plus belles courbes et images pour servir de modèle aux prochaines générations ! Bon travail :)

Les expériences proposées dans ce polycopié pourront vous être utiles entre autres pour la préparation des montages 2 (Surfaces et Interfaces), 3 (Dynamique des fluides), 14 (Polarisation des ondes électromagnétiques), 29 (Ondes : propagation et conditions aux limites), 30 (Acoustique) et 31 (Résonance). En particulier, le guide d'ondes centimétriques permet d'observer la polarisation d'une onde électromagnétique en dehors du spectre visible. Aussi, vous ne devez pas négliger son intérêt théorique. Ce TP est en effet l'occasion de s'approprier par l'expérience les notions de dispersion, d'impédance, d'ondes progressives et stationnaires.

I) Ondes à la surface de l'eau

Lorsque la surface libre d'un liquide est perturbée, deux mécanismes physiques exercent un rappel vers l'horizontalité : la gravité, dont l'effet est caractérisé par la masse volumique du fluide ρ et g l'accélération de la pesanteur ; et la capillarité caractérisée par la tension de surface γ . Pour des ondes de faible amplitude les équations et conditions aux limites peuvent être linéarisées et le calcul mène à la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = \tanh(kh) \left[gk + \frac{\gamma}{\rho} k^3 \right].$$

Deux cas limites apparaissent alors : pour les petites longueurs d'onde (k grand) le mécanisme de rappel dominant est la tension superficielle, alors que c'est la gravité qui domine quand la longueur d'onde est grande (k petit). On parlera respectivement d'ondes capillaires ou de gravité. L'échelle de longueur qui détermine le passage d'un régime à l'autre est la longueur capillaire $\sqrt{\gamma/\rho g}$. Elle est de l'ordre de quelques millimètres pour l'eau.

Pour réviser la théorie associée aux ondes de surface, vous pouvez utiliser avantageusement les références suivantes : l'ouvrage *Hydrodynamique physique*, E. Guyon, J.-P. Hulin, L. Petit ou, en ligne, le cours de M. Rabaud.

1) [1P] Mesure de la relation de dispersion

Ce système est un des rares systèmes physiques disponibles à la collection permettant de générer des ondes dispersives et d'en mesurer la fréquence et la longueur d'onde. De ce fait, on devrait être en mesure de retrouver expérimentalement la relation de dispersion des ondes à la surface de l'eau précédemment rappelée. La notice de la cuve à onde (N614), est [<https://agreg.phys.ens.fr/notices/N0614.pdf>] disponible en ligne].

Si g et ρ ne sont pas susceptible de varier au cours de l'expérience il n'en est pas de même pour γ qui peut être largement diminuée par la présence de graisses ou de surfactants dans la cuve. Ainsi, avant toute chose, vous devrez prendre soin de **nettoyer soigneusement la cuve à onde** à l'éthanol pour la dégraisser, à la laisser correctement sécher, et à utiliser de l'eau distillée dont la tension de surface est celle de l'eau pure : $\gamma \approx 70 \text{ mN/m}$ (à 20 degrés Celsius).

Vous pouvez dès lors préparer votre expérience :

- Remplir la cuve d'eau distillée sur une hauteur h de l'ordre du centimètre.
- Brancher, dans un premier temps, un unique point source à l'embout de la soufflerie via le tube en caoutchouc adapté. L'embout s'accroche au rail sur le côté de la cuve.
- Relier la fiche pour câble coax du générateur d'onde (ENSP4233) à un appareil permettant de mesurer la fréquence du signal, typiquement un oscilloscope. Celui-ci affichera la fréquence du jet d'air.

La déroulé de l'expérience est finalement le suivant : vous générez un flux d'air alternatif qui engendre des ondes **propagatives** à la surface de l'eau. Leur fréquence est mesurée à l'oscilloscope, et la longueur d'onde se mesure sur l'écran blanc face à la cuve en immobilisant l'image grâce au stroboscope. Attention à choisir judicieusement la méthode de mesure de la longueur d'onde, et à prendre garde au grossissement entre la taille réelle et la taille sur l'écran ! Estimer soigneusement les incertitudes et en déduire k et ω .

L'interprétation consiste à tracer les points expérimentaux ω en fonction de k puis, par un ajustement, à vérifier la relation de dispersion théorique et déterminer la tension de surface γ de l'eau. Vous pourrez réfléchir avantageusement à tracer un graphe différent pour simplifier l'ajustement, et à l'utilité, dans les conditions de l'expérience, du terme $\tanh(kh)$ dans l'expression de la relation de dispersion.

Pour finir cette manip vous pouvez régler le stroboscope afin d'avoir une image parfaitement fixe, puis ajouter quelques gouttes de surfactants (typiquement du savon ou du liquide vaisselle). Vous observez le motif bouger, signe que la relation de dispersion a changé. Vous avez mis en évidence l'influence de la tension de surface sur la relation de dispersion.

2) [2P] Mise en évidence de phénomènes ondulatoires analogues à ceux de l'optique

Vous pouvez utiliser la cuve à ondes pour observer :

- Des ondes stationnaires en disposant deux points sources à la surface de l'eau. Étudier l'influence de la distance entre les deux sources. Vous pouvez aussi placer simplement la source unique face à une paroi de réflexion et jouer sur la distance.
- Des interférences en utilisant les réseaux de fentes de différents pas et différentes largeurs.
- De la diffraction en faisant passer les ondes par la fente unique de grande taille.
- Enfin, réfléchir au fait que l'analogie de la lentille optique dans le cas de la cuve à onde est simplement un objet plat posé sur le fond. En effet, la vitesse phase dépendant de la hauteur d'eau elle est modifiée par un tel obstacle de la même manière qu'elle change lors du passage du rayon lumineux dans une lentille en verre ($n = c/v_\phi$). Regarder l'influence, sur votre système d'ondes, du prisme et des lentilles convergente ou divergente.

Remarque : pour que ce dernier point fonctionne il faut que les objets ajoutés soient couverts d'eau, mais pas trop. Quantitativement, il faut que le niveau d'eau avec objet soit **inférieur au millimètre**. De plus, les ondes ne doivent pas pouvoir éviter l'objet : il faut les y contraindre en plaçant la barrière en métal percée à la dimension des objets.

II) [1P] Mesure de l'effet Doppler en acoustique

On cherche à mettre en évidence l'effet Doppler. Pour cela, on utilise deux transducteurs piezo-électriques monté sur un banc à défilement : l'un est fixe et l'autre monté sur le support mobile du

banc et se déplace, à vitesse constante, vers l'avant ou l'arrière. Régler la hauteur des transducteurs et adapter la fréquence d'excitation de sorte à avoir le signal le plus fort possible. Celle-ci doit se trouver autour de $f_{em} = 40$ kHz mais elle peut varier de quelques centaines de Hertz. Lorsqu'on met en route la table traçante la fréquence f_{rec} reçue par le transducteur mobile varie selon (le récepteur s'éloignant de l'émetteur) :

$$f_{rec} = \left(1 - \frac{v_{rec}}{c}\right) f_{em}$$

Étant donnée la faible vitesse de défilement (à mesurer avec précision), la différence de fréquences atteignable $\Delta f = f_{em} - f_{rec}$ est de l'ordre du hertz de sorte qu'une mesure directe de la fréquence ne sera pas assez précise pour distinguer f_{em} de f_{rec} . On propose alors de réaliser une **détection synchrone** : l'idée est de multiplier le signal reçu de fréquence f_{rec} par le signal émis de fréquence f_{em} à l'aide d'un multiplieur. On obtient alors un signal modulé dont une décomposition en série de Fourier permet de se convaincre qu'il contient deux fréquences : $f_{rec} + f_{em} \approx 2f_{em}$ et Δf qui ont des ordres de grandeur très différents. Un filtrage passe-bas effectué par un filtre RC en sortie du multiplieur permet de ne récupérer que le signal basse fréquence Δf qui nous intéresse et dont on peut mesurer la fréquence précisément.

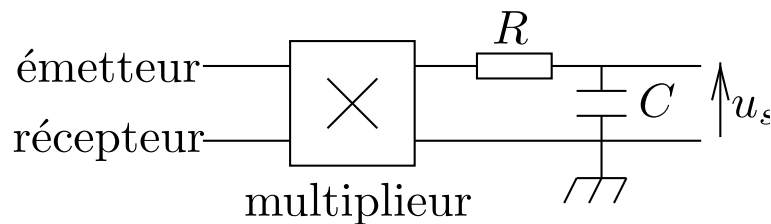


FIG. 1 – Expérience sur l'effet Doppler

Vous pouvez enfin confronter votre mesure de fréquence et sa précision à la valeur prévue par la formule théorique précédente à condition d'avoir rigoureusement mesuré la vitesse de défilement du banc.

III) Ondes électromagnétiques dans un câble coaxial

Référence :

- R. Journeaux *Électricité, électronique, optique*
- R. P. Feynman *Cours de physique* volume 2 (chapitre 24)

L'objet de cette partie est d'étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans un câble coaxial. La vitesse de propagation de ces ondes et la résolution temporelle limitée des oscilloscopes justifient de prendre un câble le plus long possible. On dispose à la collection de câbles de longueur 80 ou 100 mètres. De plus, cela permet, malgré des capacité et inductance linéiques faibles, d'atteindre des capacité et inductance totales raisonnablement mesurables.

1) [1P] Caractéristiques d'un câble coaxial

La mesure des caractéristiques d'un tel câble peut se faire grâce à un appareil spécifique, le LCR-mètre. Son utilisation demande de bien comprendre les phénomènes en jeu et de prendre quelques

précautions. Vous constaterez par l'expérience que tout écart à son utilisation optimale peut mener à des valeurs de L ou C tout à fait aberrantes. Les réglages spécifiés ci-après sont justifiés qualitativement et quantitativement en annexe.

a) Capacité linéique

La mesure de la capacité s'effectue au LCR-mètre :

- En circuit ouvert (une extrémité du câble libre, l'autre reliée au LCR-mètre).
- A la fréquence la plus basse permise et/ou à la fréquence de travail.

b) Inductance linéique

La mesure d'inductance s'effectue au LCR-mètre :

- En court-circuit (relier l'âme et la gaine du câble à l'extrémité non branchée au LCR-mètre).
- A la fréquence la plus basse permise et/ou à la fréquence de travail.

2) Impédance d'un câble coaxial

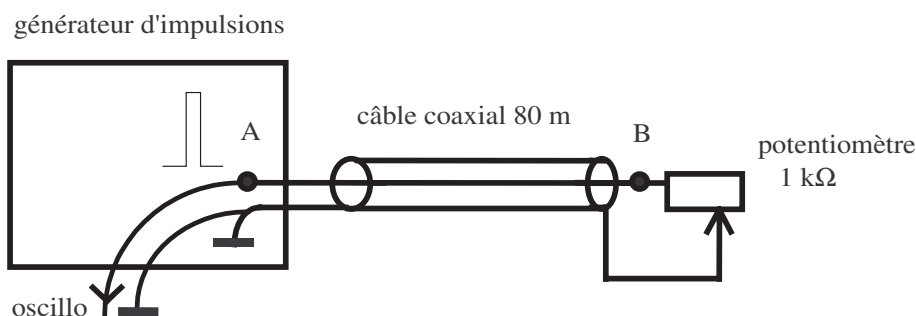
a) [1P] Impédance caractéristique

On appelle impédance caractéristique du câble le rapport entre la tension et le courant d'une onde électrique progressive. Elle est donnée par :

$$Z_C = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

Déduire sa valeur des grandeurs mesurées précédemment (cette valeur n'est pas universelle ; par exemple, certains câbles utilisés pour la vidéo ont une impédance caractéristique de 75Ω alors que les câbles utilisés en TP ont une impédance précisément de 50Ω adaptée aux impédances de sorties des générateurs).

Il est aussi possible d'effectuer une mesure directe de cette impédance caractéristique en envoyant une impulsion de très courte durée dans le câble étudiant la façon dont elle est réfléchi en fonction de l'impédance placée à l'autre extrémité. Faites le montage de la figure ci-dessous et commencer par comprendre l'effet des différents boutons du générateur d'impulsions (ENSP4005) sur la forme du signal. Aboutir à des impulsions courtes ($\approx 0,1 \mu s$) pour éviter d'avoir un recouvrement entre les impulsions incidente et réfléchi.



Comparer l'impulsion incidente et l'impulsion réfléchi en fonction des différentes valeurs R du potentiomètre. En déduire la valeur de l'impédance caractéristique Z_C du câble [le coefficient de réflexion, en tension, vaut $(R - Z_C)/(R + Z_C)$]. Retrouver la valeur de l'inductance linéique L_0 . Mesurer

également l'amplitude des impulsions en début de câble et en déduire l'atténuation sur la longueur des câbles.

Remarque : En extrémité de câble (où R est connectée), la tension résulte de la superposition de celles des ondes incidente et réfléchie. En conséquence, (i) il est possible d'obtenir plus précisément l'impédance caractéristique en mesurant d'abord la tension U_o à l'extrémité lorsqu'elle est ouverte (R infinie), puis en cherchant la valeur de R ($= Z_C$) pour laquelle cette tension est divisée par deux ; (ii) une mesure de Z_C encore plus précise (mais plus longue) peut être obtenue en étudiant la tension U à l'extrémité du câble en fonction de la résistance R (la loi $U_o/U = 1 + Z_C/R$, facile à retrouver, est alors utile).

b) [2P] Influence de l'appareil de mesure

Que se passe-t-il si l'on relie l'oscilloscope au montage avec un câble de longueur significative (10 m, par exemple) ? Certains oscilloscopes possèdent une entrée commutable $1\text{ M}\Omega$ ¹ ou $50\text{ }\Omega$ ². Quel intérêt y a-t-il à utiliser l'une ou l'autre ?

c) [AP] Lien avec le régime continu

En remarquant qu'une tension continue peut toujours être vue comme une impulsion de très longue durée, expliquer les tensions mesurées en régime continu dans le cas de l'impédance infinie, adaptée et du court-circuit. Commenter.

3) [1P] Vitesse de propagation et constante diélectrique

Mesurer la durée nécessaire à l'impulsion pour aller d'un bout à l'autre du câble, et en déduire la célérité de propagation de l'impulsion. Vérifier qu'elle suit la relation :

$$v = \sqrt{\frac{1}{L_0 C_0}}.$$

On peut également accéder à la constante diélectrique ϵ_r de l'isolant situé entre les deux conducteurs du câble, sachant que $\mu_r = 1$ (il s'agit d'un matériau non magnétique) :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}},$$

où $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$ est la célérité de la lumière dans le vide. À l'arrivée, l'impulsion est-elle allongée ? Le milieu est-il dispersif ?

4) [AP] Résonances "Fabry-Pérot" dans un câble coaxial

a) Expérience

Utiliser un câble coaxial très long (100 m). Intercaler en série une résistance de $10\text{ k}\Omega$ entre l'entrée du câble et un générateur de signaux sinusoïdaux pouvant délivrer des fréquences de plusieurs MHz. Brancher l'autre extrémité du câble sur l'entrée $1\text{ M}\Omega$ d'un oscilloscope.

¹En réalité, l'entrée $1\text{ M}\Omega$ est du type $1\text{ M}\Omega \parallel 25\text{ pF}$ environ.

²Il existe des "charges de passage" de $50\text{ }\Omega$ jouant le même rôle.

Chercher les fréquences des résonances détectées à l'oscilloscope. Pourquoi le câble constitue-t-il ici un résonateur ? Quelles sont les conditions aux limites ? Quel est le rôle de la résistance de $10\text{ k}\Omega$? Justifier la valeur choisie. En déduire la vitesse de phase pour différentes fréquences. La propagation électrique dans le câble est-elle dispersive ?

b) Dissipation

Mesurer les largeurs des résonances. Comment varient les pertes avec la fréquence ? Comparer à l'évolution de la forme d'une impulsion au cours de sa propagation.

c) Adaptation d'impédance

Brancher en parallèle sur l'entrée de l'oscilloscope une résistance de $50\ \Omega$. Balayer la fréquence. Conclure et expliquer dans quelles conditions il est indispensable d'adapter l'impédance pour mesurer un signal.

Il est aussi intéressant d'observer les réflexions multiples lorsqu'il n'y a pas d'adaptation d'impédance, ni en début du câble (générateur), ni en fin (résistance de charge).

d) Structure des modes propres

Utiliser maintenant *deux* câbles coaxiaux de 100 m branchés en série. Mesurer à l'oscilloscope les tensions à la jonction et à l'extrémité libre. Balayer la fréquence et exciter en résonance les différents modes propres, dont on décèlera les profils spatiaux en tension.

IV) Ondes centimétriques en propagation guidée

Références :

- R. P. Feynman *Cours de physique* volume 2 (chapitre 24)
- J. D. Jackson *Électrodynamique Classique* (chapitre 8)
- P. Lorrain, D. R. Corson *Champs et ondes électromagnétiques*, Une introduction à la propagation guidée (chapitre 13)
- P. Combes *Ondes métriques et centimétriques*
- F. Gardiol *Hyperfréquences*
- Voir également les notices fournies par PHILIPS pour le banc d'ondes centimétriques

Les hyperfréquences sont les ondes électromagnétiques de fréquence comprise entre 300 MHz et 300 GHz, soit de longueur d'onde entre 1 m et 1 mm d'où leur dénomination de micro-ondes ou ondes centimétriques. Leur première application, toujours d'actualité, est celle du radar. Elles sont depuis très utilisées dans le domaine des télécommunications (l'horloge d'un ordinateur de bureau actuel est elle-même du domaine des hyperfréquences, télévision par satellite, téléphone cellulaire, réseau sans fil, etc.) : ces fréquences très élevées autorisent de grandes bandes passantes et des antennes de forte directivité. Elles servent aussi au chauffage dans les fours à micro-ondes ($f \simeq 2.5\text{ GHz}$).

Dans le cas des faibles puissances utilisées ici, l'émission des ondes se fait au moyen d'une « diode Gunn »³, ayant l'avantage d'être une source solide (c'est-à-dire : pas de vide, alimentation basse

³ Ce composant n'est pas une diode, on l'appelle ainsi parce que c'est un dipôle ; il est placé dans une cavité dont on peut modifier la fréquence de résonance. Contrairement à une diode P-N, il est composé de trois parties de même dopage N : N++ / N- / N++.

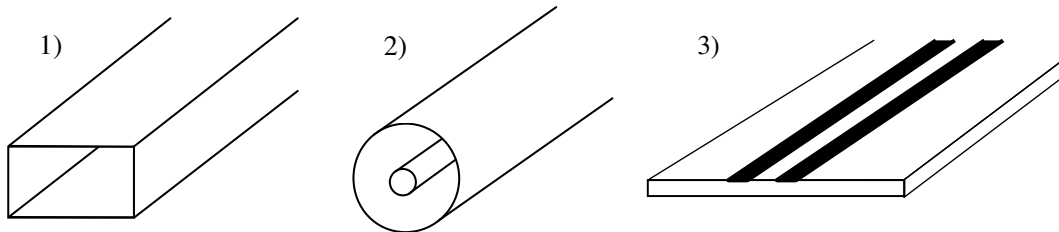
tension, rendement élevé, ...)

Les hyperfréquences sont **dangereuses**, sauf aux très faibles puissances utilisées ici.

On distingue deux types de propagation :

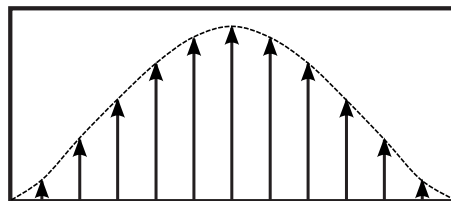
- la propagation **libre** (transmission hertzienne, par satellite), à travers un milieu infini ;
- la propagation **guidée** par :
 1. des guides métalliques (rectangulaires ou cylindriques),
 2. des lignes coaxiales,
 3. des guides «planaires», bifilaires ou micro-rubans, sur des plaquettes de circuits intégrés.

À l'heure actuelle, les lignes coaxiales et micro-rubans tendent à remplacer les guides métalliques qui, du fait de leur poids et de leur encombrement, ne sont plus guère utilisés que dans les dispositifs de puissance, comme les émetteurs *radar* par exemple.



1) [1P] Description et montage du dispositif expérimental

Le banc hyperfréquence consiste en un guide d'ondes rectangulaire de grande dimension intérieure $a = 22,86$ mm, qui permet une propagation **monomode** en «bande X», soit entre 8,2 et 12,4 GHz ($\lambda_0 \approx 3$ cm). L'unique mode permis dans le guide est noté TE_{10} et a pour relation de dispersion : $k_g = \sqrt{(\omega/c)^2 - (\pi/a)^2}$ qui correspond à la longueur d'onde (dans le guide) : $\lambda_g = 2\pi/k_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_c)^2}}$, où $\lambda_0 = c/f$ est la longueur d'onde dans l'espace libre et $\lambda_c = 2a$ la longueur d'onde de coupure. Dans une section du guide, le champ électrique du mode TE_{10} a l'allure schématisée ci-dessous (le profil est une arche de sinusoïde).



En TP, vous trouverez le banc hyperfréquence entièrement monté pour vous faire gagner du temps. Le jour du montage, ayez à l'esprit que celui-ci sera en partie démonté et rangé dans sa caisse. Il peut ainsi être profitable de vous entraîner, lors de la préparation aux oraux, à monter vous même le banc. On décrit ci-après la procédure du montage (ne rien brancher pour le moment !) et précise l'utilité de chaque élément (voir schéma plus bas). Les différentes pièces sont associées par quatre vis et écrous correspondant (deux peuvent suffire mais mieux vaut les placer en diagonale l'une de l'autre). Enfin,

si l'alignement axial est garanti par le rail en bois vous devez prendre un soin particulier à bien aligner les différents blocs verticalement pour ne pas forcer sur les jonctions voire perturber la propagation de l'onde.

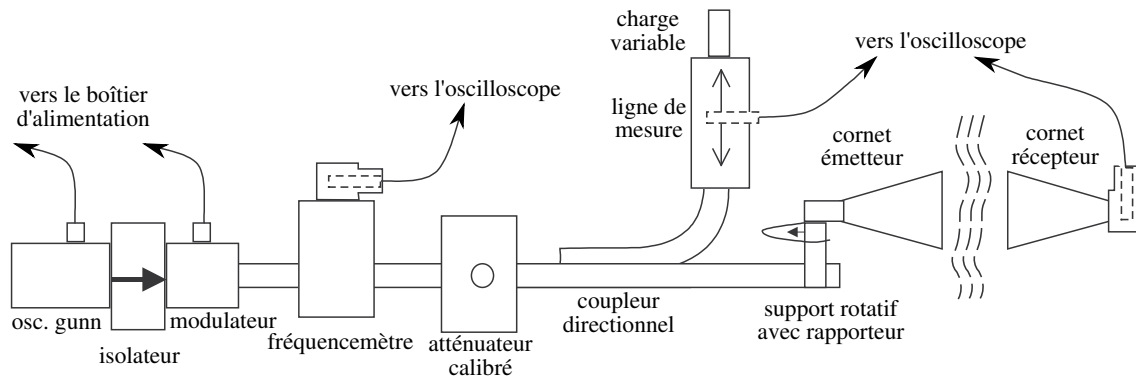
- Lorsque vous montez le banc, vous devez avant tout disposer le rail en bois qui sert à maintenir les pieds alignés et à éviter qu'il ne se désaxent, entraînant la chute du guide métallique et des dommages éventuels.
- A une extrémité du banc en bois, sur deux pieds correctement glissés dans le rail, vous commencez par disposer la chaîne d'émission de l'onde hyperfréquence à savoir (prenez le temps de bien repérer chaque élément) :
 - Une **diode Gunn**, dont le fonctionnement théorique n'est pas du tout à connaître (les grandes lignes sont exposées en annexe) et qui émet une onde d'amplitude non négligeable aux fréquences supérieures à 9,2 GHz. Celle-ci vaut typiquement 20 mV vers 9,2 GHz ;
 - Un **isolateur à ferrite** qui protège, par jeu de polarisation, la diode émettrice des réflexions partielles dans le guide ;
 - Un **modulateur** dont on ne se servira pas ici ;
 - Un **fréquence-mètre** dont le fonctionnement est précisé plus loin ;
 - Un **atténuateur calibré** (son support est plus large que les autres) que vous prendrez soin de régler sur 0 dB.
- Dans l'alignement de ce premier bloc, vous positionnez, soutenu par un pied, un **coupleur directionnel** permettant d'obtenir deux voies d'études indépendantes. L'une, rectiligne horizontale, va nous servir à étudier les ondes propagatives. L'autre, verticale, est la **ligne de mesure** et nous permettra d'étudier les ondes stationnaires.⁴
- Vous terminez le montage en ajoutant une courte rallonge terminée par un **cornet** dont la direction peut être repérée grâce à un rapporteur (cornet 1/4).
- Sur la branche verticale du coupleur directionnel vous pouvez d'ores et déjà fixer un **détecteur d'ondes stationnaires** (ENSP3088) et fermer la ligne par une **plaque métallique**.
- Enfin, non fixé au reste et posé sur un pied à part vous aurez besoin d'un autre cornet associé à un détecteur et réglé à la même hauteur que le premier.

A ce stade, le banc hyperfréquence est monté identiquement au schéma ci-dessous et vous pouvez brancher les différents éléments comme suit.

- L'émetteur est directement alimenté par l'intermédiaire d'un boîtier d'alimentation lui même relié à une alimentation -12/0 V (**ne pas relier le +12V !**). De ce boîtier sort aussi un câble *vers le modulateur* qui **doit être relié au modulateur même si celui-ci n'est pas utilisé dans ce TP !**. Une fois alimentée, la diode émet une onde dont la fréquence peut être modifiée en tournant le bloc noir (sur la diode). Vous noterez que la précision de la graduation sur la diode ne permet pas de connaître précisément la fréquence envoyée dans le guide d'où l'utilité du fréquence-mètre (décrit plus loin).
- Le fréquencemètre doit être relié à un oscilloscope (réglé pour observer un signal de quelques dizaines de millivolts d'amplitude).
- Les deux lignes de sortie (la détection d'ondes stationnaires et le cornet sur pied) sont elles aussi reliées à un oscilloscope. La détection d'une onde se fait au moyen d'une **diode** haute fréquence qui transforme le signal alternatif hyperfréquence (indélectable à l'oscilloscope) en un signal

⁴A titre indicatif, un coupleur directionnel peut être obtenu en pratiquant deux fentes séparées par une distance $\lambda_g/4$: l'onde réfléchie à la fin du bras principal ne pénètre pas dans le bras auxiliaire. On a ainsi deux points de mesure indépendants.

continu, approximativement proportionnel à la valeur quadratique moyenne du champ. Votre banc hyperfréquence est prêt à être utilisé et doit être identique au schéma ci-après.



2) [1P] Polarisation de l'onde émise

Le premier intérêt de ce banc est de mettre en évidence la polarisation du mode dans la cavité en étudiant le signal émis en bout de ligne par le cornet. Pour cela, on regarde le signal reçu par le cornet relié à l'oscilloscope et on interpose un polariseur à grille entre les deux cornets. Le faire tourner et observer le comportement du signal mesuré. Identifier la direction de la polarisation de l'onde émise. La rotation du cornet change-t-elle la polarisation ?

Pour rendre l'expérience quantitative, utiliser un rapporteur rotatif sur socle : fixer le polariseur à grille dessus, prendre une dizaine de points pour des orientations différentes, et tracer le coefficient de transmission en fonction de l'angle de rotation. Vous devez être en mesure de vérifier la loi de Malus dans le domaine des hyperfréquences.

3) Relation de dispersion

a) [1P] Mesure de la fréquence

L'établissement de la relation de dispersion dans le guide nécessite d'effectuer une mesure précise de la fréquence de l'onde envoyée dans le guide que la graduation en demi-gigahertz de la diode Gunn ne permet pas, d'où l'utilité du fréquence-mètre. Celui-ci consiste en fait en une cavité résonnante de longueur variable et dont la fréquence propre dépend directement de la taille : lorsque vous faites tourner la molette de l'appareil la longueur de la cavité change. La tension aux bornes du détecteur placé à l'intérieur est proportionnelle à l'intensité du champ régnant dans la cavité ; et elle est maximale lorsque la fréquence propre de la cavité coïncide avec la fréquence de l'onde incidente. On peut alors lire ladite fréquence directement sur l'appareil. Estimer l'incertitude sur cette mesure.

Une fois la mesure effectuée, **penser à dérégler le fréquence-mètre pour maximiser la puissance transmise au guide d'onde**. Vous pouvez d'ailleurs observer en même temps les signaux du fréquence-mètre et du cornet de sortie et constater que, lorsque le fréquence-mètre est accordé, une partie de la puissance du signal est absorbée et déduite du signal de sortie.

b) [1P] Mesure de la longueur d'onde dans le guide et relation de dispersion

Terminer la ligne de mesure par un court-circuit en fixant une plaque métallique à son extrémité : une onde stationnaire s'établit dans le guide dont les noeuds et les ventres ont, le long de cette ligne, des positions fixes. En promenant le capteur le long du détecteur d'ondes stationnaires, observer les variations du signal. La distance entre 2 minima consécutifs est $\lambda_g/2$ (λ_g : longueur d'onde dans le guide). Connaissant f , on peut déduire λ_0 , longueur d'onde dans le vide. Vérifier la relation de dispersion fournie ci-dessus (on donne $a = 22,86$ mm).

Dans la partie sur l'impédance, on se propose de clore la ligne de mesure avec d'autres systèmes pour mettre en évidence différents phénomènes. Cette partie pourra vous intéresser pour le montage *Ondes : propagation et conditions aux limites* notamment.

c) [AP] Mesure de la vitesse de groupe

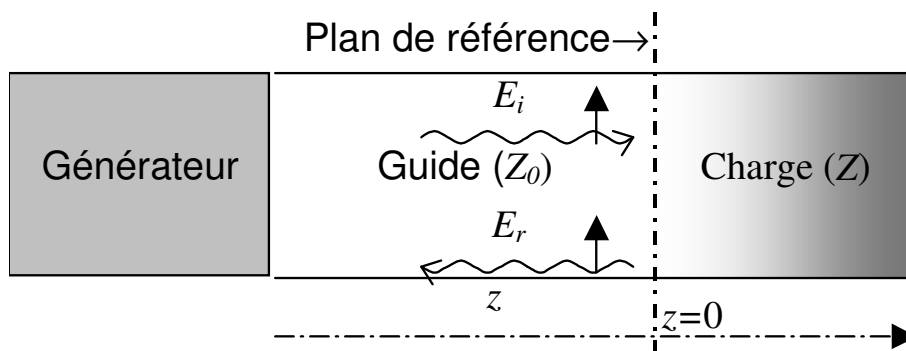
Celle-ci est définie par $v_{gr} = d\omega/dk_g = \Delta f/\Delta\sigma$, où $\sigma = 1/\lambda_g$. On peut la déterminer en répétant les mesures précédentes pour deux valeurs différentes de ω . Pour cela, modifier *légèrement* la géométrie de la cavité résonante de l'oscillateur Gunn (les positions extrêmes permettent d'obtenir $\Delta f/f \approx 10$). Déterminer aussi la vitesse de phase moyenne v_ϕ et vérifier qu'on a $v_\phi v_{gr} = c^2$ (cette relation n'est pas générale ; elle n'est valable que pour des relations de dispersion de la forme $k^2 = \omega^2/c^2 + \text{cste}$).

4) [2P] Notion d'impédance

Référence : Combes Ondes métriques et centimétriques, pages 86-87 notamment

L'impédance (complexe) est définie pour des modes TEM, où les champs électrique E et magnétique H sont perpendiculaires à la direction de propagation, par le rapport $Z = E/H$. Pour un mode TE dans un guide rectangulaire infini, on appelle **impédance itérative**, ou **impédance caractéristique**,⁵ le rapport $Z_0 = E/H_\perp$.

On appelle impédance d'une charge le rapport $Z = E/H_\perp$ dans un plan de référence donné. Pour un guide semi-infini, on a bien sûr $Z = Z_0$, et pour un court-circuit, $Z = 0$.



5) [2P] Coefficient de réflexion

Lorsque l'onde électromagnétique passe du guide, d'impédance Z_0 à une charge d'impédance Z , elle est en partie réfléchi selon un **coefficient de réflexion** défini comme le rapport des amplitudes

⁵Dans notre cas, on vérifie que $Z_0 = R_0 \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$, où $R_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ est l'impédance du vide.

complexes des champs électriques réfléchi et incident dans ce plan :

$$r = E_r/E_i \equiv |r| e^{i\phi}$$

ϕ représente le retard de phase de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente. Ce coefficient de réflexion est relié aux impédances des milieux selon

$$r = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

de sorte que c'est en fait l'impédance réduite Z/Z_0 qui est la seule à avoir une signification expérimentale directe.

6) Taux d'onde stationnaire (TOS)

a) [2P] Définition

La qualité d'une charge peut être décrite par sa capacité à réfléchir l'onde incidente et, selon la proportion de l'onde réfléchie, une onde stationnaire plus ou moins idéale va s'établir dans le guide. On définit ainsi le **taux d'ondes stationnaire** par le rapport des amplitudes du champ électrique aux ventres et aux nœuds d'une onde dans le guide, soit :

$$TOS = |E_{\max}| / |E_{\min}| \approx \sqrt{V_{\max}/V_{\min}},$$

où la seconde égalité suppose que le détecteur est approximativement quadratique. Ce taux permet effectivement de quantifier la part d'ondes stationnaires dans le guide :

- Si dans la région étudiée seule une onde stationnaire est établie, alors on aura au niveau des nœuds $E_{\min} = 0$ et le TOS est infini.
- Si dans la région étudiée l'onde est purement progressive alors en moyenne temporelle $|E_{\max}| = |E_{\min}|$ et le TOS est égal à 1.
- Dans le cas général où, à l'extrémité de la ligne de mesure, une partie de l'onde est réfléchie et l'autre transmise au milieu, alors le système d'ondes est quelconque et le TOS prend une valeur intermédiaire.

On peut vérifier, en notant E_i l'amplitude du champ incidente et E_r celle du champ réfléchi à l'interface considérée (pour nous, l'extrémité de la ligne de mesure) que :

$$|E_{\max}| = |E_i| + |E_r|, \quad |E_{\min}| = |E_i| - |E_r|, \quad \text{puis} \quad |E_r/E_i|^2 = \left(\frac{TOS-1}{TOS+1}\right)^2$$

de sorte qu'on a en terme du coefficient de réflexion

$$|r| = \frac{TOS-1}{TOS+1}$$

b) [2P] Méthode approchée de mesure du TOS

Dans le cas idéal où la réponse des détecteurs est effectivement quadratique il suffit, pour estimer le TOS, de déplacer le détecteur le long de la ligne de mesure et de noter les valeurs V_{\max} et V_{\min} du signal à l'oscilloscope puis d'en faire le rapport.

Estimer rapidement par cette méthode les valeurs du TOS pour un guide terminé par une extrémité ouverte, un court-circuit, un cornet et une charge adaptée, puis les classer par ordre de TOS croissant. Quelles étaient les valeurs que vous pouviez prévoir ?

c) [AP] Méthode précise : utilisation de l'atténuateur calibré

Pour déterminer le TOS sans avoir à faire d'hypothèse sur la réponse (quadratique ou non) du détecteur, on peut procéder de la façon suivante :

- repérer un minimum en déplaçant la sonde dans la ligne de mesure et noter la déviation correspondante lue sur l'oscilloscope, ainsi que la valeur de l'atténuation (en dB) utilisée ;
- repérer un maximum et ajuster l'atténuation pour obtenir sur l'oscilloscope la même déviation que précédemment.

Ainsi le détecteur travaille à **niveau constant**. Le rapport $|E_{\max}|/|E_{\min}|$ s'obtient alors à partir de la différence des atténuations :

$$TOS = 10^{\frac{|A_2 - A_1|}{10}}.$$

Réaliser cette mesure pour le cornet et pour l'extrémité ouverte. Justifier l'utilisation d'un cornet pour transférer un maximum de puissance.

d) [AP] Phase de l'impédance

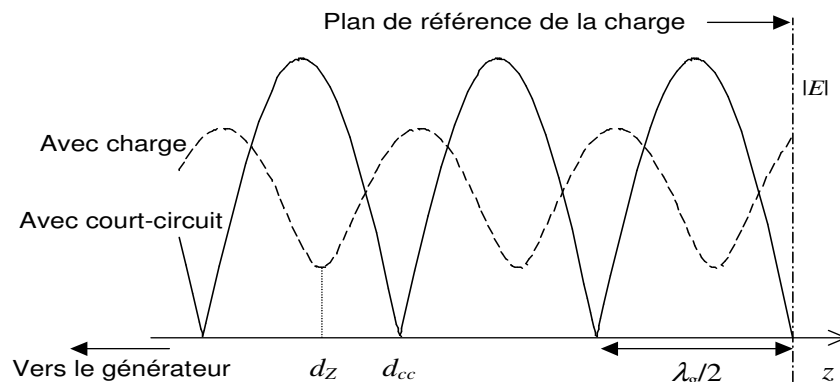
La mesure approchée ou précise du TOS permet de remonter au module du coefficient de réflexion mais pas à sa phase. Pour se faire, il faut mettre en place le protocole suivant :

- Connecter l'élément inconnu Z (par exemple par le cornet) à la ligne de mesure et déterminer le TOS ainsi que la position d_Z d'un noeud. En ce point, l'onde réfléchie, qui a parcouru la distance supplémentaire $2d_Z$ par rapport à l'onde incidente, présente un retard de phase

$$\phi + 2\pi(2d_Z/\lambda_g) = (2n+1)\pi$$

- Remplacer cet élément par un court-circuit placé à la sortie de la ligne de mesure. Le minimum précédemment étudié est déplacé en d_{cc} . En ce point, le retard s'écrit :

$$\pi + 2\pi(2d_{cc}/\lambda_g) = (2n+1)\pi$$



- On obtient ainsi la phase $\phi = \pi + 4\pi(d_{cc} - d_Z)/\lambda_g$ (modulo 2π).
- On en déduit r (complexe), puis le rapport Z/Z_0 , à mettre sous la forme $X + jY$.

V) Annexe – Mesure des caractéristiques d'un câble coaxial au LCR-mètre

On explique ici pourquoi il faut mettre un circuit-ouvert (resp. un court-circuit) en bout de ligne pour mesurer la capacité (resp. l'inductance) linéique du câble coax, et pourquoi il faut utiliser le

LCR-mètre à basse fréquence.

1) Analogie mécanique

L'analogie électronique – mécanique usuelle repose sur l'identification entre :

- inductance et masse : $\mathcal{L} \longleftrightarrow m$,
- capacité et constante de raideur d'un ressort : $\mathcal{C} \longleftrightarrow 1/K$,
- intensité et vitesse : $i \longleftrightarrow v$,
- tension électrique et tension d'un ressort : $u \longleftrightarrow T$.
- Charge et position : $q \longleftrightarrow x$.

L'équation caractéristique d'une inductance $u = \mathcal{L} \frac{di}{dt}$ est alors l'équivalent du principe fondamental de la dynamique $T = m \frac{dv}{dt}$, et celle d'une capacité $u = q/\mathcal{C}$ l'équivalent de la relation caractéristique d'un ressort $T = Kx$.

Le câble coaxial, comme chaîne d'inductances et de capacités, est donc l'analogue électrique d'une chaîne de masses reliées par des ressorts.

Un circuit ouvert revient à annuler le courant en bout de ligne, *i.e.*, par analogie électromécanique, à annuler la vitesse en bout de chaîne : l'extrémité B est comme fixée à une paroi immobile. Si l'on met en mouvement l'autre extrémité (A) de la chaîne à très basse fréquence (mouvement quasi statique), tous les points de la chaîne se déplacent en phase au cours de la déformation, et l'on va avoir l'impression de tirer sur un unique ressort. Plus on tire lentement, plus les effets d'inertie diminuent alors que la force élastique, elle, ne change pas. C'est donc la raideur de la chaîne qui s'exprime et que l'on mesure essentielle, *i.e.* du point de vue électrique, sa capacité.

Dans le cas d'un court-circuit, la tension en B est nulle ce qui correspond dans l'analogue mécanique à une extrémité libre de se déplacer. Si cette fois on tire infiniment lentement sur A, tous les points de la chaîne vont avoir le même mouvement, et les effets élastiques vont disparaître au profit des effets d'inertie. On aura alors l'impression de mettre en mouvement une masse solide et on comprend en revenant au point de vue électrique que le câble se comporte, à basse fréquence et en court-circuit, comme une inductance seule.

Un point majeur reste à éclaircir : qu'appelle-t-on basse fréquence ?

2) Calcul

Soit donc un câble de longueur L , d'inductance linéique Λ , de conductance linéique Γ , d'impédance caractéristique $Z_c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$. La vitesse de propagation d'une onde dans le câble est $c = \frac{1}{\sqrt{\Lambda\Gamma}}$. Considérons alors les deux situations suivantes : une réflexion sur un circuit ouvert ou sur un court-circuit d'une onde incidente $U_i(z, t) = V_0 \exp i(\omega t - kz)$.

Court-circuit

Le coefficient de réflexion est $\rho = -1$, et on a donc :

$$u(z, t) = 2V_0 \sin\left(\frac{\omega}{c}(z - L)\right) \sin(\omega t) \quad \text{et} \quad i(z, t) = \frac{2V_0}{Z_c} \cos\left(\frac{\omega}{c}(z - L)\right) \cos \omega t$$

En passant en notations complexes, on a pour tout z :

$$\frac{u(z, t)}{i(z, t)} = -jZ_c \tan\left(\frac{\omega}{c}(z - L)\right)$$

Dans l'approximation $kL \ll 1$, et donc $k(z - L) \ll 1$, on trouve alors :

$$\frac{u(z,t)}{i(z,t)} \sim -jZ_c \frac{\omega}{c}(z-L) = -j[\Lambda(z-L)]\omega$$

Et en particulier :

$$\frac{u(0,t)}{i(0,t)} = j[\Lambda L]\omega = j\mathcal{L}\omega$$

Vu de son extrémité $z = 0$, le câble se comporte comme une inductance $\mathcal{L} = \Lambda L$!

Circuit ouvert

Le calcul est analogue dans le cas du circuit ouvert. On trouve dans ce cas :

$$\frac{u(z,t)}{i(z,t)} = -jZ_c \cot\left(\frac{\omega}{c}(z-L)\right)$$

et finalement :

$$\frac{i(0,t)}{u(0,t)} \sim j[\Gamma L]\omega = j\mathcal{C}\omega$$

Le câble se comporte alors, vu de $z = 0$, comme une capacité $\mathcal{C} = \Gamma L$.

Remarque

On voit bien ici apparaître que l'hypothèse $kL \ll 1$ est **cruciale** ! C'est pour cela que, contrairement aux situations habituelles, il faut utiliser le LCR-mètre à **basse fréquence** pour mesurer la capacité comme l'inductance du câble de 100m. En effet, $kL \ll 1$ implique pour $L = 100m$: $\nu \ll 100\text{kHz}$.