



گزارش مینی پروژه اول درس جبر خطی

حل دستگاه معادلات ماتریسی



در این مینی پروژه که به زبان پایتون نوشته شده است ابتدا ابعاد ماتریس ضرایب و سپس هر سطر از ماتریس ضرایب و در نهایت اعداد ثابت به عنوان به عنوان ورودی از کاربر دریافت می شود و به کمک آن ماتریس Augmented این معادله ایجاد می شود؛ پس از آن ماتریس Augmented به فرمت reduced echelon form تبدیل می شود و پس از آن جواب معادله محاسبه می گردد؛ این برنامه شامل 7 تابع می باشد که در زیر به بررسی هر یک از این توابع پرداخته می شود:

1. تابع `interchange_rows`: این تابع یک ماتریس و دو عدد دریافت می کند که این دو عدد شماره ردیف هایی در ماتریس می باشد که قرار است تا با یک دیگر جابجا شوند؛ به طور کلی این تابع وظیفه جابجایی دو ردیف با یک دیگر را دارد بدین صورت که اگر دو عدد دریافت شده برابر i و j باشد این تابع ردیف i در این ماتریس را با ردیف j جابجا می کند.
2. تابع `make_num_valid`: این تابع پس از عملیات replacement بر روی سطری که این عملیات بر روی آن صورت گرفته است فراخوانی می شود تا مشکل Floating point error در صورت وقوع رفع شود.
3. تابع `row_replacement`: این تابع عملیات row_replacement را در هر دو حالت forward و backward انجام می دهد؛ بدین صورت که در حالت forward ستون های پایین pivot position را برابر صفر و در حالت backward ستون های بالای pivot position را برابر صفر قرار می دهد.
4. تابع `convert_to_echelon_form`: این تابع به کمک توابع معرفی شده بالا ماتریس Augmented را به فرم echelon تبدیل می کند؛ بدین صورت که پس از پیدا کردن pivot position ابتدا در صورت نیاز به کمک تابع `interchange_rows` ردیفی که pivot در آن قرار دارد را با بالاترین ردیف جابجا می کند و سپس به کمک تابع `row_replacement` عملیات row_replacement انجام می شود.
5. تابع `convert_to_reduced_echelon_form`: این تابع یک ماتریس echelon را به عنوان ورودی دریافت می کند و آن را به فرم مورد نظر تبدیل می کند؛ بدین صورت که ابتدا ضریب pivot برابر یک می گردد و سپس به کمک حالت backward تابع `row_replacement` ستون های بالای آن صفر می شود.
6. تابع `result`: این تابع یک ماتریس reduced_echelon_form و یک لیست از pivot column ها دریافت می کند و سپس به کمک آن ها ابتدا بررسی می کند که معادله خطی دارای جواب باشد، سپس در صورتی که معادله دارای جواب بود متغیر های basic را محاسبه می کند و متغیر های free را تشخیص می دهد.
7. تابع `main`: در این تابع ورودی های مورد نیاز برنامه از کاربر دریافت می شود و سپس به کمک توابع معرفی شده در بالا جواب معادله خطی در صورت وجود به عنوان خروجی نشان داده می شود.

در زیر خروجی های برنامه به ازای ماتریس های مختلف مشاهده می شود:

```
Coefficient Matrix:
Enter Number Of Rows And Columns Respectively:
3 4
Enter row 1:
0 0 1 -2
Enter row 2:
1 -7 0 6
Enter row 3:
-1 7 -4 2
Enter Constant Values:
-3 5 7
Given Matrix:
[[ 0.  0.  1. -2. -3.]
 [ 1. -7.  0.  6.  5.]
 [-1.  7. -4.  2.  7.]]

Echelon Form Of Matrix:
[[ 1. -7.  0.  6.  5.]
 [ 0.  0.  1. -2. -3.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.]]

Reduced Echelon Form Of Matrix:
[[ 1. -7.  0.  6.  5.]
 [ 0.  0.  1. -2. -3.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.]]

Answer Of This Equation System Equals To:
X1: (7.0 * X2) + (-6.0 * X4) + (5.0)
X2 Is Free Variable.
X3: (2.0 * X4) + (-3.0)
X4 Is Free Variable.
```

Coefficient Matrix:

Enter Number Of Rows And Columns Respectively:

3 5

Enter row 1:

0 3 -6 6 4

Enter row 2:

3 -7 8 -5 8

Enter row 3:

3 -9 12 -9 6

Enter Constant Values:

-5 9 15

Given Matrix:

[[0. 3. -6. 6. 4. -5.]

[3. -7. 8. -5. 8. 9.]

[3. -9. 12. -9. 6. 15.]]

Echelon Form Of Matrix:

[[3. -7. 8. -5. 8. 9.]

[0. 3. -6. 6. 4. -5.]

[0. 0. 0. 0. 0.66666667 2.66666667]]

Reduced Echelon Form Of Matrix:

[[1. 0. -2. 3. 0. -24.]

[0. 1. -2. 2. 0. -7.]

[0. 0. 0. 0. 1. 4.]]

Answer Of This Equation System Equals To:

X1: (2.0 * X3) + (-3.0 * X4) + (-24.0)

X2: (2.0 * X3) + (-2.0 * X4) + (-7.0)

X3 Is Free Variable.

X4 Is Free Variable.

X5: (4.0000000000000002)

```
Coefficient Matrix:
Enter Number Of Rows And Columns Respectively:
3 3
Enter row 1:
4 3 2
Enter row 2:
-2 2 3
Enter row 3:
3 -5 2
Enter Constant Values:
25 -10 -4
Given Matrix:
[[ 4.  3.  2. 25.]
 [ -2.  2.  3. -10.]
 [ 3. -5.  2. -4.]]

Echelon Form Of Matrix:
[[ 4.          3.          2.          25.          ]
 [ 0.          3.5         4.          2.5          ]
 [ 0.          0.          8.78571429 -17.57142857]]

Reduced Echelon Form Of Matrix:
[[ 1.  0.  0.  5.]
 [ 0.  1.  0.  3.]
 [ 0.  0.  1. -2.]]

Answer Of This Equation System Equals To:
X1: (5.0)
X2: (3.0)
X3: (-1.9999999999999998)
```