



Resolução Questões AM

Prof. Daniel Costa Araújo



Questão 1

Considere sistema DSB cuja a portadora é dada por $c(t) = A \cos(2\pi f_c t)$ e a mensagem é $m(t) = \text{sinc}(t) + \text{sinc}(t)^2$. Determine a representação em frequência e a largura de banda do sinal modulado.

Resolução



Considere

$$\begin{aligned}u(t) &= m(t)c(t) \\&= A (\text{sinc}(t) + \text{sinc}(t)^2) \cos(2\pi f_c t) \\U(f) &= \frac{A}{2} [\Pi(f) - \Delta(f)] \star (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) \\&= \frac{A}{2} [\Pi(f - f_c) - \Delta(f - f_c) + \Pi(f + f_c) - \Delta(f + f_c)]\end{aligned}$$



Resolução

A função $\Pi(f - f_c) \neq 0$ para $|f - f_c| < 1/2$ e $\Delta(f - f_c) \neq 0$ para $|f - f_c| < 1$. Assim, a largura de banda do sinal de banda passante será de 2 Hz

Questão 2



Considere o sinal $m(t)$

$$m(t) = 2 \cos(4000\pi t) + 5 \cos(6000\pi t),$$

o qual modula a portadora $c(t) = 100 \cos(2\pi f_c t)$, em que $f_c = 50$ kHz.

Determine and desenhe o espectro do sinal DSB-SC



Resolução

Considere $f_1 = 2$ kHz e $f_2 = 3$ kHz

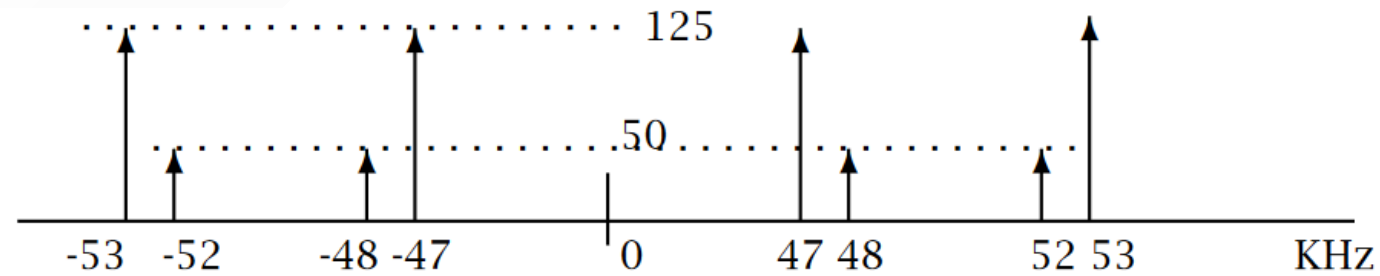
$u(t) = 2 \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_c t) + 5 \cos(2\pi f_2 t) \cos(2\pi f_c t)$ Aplicando Fourier ...

$$\begin{aligned} U(f) &= \left[\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1) + \frac{5}{2} \delta(f - f_1) + \frac{5}{2} \delta(f + f_1) \right] \star \frac{100}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \\ &= \frac{100}{2} \left[\delta(f - f_1 - f_c) + \delta(f + f_1 - f_c) + \frac{5}{2} \delta(f - f_1 - f_c) + \frac{5}{2} \delta(f + f_1 - f_c) \right] + \\ &\quad \frac{100}{2} \left[\delta(f - f_1 + f_c) + \delta(f + f_1 + f_c) + \frac{5}{2} \delta(f - f_1 + f_c) + \frac{5}{2} \delta(f + f_1 + f_c) \right] \end{aligned}$$

Continuação

Portanto as componentes de frequência serão

- $f_c - f_1 = 50 - 2 = 48 \text{ kHz}$
- $f_c - f_2 = 50 - 3 = 47 \text{ kHz}$
- $f_c + f_1 = 50 + 2 = 52 \text{ kHz}$
- $f_c + f_2 = 50 + 4 = 53 \text{ kHz}$





Questão 3

O sinal de saída de um modulador AM é dado por

$$u(t) = 5 \cos(1800\pi t) + 20 \cos(2000\pi t) + 5 \cos(2200\pi t).$$

1. Determine o sinal $m(t)$ e a portadora $c(t)$
2. Determine o índice de modulação
3. Determine o razão entre a potência das bandas laterais e a potência da portadora



Resolução

- Item 1

$$\begin{aligned} u(t) &= 5 \cos(1800\pi t) + 20 \cos(2000\pi t) + 5 \cos(2200\pi t) \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} \cos(200\pi t) \right) \end{aligned}$$

A mensagem $m(t) = \frac{1}{2} \cos(200\pi t)$ e a portadora $c(t) = 20 \cos(2000\pi t)$



Resolução

- item 2
 - O índice de modulação é dado por $\alpha = 2$
- item 3
 - Potência da portadora : $P_c = \frac{400}{2}$
 - Potência das bandas laterais: $P_l = \frac{400\alpha^2}{2}$
 - $$\frac{P_l}{P_c} = \alpha^2 = \frac{1}{4}$$



Questão 4

Um sinal SSB-AM é gerado com uma portadora operando a 800 KHz com uma mensagem $m(t) = \cos(2000\pi t) + 2 \sin(2000\pi t)$. A amplitude da portadora é $A_c = 100$.

1. Determine o sinal $\hat{m}(t)$
2. Determine a expressão SSB-AM de banda inferior
3. Determine o espectro SSB-AM de banda inferior

Resolução Item 1



$$m(t) = \cos(2000\pi t) + 2 \sin(2000\pi t)$$

$$\hat{m}(t) = \sin(2000\pi t) - 2 \cos(2000\pi t)$$



Resolução Item 2

$$\begin{aligned}u_l(t) &= 100m(t) \cos(2\pi f_c t) + 100\hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \\&= 100 [\cos(2000\pi t) + 2 \sin(2000\pi t)] \cos(2\pi f_c t) \\&\quad + 100 [\sin(2000\pi t) - 2 \cos(2000\pi t)] \sin(2\pi f_c t) \\&= 100 [\cos(2000\pi t) \cos(2\pi f_c t) + \sin(2000\pi t) \sin(2\pi f_c t)] \\&\quad + 200 [\sin(2000\pi t) \cos(2\pi f_c t) - \cos(2000\pi t) \sin(2\pi f_c t)] \\&= 100 \cos(2\pi(f_c - 1000)t) - 200 \sin(2\pi(f_c - 1000)t)\end{aligned}$$



Resolução Item 3

$$u_l(t) = 100 \cos(2\pi(f_c - 1000)t) - 200 \sin(2\pi(f_c - 1000)t)$$

$$\begin{aligned} U_l(f) &= \frac{100}{2} (\delta(f - f_c + 1000) + \delta(f + f_c - 1000)) \\ &\quad + \frac{200j}{2} (\delta(f - f_c + 1000) - \delta(f + f_c - 1000)) \\ &= 50 (\delta(f - f_c + 1000) + \delta(f + f_c - 1000)) \\ &\quad + 100j (\delta(f - f_c + 1000) - \delta(f + f_c - 1000)) \\ &= (50 + 100j)\delta(f - f_c + 1000) + (50 - 100j)\delta(f + f_c - 1000) \end{aligned}$$



A magnitude do espectro

$$\begin{aligned} |U_l(f)| &= \sqrt{50^2 + 100^2} (\delta(f - f_c + 1000) + \delta(f + f_c - 1000)) \\ &= 10\sqrt{125} (\delta(f - f_c + 1000) + \delta(f + f_c - 1000)) \end{aligned}$$



Questão 5

Demonstre que o envelope de banda-passante de modulação AM-DSB-SC é proporcional ao valor absoluto da mensagem $m(t)$. Se isso é verdade como é possível explorar essa propriedade na recepção ?



Resolução

- $$\begin{aligned}u(t) &= m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) \\&= m(t) \cos(\phi) \cos(2\pi f_c t) - m(t) \sin(\phi) \sin(2\pi f_c t) \\&= u_i(t) \cos(2\pi f_c t) - u_q(t) \sin(2\pi f_c t)\end{aligned}$$
- $$\begin{aligned}V_u(t) &= \sqrt{u_i^2(t) + u_q^2(t)} \\&= \sqrt{m^2(t) \cos^2(\phi) + m^2(t) \sin^2(\phi)} \\&= m(t) \sqrt{\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi)} \\&= \sqrt{m^2(t)} = |m(t)|\end{aligned}$$