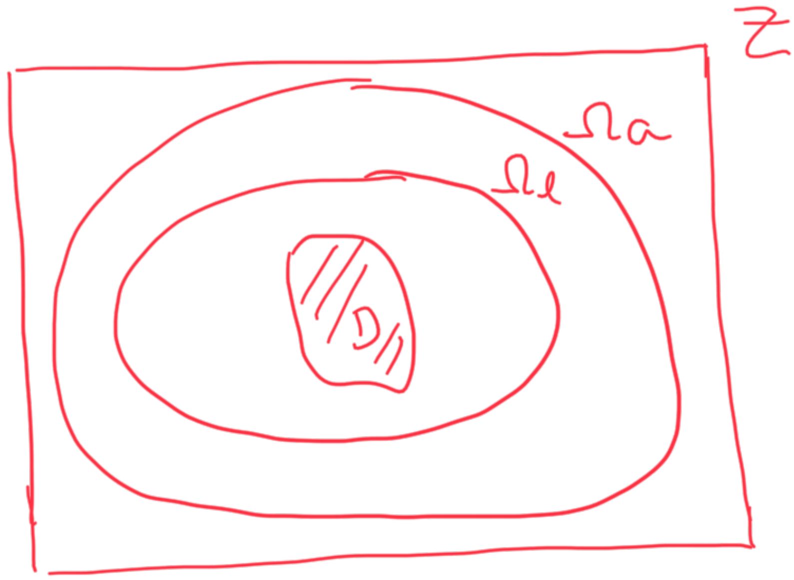
Você está utilizando até o momento as ideias do artigo da Fuzzy Sets and Systems, ou seja:

$$\nabla V(x) \cdot f(x) = x^T \Big[\underbrace{\sum \sum h_k h_j \left(A_j^T P_k + P_k A_j\right)} + \underbrace{\sum \dot{h}_k P_k} \Big] x$$

mostra que essa parte é negativa através das LMIs

Você mostra os valores de x que formam essa parte positiva é limitada considerando como hipótese no Teorema $\sup_{x \in D} V(x) < \ell < a$, dessa forma, os valores que podem tornar a derivada positiva ficam dentro do conjunto $\Omega_\ell \subseteq \Omega_a$,



$$D = \{ x \in \mathbb{R} \mid x^T \sum_{k \in G} \dot{h}_k P_k \, x > 0 \}$$

Nova Ideia

Podemos agora, usar o artigo da Information Science, ou seja, usar o S-procedure:

$$\nabla V(x) \cdot f(x) = x^T \Big\{ \sum \sum h_k h_j \left(A_k^T P_j + P_j A_k \right)$$

$$\ldots \Big\} \, x < -\varepsilon \left(V(x) - \ell \right)$$

$+ \sum h_k P_k \,]\, x \leq \varepsilon(V(x) - \ell)$

Se provar que esta desigualdade é verdadeira, então poderia concluir que a $\nabla V(x) \cdot f(x)$ é negativa quando $V(x) - \ell > 0$, ou seja, a derivada e negativa fora de Ω_ℓ.

No Teorema 2 do artigo da Information Science, provamos que:

$\Omega_{\ell_1} = \{x \in \mathbb{R} / V_1(x) < \ell\}$

$V_1(x) - \ell > 0$

$$\begin{cases} (i) \; x^T \left(\underbrace{\sum \sum h_k h_j (A_k^T P_j + P_j A_k)}_{} \right) x < \underbrace{-\varepsilon(V_1(x) - \ell)}_{} \\ (ii) \; \underbrace{x^T \left(\sum \dot{h}_k P_k \right) x}_{} < \underbrace{-\varepsilon(V_2 - \ell)}_{} \end{cases}$$

Assim, somando (i) e (ii), concluímos que:

$$\underbrace{\nabla V(x) \cdot f(x)}_{} < -\varepsilon(\underbrace{V_1 + V_2}_{V(x)} - 2\ell), \text{ ou seja}$$

$\nabla V(x) \cdot f(n)$ assumirá valores positivos somente dentro de $\Omega_{2\ell}$, onde,

$V(x) = V_1(x) + V_2(x)$.

Eu acho que pra melhorar a factibilidade dessas LMIs no seu antigo, você deve ~~tentar~~ provar diretamente que:

$$x^T\left(\sum h_k h_j (A_k^T P_j + P_j A_k) + \sum \dot{h}_k P_k\right)x < -\varepsilon(V(x) - \ell)$$

$$h_1 = \boxed{w_1 w_2}$$

$$h_2 = 1 - \boxed{w_1 w_2}$$