Páctica 11
Oscilador de Duffini y Secciones de Poincare

Jesús Roberto Araujo Sánchez

26 de Mayo, 2019

Abstract

Daremos una introducción a la teoria del caos introduciendo un problema que presenta caos "el oscilador de Duffini" variando sus parametros para ver como responde el sistema.

1 Introduction

Comenzaremos explicando que en la actividad anterior, la ecuacion diferencial que resolvimos modela un oscilador amortiguado con un termino no lineal en la fuerza de restitucion, mismo que es el causante de provocar "caos en el sistema".

En esta ocasion encontraremos la solucion en el tiempo de la ecuacion diferencial y en el espacio fase para poder apreciar mejor la evolucion del sistema.

2 Teoria

En matemática y física al hablar de caos nos referimos al estudio de los sistemas dinamicos cuya principal caracteristica es presentar sencibilidad y responder de forma muy marcada a pequeños cambios de las condiciones iniciales.

El caos se conoce desde 1950, fecha en la que lorentz haciendo calculos numericos para predicciones meteorologicas encuentra que dependiendo de la cantidad de cifras significativas que usara en sus calculos computacionales, los resultados finales se disparaban dando diferencias notables.

Esta inestabilidad en los resultados fue estudiada a fondo por el y la bautizo como "Caos" dando la definicion que hoy conocemos.

Para explicar mejor esto se utiliza la anologia:

"El aleteo de una mariposa puede causar un huracan al otro lado del mundo"
Haciendo referencia a que diferentes condiciones iniciales dan resultados muy diferentes.

3 Desarrollo

se soluciono la ecuacion diferencial:

$$x'' + ax' + bx + cx^3 = eCos(wt)$$

Donde el valor de los parametros viene dado por:

a=0.3

b=-1
c=1

w=1.2

y el parametro "e" que corresponde a la amplitud de la fuerza impulsora es el que iremos variando para ver el comportamiento caotico del sistema.

El conjunto de valores que tomo el parametro e fueron:

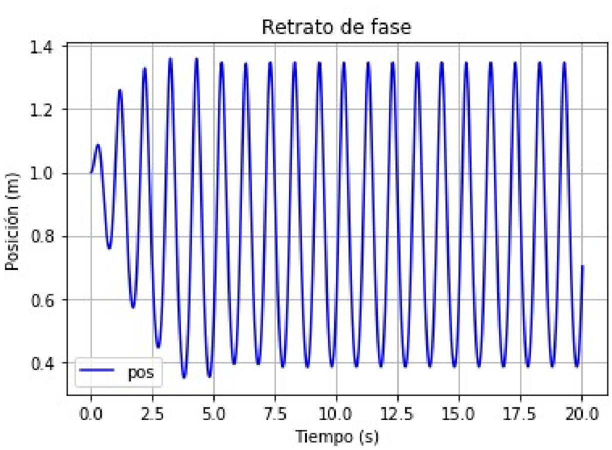
$$e = [0, 0.2, 0.28, 0.29, 0.37, 0.50, 0.65]$$

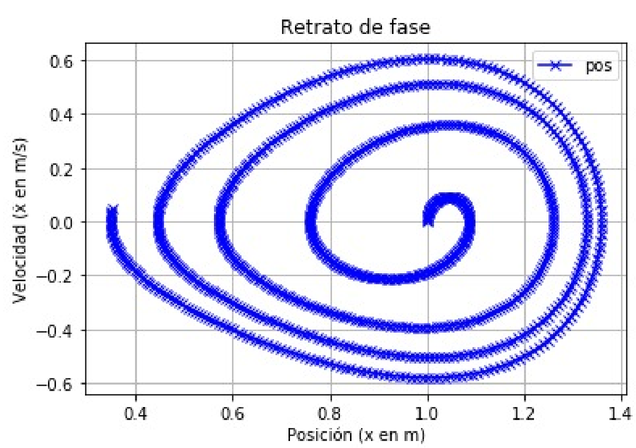
Para cada uno de estos valores de "e" se calculo la solucion en el tiempo y el retrato fase pudiendo asi estudiar el comportamiento tanto en el espacio de configuraciones como en el espacio fase.

4 Resultados

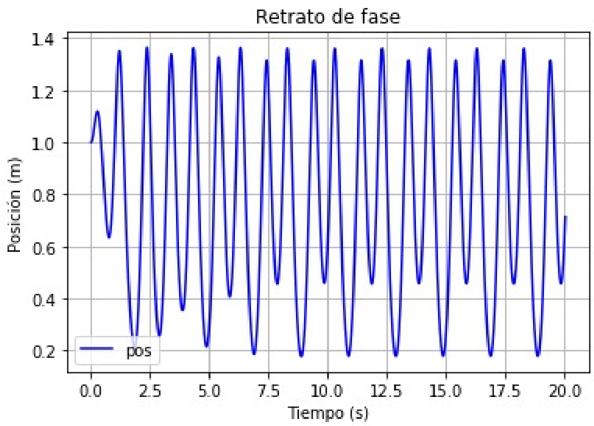
A continuacion se muestran las curvas solucion para cada valor de "e".

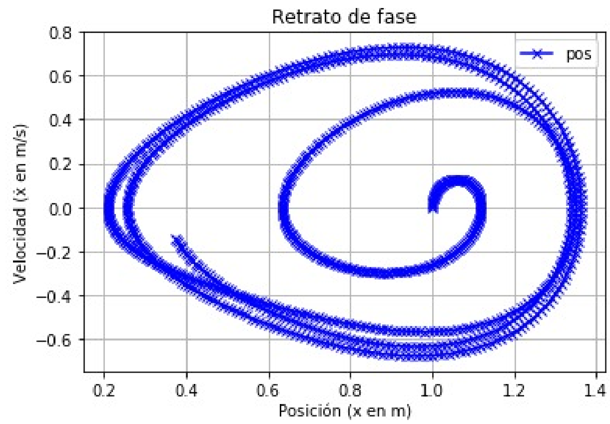
Con e=0.2



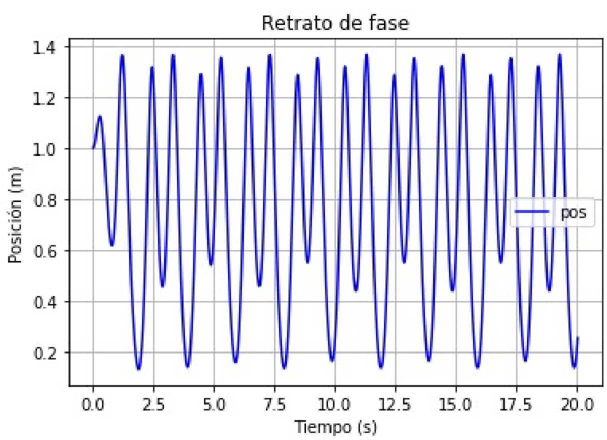


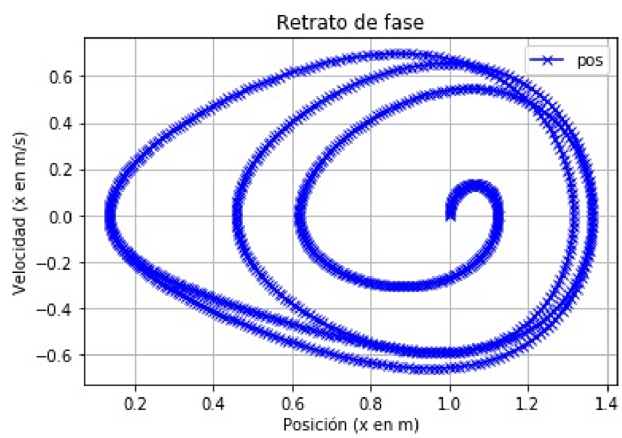
Con e=0.28



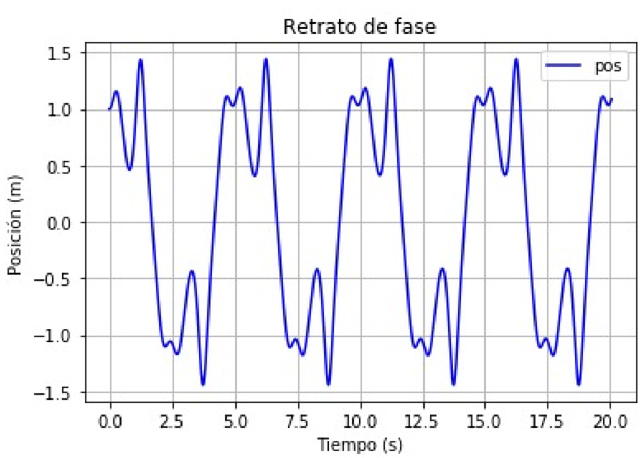


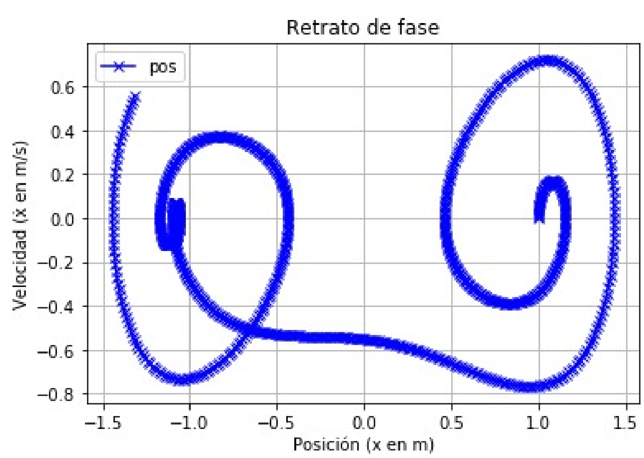
Con e=0.29



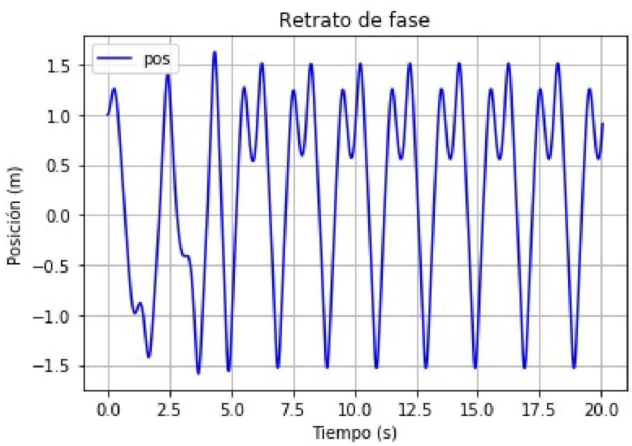


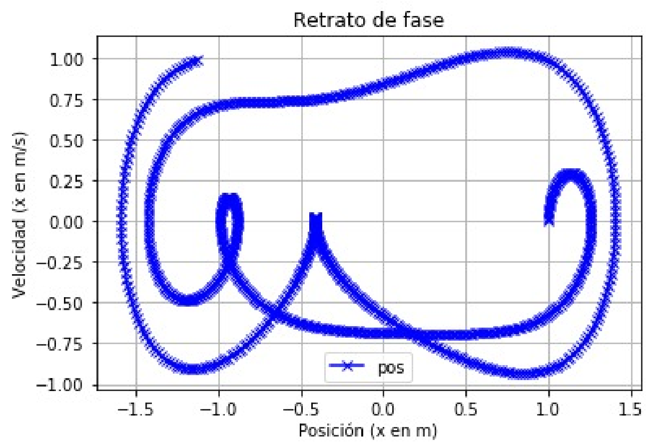
Con e=0.37





Con e=0.5





5 Observaciones

Podemos ver que para los primeros tres valores de ”e” las soluciones tanto en el espacio de configuraciones como en el espacio fase son muy similares y se aprecia un solo punto de equilibrio.

pero para el cuarto valor el movimiento es periodico pero no armonico, por lo que el retrato fase tiene tambien un aspecto completamente diferente y ademas podemos observar dos puntos de equilibrio.

En el quinto caso el movimiento es mas erratico pero se aprecia periodico a partir del segundo 5, mas no es armonico. Y en cuanto al retrato fase tambien tiene una diferencia muy marcada con el anterior, sin embargo tambien parece haber dos puntos de equilibrio.

6 Conclusiones

Pudimos aprender a resolver un sistema dinamico que presenta caos usando las herramientas de programacion vistas en clase y a interpretar resultados tanto en el espacio de configuraciones como en el espacio fase.