Páctica 9
Solución numerica de ecuaciones diferenciales

Jesús Roberto Araujo Sánchez

7 de Mayo, 2019

Abstract

Se resolvio un sistema de ecuaciones diferenciales lineales que modelan el movimiento de un sistema masa resorte mediante la programacion en lenguale Phyton.

1 Introduction

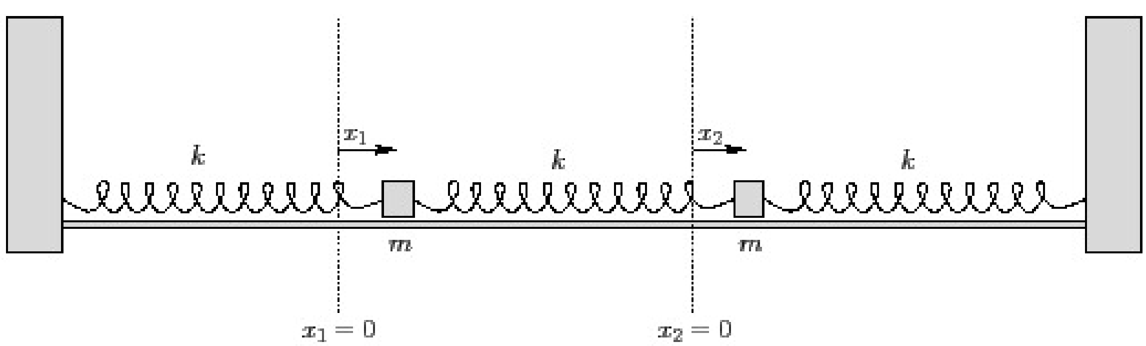
Se busca describir el comportamiento de un sistema masa resorte conformado por dos bloques que oscilan en una dimension sujetos a fuerzas lineales dadas por la ley de hooke.

El objetivo de esta actividad es resolver el sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden reduciendolo a un sistema 4x4 de ecuaciones diferenciales de primer orden mediante codigo cookbook.

A continuacion se mostrara como se modifico la ecuacion diferencial para poder integrarla dadas sus condiciones iniciales, veremos la grafica sujeta a dichas condiciones y explicaremos a detalle todo el procedimiento realizado para crear el codigo.

2 Desarrollo

El problema consistia en describir el estado del siguiente sistema masa resorte



Dado que el numero de grados de libertar del problema es 2 la forma mas sencilla de resolver este problema es por segunda ley de Newton.

$$\sum F = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Que segun la ley de Hooke para oscilaciones pequeñas las fuerzas son lineales y tienen la forma:

$$F = -kx$$

Donde "x" es la separacion entre la masa y el punto de equilibrio, aplicado a nuestro sistema seria:

$$F_1 = -k(x_1 - L) - k(L + x_2 - x_1)$$

Y respectivamente:

$$F_2 = -k(L + x_2 - x_1) - k(L - x_2)$$

Reescribiendo el sistema en su forma diferencial nos queda:

$$x_1'' = -\frac{k}{m}x_2$$

$$x_2'' = -2\frac{k}{m}L + \frac{k}{m}x_1$$

Ahora realizaremos los siguientes cambios de variable en las primeras derivadas:

$$y_1 = \frac{dx_1}{dt}$$

$$y_2 = \frac{dx_2}{dt}$$

Por lo que el sistema final nos queda:

$$\frac{dy_1}{dt} = -\frac{k}{m}x_2$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -2\frac{k}{m}L + \frac{k}{m}x_1$$

$$y_1 = \frac{dx_1}{dt}$$

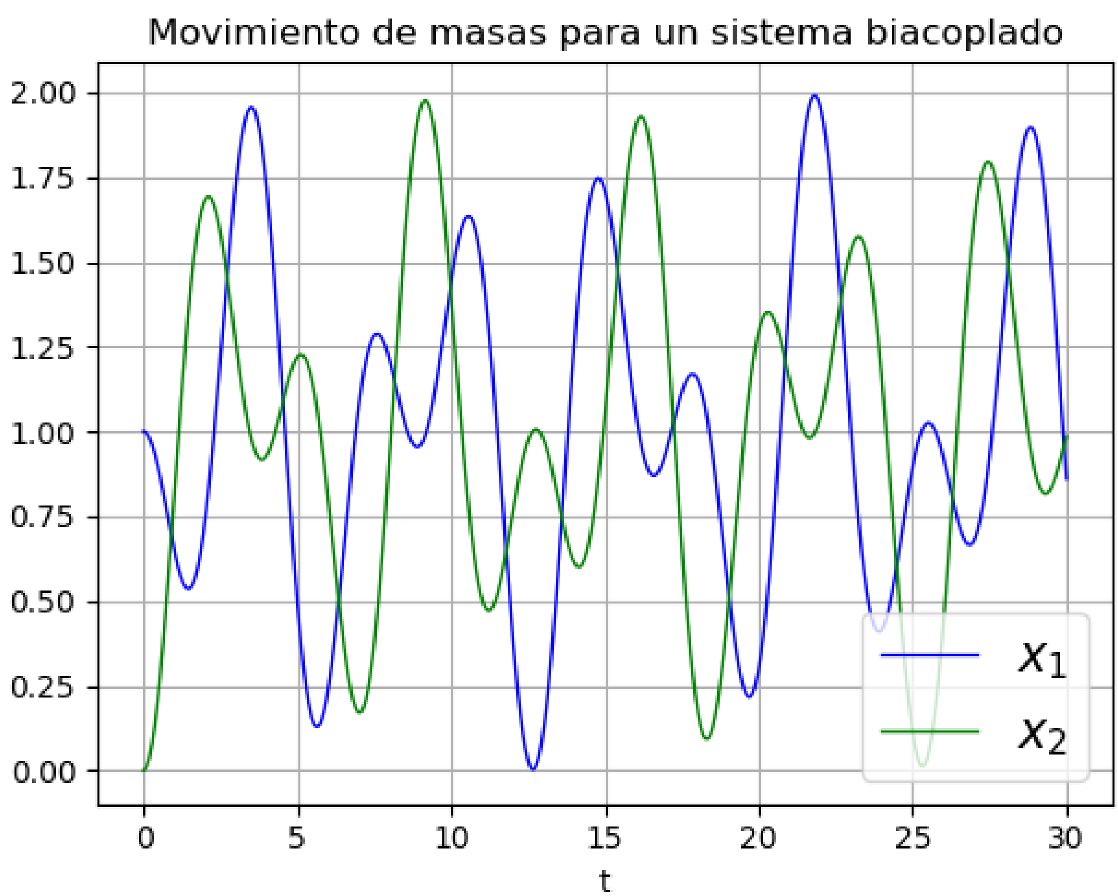
$$y_2 = \frac{dx_2}{dt}$$

Este sistema ya es un sistema 4x4 de ecuaciones diferenciales de primer orden y podemos utilizar el codigo adaptado Cookbook para resolverlo sujeto a los siguientes parametros:

$$\mathrm{m}_1 = m_2 = m = 1$$
$$\mathrm{k}_1 = k_2 = k_3 = k = 1$$
$$\mathrm{L}_1 = L_2 = L = 1$$
$$\mathrm{x}_1(0) = x_2(0) = 1$$
$$\mathrm{y}_1(0) = y_2(0) = 0$$

3 Resultádos

Las corvas parametricas solusion del sistema se muestran a continuacion:



4 Conclusions

Las curvas solusion de este sistema nos dan informacion valiosa respecto a su dinamica, por ejemplo:
Debido a que las constantes son iguales, las masas son iguales y las condiciones iniciales fueron iguales se nota que la evolucion temporal del sistema es simetrica respecto a si misma para cada masa en particular.
Con otras condiciones iniciales asimetricas esperariamos encontrar curvas solusion distintas.
De mas esta decir que seria interesante estudiar el espacio fase del sistema, sin embargo eso no seria posible pues requeririamos 4 dimensiones para una visualizacion grafica, pero por las condiciones tales como ausencia de fuerzas disipativas esperariamos algo similar a curvas cerradas en el hiperespacio.
Respecto a la actividad, pude encontrar de gran valor practico la implementacion del lenguaje Phyton en la solusion de este tipo de ecuaciones diferenciales porque me hace el trabajo muy facil, mucho mas que fortran pues el codigo es casi inmediato y los resultados graficos son esteticamente muy buenos.