



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Multiconstraints Knapsack Problem (MCKP)

Algoritmos Bioinspirados

Bárbara Boechat
Juliana Araújo
Tiago Trotta

São João del-Rei
Dezembro de 2020

Sumário

1	Introdução	2
2	Motivação	3
3	Modelagem do problema	4
4	Metodologia Proposta	5
5	Resultados	7
6	Conclusão	9

1 Introdução

Buscar por soluções exatas para problemas combinatórios NP-Completo é uma tarefa difícil e exige grande esforço computacional, sendo inviável o uso de métodos determinísticos para instâncias maiores. Contudo, existem vários algoritmos heurísticos a serem utilizados como alternativa para este tipo de problema, como por exemplo, métodos populacionais.

Estes métodos trabalham com diversas soluções simultaneamente através de processo iterativo, podem ou não alcançar soluções de boa qualidade e até mesmo a solução ótima num tempo computacional razoável. Neste trabalho, foi escolhido o Ant Colony System, um algoritmo populacional que se inspira no comportamento de formigas para a resolução de uma das variantes do Knapsack Problem (Problema da Mochila), o Multiconstraints Knapsack Problem (MCKP).

2 Motivação

O Problema da Mochila (PM) um clássico de otimização combinatorial, é um problema NP-completo muito difundido devido as muitas possibilidades de aplicá-lo no mundo real, por exemplo em investimentos de capital, empacotamento, carregamento de veículos, orçamentos e até na construção do algoritmo de Criptografia de chave pública. A utilização de algoritmos meta-heurísticos é muito comum para a resolução deste problema. Assim, a motivação deste trabalho é o estudo do PM e a utilização do algoritmo *Ant Colony System* (ACS), que objetiva analisar e comparar seu desempenho em relação a outros algoritmos populacionais como os Algoritmos Genéticos (AG), Evolução Diferencial (EDB), Colônia de Abelhas Artificiais (CAA) e o Algoritmo do Morcego (AM) apresentados por Krause, Cordeiro e Lopes [2013](#).

3 Modelagem do problema

O MCKP é um problema de otimização combinatorial definido como o transporte de n itens a ser realizado em uma mochila que possui m restrições e cada item possui um peso W_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, m$) associado a cada uma delas (totalizando $m \times n$ restrições). O objetivo do MCKP é maximizar o somatório do valor P_i que cada item possui. Cada item é representado por uma variável binária no vetor solução X_i que receberá o valor 1 se o item i será levado ou 0 se não será levado. A equação abaixo representa matematicamente o objetivo do problema:

$$\max \sum_{i=1}^n P_i * X_i$$

Figura 1: Função objetivo

Porém, a mochila possui m restrições C_j a serem respeitadas. E consequentemente, o somatório do peso W_{ij} dos itens a serem levados não deve ultrapassar esse valor. Tal limite representado matematicamente pela função:

$$\sum_{i=1}^n W_{ij} * X_i \leq C_j$$

Figura 2: Função de restrição

Além das restrições mencionadas, deve ainda ser considerado a dimensão da mochila e do objeto, seu peso e volume, por exemplo. A mochila possuirá portanto R dimensões, cada uma delas com uma capacidade c_r diferente, e consequentemente, a alocação de um item na mochila agora consome $w_{j,r}$ recursos de cada dimensão. Esse problema pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} && \sum_{j=1}^N p_j \cdot x_j \\ &\text{sujeito a} && \sum_{j=1}^N w_{j,r} \cdot x_j \leq c_r, \quad r = 1, \dots, R, \\ &&& x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Figura 3: Formulação do problema das múltiplas mochilas

4 Metodologia Proposta

O *Ant Colony System* (ACS), ou Colônia de Formigas é um algoritmo não-determinístico composto de heurísticas construtivas baseadas em uma população de agentes (formigas). Tem como objetivo mimetizar tanto a cooperação dos indivíduos de uma colônia de formigas como os mecanismos que permitem coordenar a atuação de cada formiga. Os agentes movem-se simultaneamente e de forma independente construindo soluções com base nas informações da própria heurística e da trilha de feromônio que tenha sido anteriormente formada. As informações heurísticas referem-se às especificidades do problema a ser resolvido. A informação da trilha de feromônio reflete a experiência já obtida durante a busca Asconavieta, M. C. Goldberg e E. F. G. Goldberg 2012.

Experimentos realizados por Goss et al. 1989 e Bonabeau et al. 1999 mostraram o comportamento na formação de trilhas pelas formigas reais. Nesse experimento foi possível entender a inteligência do enxame, no caso (a), com dois caminhos alternativos de igual tamanho chegando na mesma fonte de alimento, notou-se a convergência para somente um dos dois caminhos. Para os casos em que os caminhos alternativos tem tamanho diferente e chegam na mesma fonte de alimento (b), foi possível observar a escolha pelo caminho mais curto por um maior número de formigas, já que é percorrido em menos tempo. Logo, mais feromônio é depositado. Por fim, quando foi mantido o mesmo tamanho dos caminhos e variada a qualidade das fontes de alimento (c), foi possível observar a convergência pelo caminho que levava à melhor fonte.

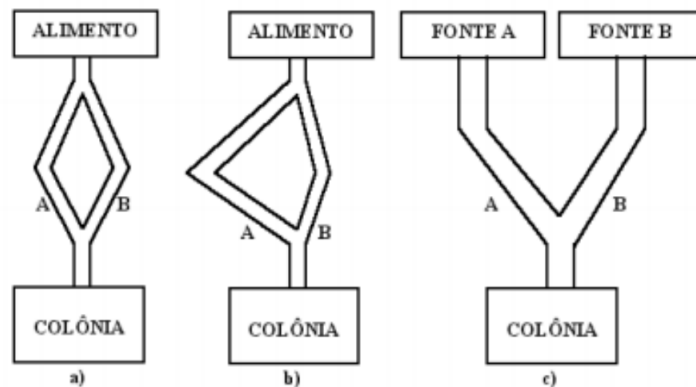


Figura 4: Experimento para observação da formação de trilhas

Em relação as variantes do ACS, a abordagem decidida foi:

1. Ao tomar um caminho a formiga deixa no mesmo uma certa quantidade de feromônio;
2. Uma formiga escolhe determinado caminho de acordo com uma função probabilística envolvendo a distância deste caminho e a quantidade de feromônio presente neste;
3. As formigas "lembram" os pontos por onde já passaram e não retornam a estes pontos até que tenham chegado à fonte de alimento;
4. O feromônio evapora.

O problema MCKP foi modelado de modo que a trilha das formigas é composta pelos objetos a serem incluídos na mochila e, o ato de "visitar" um objeto significa incluí-lo

na mochila. O primeiro passo a cada interação é atualizar a trilha de solução (mochila) da formiga para que ela volte a posição inicial, tendo um objeto aleatório inserido na mochila, sendo este o ponto de partida. Em seguida, é formado o caminho da formiga utilizando o método de seleção Roleta. Neste método, cada objeto é representado na roleta proporcionalmente ao seu índice de aptidão. Esse índice foi definido pela probabilidade de incluí-lo na mochila, calculada levando em consideração o peso do objeto em cada dimensão. Após ser feito esse processo, a trilha da formiga será formada testando cada objeto de seu caminho, verificando se o mesmo ultrapassa o valor máximo permitido. Tendo ultrapassado o valor, o objeto em questão não será adicionado na trilha, dando prosseguimento a verificação até que todos os itens do caminho sejam verificados.

Caso a solução seja viável, ou seja, o peso dos elementos em X não excedem a capacidade c , o *fitness* é calculado somando o peso de cada mochila em cada dimensão. Caso contrário, é feita uma penalização proporcional à violação da instância:

$$fitness = \sum_{\forall i \in X} v[i] * (1 - (\sum_{\forall i \in X} p[i] - c)/c)$$

Figura 5: Função de penalização

Após realizado o movimento, a matriz de feromônio é atualizada baseada no caminho feito pelas formigas. A taxa de evaporação de feromônio escolhida é de 0.05% a cada nova interação.

5 Resultados

Os arquivos de entrada das instâncias podem ser encontrados em [mknab2](#). Neste trabalho foram utilizadas as instâncias PB*. Uma instância é composta pelo número de dimensões, número de objetos e seus respectivos pesos em cada dimensão, capacidade da mochila em cada dimensão e por fim, o valor da solução ideal. Os resultados obtidos da instância PB1 e PB2 podem ser visualizados por meio dos gráficos da Figura 6 e Figura ?? respectivamente.

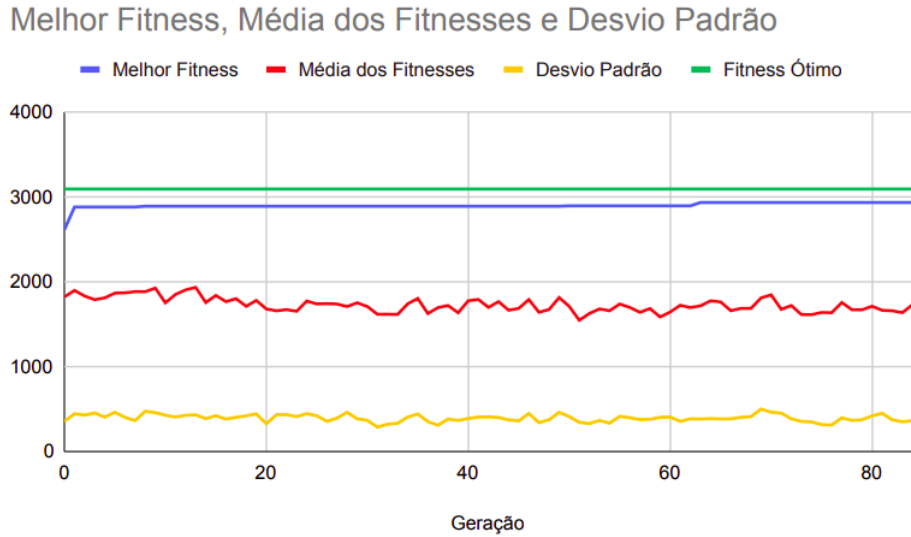


Figura 6: Resultados da instância PB1

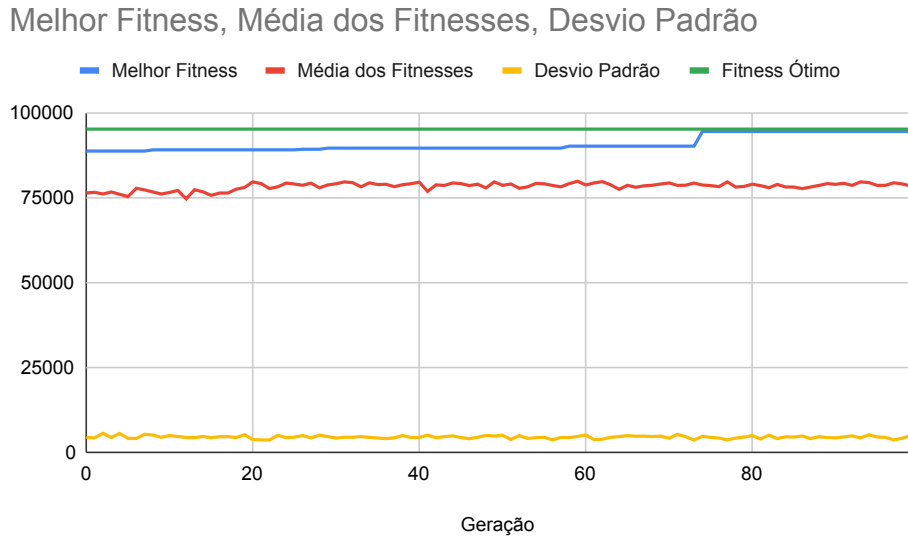


Figura 7: Resultados da instância PB4

Foram executadas seis instâncias (PB1, PB2, PB4, PB5, PB6 e PB7)e, os resultados referentes ao valor médio da execução \pm desvio padrão, o melhor *fitness* encontrado, solução ótima e a proximidade entre esses dois últimos são apresentados na Tabela 1.

Os resultados serão comparados com os apresentados no trabalho *Comparação de métodos de computação evolucionária para o problema da mochila multidimensional* Krause,

Instância	Média±DP	Melhor	Solução ótima	Proximidade
PB1	1742±410	2955,5	3090	95%
PB2	1984±330	2957	3186	92%
PB4	78287±4709	94965	95168	99%
PB5	1109±222	2045	2139	95%
PB6	230±70	545	776	70%
PB7	219±70	537	1035	51%

Tabela 1: Resultados das instâncias testadas

Cordeiro e Lopes 2013. Foram utilizados quatro algoritmos para solucionar o problema da mochila multidimensional, sendo eles: Algoritmos Genéticos (AG), uma versão binária da Evolução Diferencial (EDB), o algoritmo Colônia de Abelhas Artificiais (CAA) e o Algoritmo do Morcego (AM). Os resultados são apresentados na Figura 8. A taxa de sucesso apresentada é referente ao número de execuções que resultaram na solução ótima.

AG				EDB		
Instância	Média±DP	Melhor	Sucesso	Média±DP	Melhor	Sucesso
PB1	3036,91±27,23	3090	6,00%	3075,79±12,97	3090	98,00%
PB2	3150,82±32,55	3186	23,00%	3183,76±8,41	3186	100,00%
PB4	91711,67±1421,59	95168	11,00%	94702,39±926,28	95168	48,00%
PB5	2097,60±24,59	2139	8,00%	2132,88±8,16	2139	100,00%
PB6	723,81±17,44	765	0,00%	767,33±13,08	776	45,00%
PB7	965,84±21,64	1000	0,00%	1033,01±2,73	1035	98,00%

CAA				AM		
Instância	Média±DP	Melhor	Sucesso	Média±DP	Melhor	Sucesso
PB1	2982,26±26,05	3026	0,00%	3029,72±34,50	3090	4,00%
PB2	3054,18±31,81	3148,00	0,00%	3109,89±45,49	3186	2,00%
PB4	84941,28±2040,17	89432	0,00%	90828,86±2320,05	95168	9,00%
PB5	2093,73±19,30	2139	3,00%	2086,95±24,00	2139	4,00%
PB6	598,81±32,48	672,00	0,00%	712,94±41,71	776	2,00%
PB7	887,87±29,83	976	0,00%	976,55±36,07	1035	1,00%

Figura 8: Resultados encontrados pelo AG, EDB, CAA e AM

6 Conclusão

Defronte os resultados apresentados, é evidente que esta implementação do ACS não apresentou resultados tão satisfatórios para o MCKP quanto os demais algoritmos, já que não obteve a solução ótima para nenhuma das instâncias avaliadas. O algoritmo, contudo, encontrou resultados muito próximos ao ótimo nas instâncias menores, as que possuem menos mochilas, para as quais obteve soluções com *fitness* no mínimo 92% do valor ótimo, alcançando os 99% na PB4. Observa-se ainda que a média do *fitness* das execuções do ACS, para a maioria das instâncias, pode ser considerada baixa e distante do melhor valor obtido, enquanto as médias dos algoritmos AG, EDB, CAA e AMM estão próximas ao melhor resultado obtido. Os valores de desvio padrão referentes ao ACS também são significativamente maiores que os valores dos demais algoritmos.

Já para a instâncias PB6 e PB7 especialmente, os resultados foram consideravelmente ruins, porém é necessário destacar que estas são as instância que possuem o maior número de mochilas, sendo assim as mais difíceis de todas elas. Além disso, apenas os algoritmos EDB e AM encontraram o valor ótimo em suas execuções nos resultados do artigo de comparação.

Referências

- [1] Paulo Asconavieta, Marco César Goldberg e Elizabeth Ferreira Gouvêa Goldberg. “ALGORITMO EM COLÔNIA DE FORMIGAS COM MULTIFEROMÔNIOS PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CAIXEIRO ALUGADOR”. Em: (2012).
 - [2] Eric Bonabeau et al. *Swarm intelligence: from natural to artificial systems*. 1. Oxford university press, 1999.
 - [3] Simon Goss et al. “Self-organized shortcuts in the Argentine ant”. Em: *Naturwissenschaften* 76.12 (1989), pp. 579–581.
 - [4] Jonas Krause, Jelson André Cordeiro e Heitor Silvério Lopes. “Comparação de métodos de computação evolucionária para o problema da mochila multidimensional”. Em: *Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional* 1 (2013), pp. 87–98.
-