Tarea 1 - José Alberto Raygada Agüero

Parte 1 - Agencia de bienes raíces

A = Evento de vender una casa en más de 90 días
B = Evento de vender una casa en menos de \$50 mil

① $P(A) = \dfrac{\text{Número de eventos de vender una casa en más de 90 días}}{\text{Total de ventas de casas}} = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)}$

$P(A) = \dfrac{220}{800} = 0{,}275$

R/ La probabilidad del evento A = a vender una casa en más de 90 días es de 0,275

② $P(B) = \dfrac{\text{Número de eventos de vender una casa en menos de \$50 mil}}{\text{Total de ventas de casas}} = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)}$

$P(B) = \dfrac{100}{800} = 0{,}125$

R/ La probabilidad del evento B igual a vender una casa en menos de \$50 mil es de 0,125

③ ¿Cuál es la probabilidad de que A y B ocurran juntos?

La Probabilidad conjunta es la probabilidad de que se tome el punto muestral Ai y el punto muestral Bj, y está dada por la fracción de puntos muestrales en la celda celda i,j dividida por la cantidad total de puntos muestrales N y se denota como $P(X = x_i, Y = y_j) = \frac{n_{ij}}{N}$

Por lo tanto la probabilidad de que A y B ocurran juntos se calculará de la siguiente forma:

$$P(A_i \cap B_j) = \frac{10}{800} = 0{,}0125$$

	≤30	31-90	>90	Total
Menos de $50000	50	40	10	100
50000 a 99999	20	150	80	250
100.000 a 149.999	20	280	100	400
Más de 150.000	10	10	30	50
Total	100	480	220	800

P(A) => Probabilidad de vender una casa en mas de 90 días

P(B) => Probabilidad de vender una casa en menos de $50mil

R/ La probabilidad de que el evento A y B ocurran juntos es igual a 0,0125

Parte 1 Agencia de Bienes Raices

④ Si una casa se define que tiene un precio de menos de 50.000 ¿Cuál es la probabilidad que tarde 90 o menos días en venderse?

Fórmula de Bayes:

$$P(H|D) = \frac{P(D|H) \cdot P(H)}{P(D)}$$

D = La casa tiene un precio de menos de 50 mil => B

H = Que la casa se venda en 90 o menos días => A

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$ => Probabilidad de que la casa se venda en 90 o menos días dado que vale menos de \$50 mil.

$$P(B|A) = \frac{50+40}{800} = \boxed{0,1125}$$ => Probabilidad de que la casa valga \$50000 dado que se vende en menos de 90 d.

$$P(A) = \frac{100+480}{800} = \boxed{0,725}$$ => Probabilidad de que una casa se venda en 90 o menos días

$$P(B) = \frac{100}{800} = \boxed{0,125}$$ => Probabilidad de que una casa se venda en menos de \$50.000

$$P(A|B) = \frac{(0,1125) \cdot (0,725)}{0,125} = \boxed{0,6525}$$

R/ Si una casa se define con un precio de menos de \$50.000 tiene una probabilidad del 0,6525 de que se venda en 90 o menos días.

Parte 1 Agencia de Bienes Raices

(5) ¿Se puede considerar que los eventos A y B son independientes?

Si las variables aleatorias A y B son independientes se debe cumplir que la probabilidad conjunta de que $A = a$ y $B = b$ cumpla con:

$$P(A,B) = P(A)\,P(B) \ldots$$

Aplicando la regla de producto que establece que:

$$P(A,B) = P(B/A) \cdot P(A)$$

y habiendo calculado:

$P(A,B) = 0{,}034375$ y

$P(B/A) = 0{,}22$ y

$P(A) = 0{,}275$

y dado que:

$$0{,}034375 = (0{,}22)(0{,}275)$$

$$0{,}034375 \neq 0{,}0605$$

R/ Se concluye que las variables A y B no son independientes.

Tarea No. 1 José Alberto Raygada Aguero

Parte No. 1

2 - Suponga que se debe analizar la relación entre tres variables aleatorias X_1, X_2, X_3, para las cuales se han recabado los siguientes arreglos de $N = 3$ observaciones:

$$h_1 = [3 \quad 15 \quad 21] \qquad \mu_{h_1} = \frac{\Sigma h_1}{n} = \frac{39}{3} = 13$$

$$h_2 = [1 \quad 5 \quad 6] \qquad \mu_{h_2} = \frac{\Sigma h_2}{n} = \frac{12}{3} = 4$$

$$h_3 = [13 \quad 7 \quad 3] \qquad \mu_{h_2} = \frac{\Sigma h_3}{n} = \frac{23}{3} = 7,\overline{66}$$

(2.1) Varianza

$$\sigma_X^2 = Var[X] = E[(X - E[X])^2] \Rightarrow E[X^2] - E[X]^2$$

$$\sigma_X^2 \cong \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \hat{\mu}_x)^2$$

Las observaciones se pueden definir como vectores de longitud igual al número de variables aleatorias:

$$u = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \vec{u}_1 & \vec{u}_2 & \vec{u}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 15 & 21 \\ 1 & 5 & 6 \\ 13 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{x_1}^2 = \frac{1}{3-1}\left((13-3)^2 + (13-15)^2 + (13-21)^2\right)$$

$$\sigma_{x_1}^2 = \frac{1}{2}(100 + 4 + 64) = \frac{168}{2} = \boxed{84}$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{1}{3-1}\left((4-1)^2 + (4-5)^2 + (4-6)^2\right)$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{1}{2}(9 + 1 + 4) = \frac{14}{2} = \boxed{7}$$

$$\sigma_{x_3}^2 = \frac{1}{3-1}\left((7,\overline{66} - 13)^2 + (7,\overline{66} - 7)^2 + (7,\overline{66} - 3)^2\right)$$

$$\sigma_{x_3}^2 = \frac{1}{2}\left(28,\overline{44} + 0,\overline{44} + 21,\overline{77}\right) = \frac{50,\overline{66}}{2} = \boxed{25,\overline{33}}$$

2.2 Calcule la matriz de correlación de Pearson

Se procede a calcular las entradas $\Sigma x_1,x_2$, $\Sigma x_1,x_3$ y $\Sigma x_2,x_3$

$$\Sigma x_1,x_2 = \frac{1}{3-1}\left((13-3)\cdot(4-1) + (13-15)(4-5) + (13-21)\cdot(4-6)\right)$$

$$\Sigma x_1,x_2 = \frac{1}{2}\left(10\cdot 3 + -2\cdot -1 + -8\cdot -2\right) = \frac{48}{2} = \boxed{24}$$

$$\Sigma x_2,x_3 = \frac{1}{3-1}\left((4-1)(7,\overline{66}-13) + (4-5)(7,\overline{66}-7) + (4-6)(7,\overline{66}-3)\right)$$

$$\Sigma x_2,x_3 = \frac{1}{2}\left(3\cdot -5,\overline{33} + -1\cdot 0,\overline{66} + -2\cdot 4,\overline{66}\right) = \frac{-26}{2} = \boxed{-13}$$

$$\Sigma x_3,x_1 = \frac{1}{3-1}\left((4-13)(13-3) + (4-7)(13-15) + (4-3)(13-21)\right)$$

$$\Sigma x_3,x_1 = \frac{1}{2}\left(-9\cdot 10 + -3\cdot -2 + 1\cdot -8\right) = \frac{-92}{2} = \boxed{-46}$$

La matriz de covarianza será entonces:

$$\Sigma = \begin{array}{c|ccc} & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_1 & \frac{168}{2} & \frac{48}{2} & \frac{-92}{2} \\ h_2 & \frac{48}{2} & \frac{14}{2} & \frac{-26}{2} \\ h_3 & \frac{-92}{2} & \frac{-26}{2} & \frac{50,\overline{66}}{2} \end{array} = \begin{array}{c|ccc} & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_1 & 84 & 24 & -46 \\ h_2 & 24 & 7 & -13 \\ h_3 & -46 & -13 & 25,\overline{33} \end{array}$$

Coeficiente de correlación de Pearson

$$\rho_{x_i,x_j} = \frac{cov(x_i,x_j)}{\sigma_{x_i}\sigma_{x_j}}$$

Desviaciones estándar

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\sigma_{x_1}^2} = \sqrt{84} = \boxed{9.16515}$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{\sigma_{x_2}^2} = \sqrt{7} = \boxed{2.64575}$$

$$\sigma_{x_3} = \sqrt{\sigma_{x_3}^2} = \sqrt{25,\overline{33}} = \boxed{5.03322}$$

Parte No 1

2.2 Matriz de correlación de Pearson (... Continua)

$$\rho_{x_1 x_2} = \frac{Cov(x_1, x_2)}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}} = \frac{24}{(9.16)(2,64)} = \frac{24}{24,24871} = \boxed{0,989743}$$

$$\rho_{x_1 x_3} = \frac{cov(x_1, x_3)}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_3}} = \frac{-46}{(9.16)(5.033)} = \frac{-46}{46.13} = \boxed{-0,99718}$$

$$\rho_{x_2 x_3} = \frac{Cov(x_2 x_3)}{\sigma_{x_2}\sigma_{x_3}} = \frac{-13}{(2,64)(5.033)} = \frac{-13}{13,31\bar{6}} = \boxed{-0,97622}$$

$$P = \begin{array}{c|ccc} & h_1 & h_2 & h_3 \\ \hline h_1 & 1 & \frac{24}{24.248} & \frac{-46}{46.13} \\ h_2 & \frac{24}{24.248} & 1 & \frac{-13}{13,31\bar{6}} \\ h_3 & \frac{-46}{46,13} & \frac{-13}{13,31\bar{6}} & 1 \end{array} = \begin{array}{c|ccc} & h_1 & h_2 & h_3 \\ \hline h_1 & 1 & 0,988 & -0,997 \\ h_2 & 0,988 & 1 & -0,976 \\ h_3 & -0,997 & -0,976 & 1 \end{array}$$