Exaktní rovnice

- pozná se tak, že má v zápisu dx a dy
- tvar

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

- (funkce, která je násobena dx je M, druhá, násobená dy je N)

Výpočet

$$\underbrace{(\frac{1}{y} + x)}_{\text{M}} * dx \; - \underbrace{(\frac{x}{y^2})}_{\text{N}} * dy = 0$$

- ověřit, zda se opravdu jedná o exaktní rovnici
  - parciální derivace se musí rovnat

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

  - pokud vztah neplatí, musíme rovnici pronásobit integračním faktorem, poté dostaneme exaktní rovnici
- jakmile vztah platí, můžeme začít počítat:
- chceme nalézt **kmenovou funkci** $F(x,y)$
- zintegrujeme buď funkci M podle x, nebo funkci N podle y (můžeme si vybrat)
- nezapomenut přidat $c(x)$ pokud integrujeme podle y, nebo $c(y)$ pokud integrujeme podle x

$$F(x,y) = \int N dy = \; = \int (-\frac{x}{y^2}) dy = ... = \underline{\underline{\frac{x}{y} + c(x)}}$$

- výsledek dosadíme do následujícího vztahu a potřebujeme **vyjádřit** $c(x)$
- funkci vždy derivujeme podle **opačné proměnné**, než podle které jsme ji integrovali
- na pravou stranu rovnice vždy dosazujeme **tu druhou funkci** (M nebo N), než jsme integrovali

$$\frac{d}{dx} F(x,y) = M$$

$$\frac{d}{dx}(\frac{x}{y} + c(x)) = \frac{1}{y} + x$$

$$...$$

$$c(x) = \underline{\underline{\frac{x^2}{2} + c}} \quad c \in \mathbb{R}$$

- nalezenou funkci $c(x)$ dosadíme do vypočtené funkce $F(x,y)$ z předchozího kroku a máme výsledek

$$F(x,y) = \frac{x}{y} + c(x)$$

$$F(x,y) = \underline{\underline{\frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} + c}} \quad c \in \mathbb{R}$$