
Computação Quântica

Luís Soares Barbosa

Mestrado em Engenharia Física
Universidade do Minho

Folha de Exercícios 2



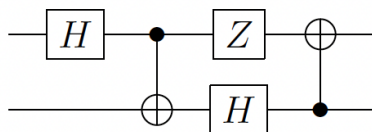
Questão 1

O algoritmo de Deutsch que estudou permite determinar a paridade de dois bits à partida desconhecidos ($f(0)$ e $f(1)$ para $f : \mathbf{2} \rightarrow \mathbf{2}$), i.e., o valor da expressão $f(0) \oplus f(1)$, ou, equivalentemente, se o número de ocorrências de 1 é par ou ímpar.

Suponha que tem uma sequência de n bits $b_0, b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$ e pretende determinar a respectiva paridade recorrendo ao algoritmo de Deutsch. Considere os casos em que n é par ou ímpar. Explique como o poderia fazer e indique quantas consultas à sequência seriam necessárias.

Questão 2

Considere o seguinte circuito



1. Calcule a matriz U correspondente e mostre que é unitária.
2. Desenhe um circuito que corresponda a U^{-1} .

Questão 3

1. Mostre que $\{|++\rangle, |--\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle\}$ é uma base para $\mathcal{C} \otimes \mathcal{C}$ e calcule o efeito de H sobre estes vectores.
2. Explique por que razão

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{b_1, z_1 \in \mathbf{2}} (-1)^{b_1 z_1} |z_1\rangle \langle b_1|$$

3. Qual a representação matricial de $H \otimes H$?
4. Calcule $H \otimes H \otimes H |000\rangle$ e indique quais os possíveis resultados de uma medição do estado resultante e com que probabilidades.
5. Mostre que

$$H^{\otimes n} |b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{z \in 2^n} (-1)^{b \cdot z} |z\rangle$$

Questão 4

O primeiro qubit no estado obtido no final do circuito que implementa o algoritmo de Bernstein-Vazirani, antes de qualquer medição, é

$$\sum_{z \in 2^n} \sum_{z' \in 2^n} (-1)^{z \cdot (s \oplus z')} |z'\rangle$$

Suponha que $n = 3$ e considere um valor z' tal que $z' \neq s$ e $z' \oplus s = 001$. Mostre que a amplitude associada a $|z'\rangle$ é 0.

Questão 5

Instancie o algoritmo de Deutsch-Jozsa para $n = 3$ e analise o seu funcionamento.
