

UNIOESTE
Ciência da Computação

Sistemas Digitais
Conceitos Básicos

Prof. Jorge Habib El Khouri
Prof. Antonio Marcos Hachisuca

2020

Referências Bibliográficas

1. *Digital Fundamentals*, Thomas L. Floyd; Editora: Pearson; Edição: 11; Ano: 2015;
2. *Sistemas Digitais Princípios e Aplicações*, Ronald J. Tocci; Editora: Pearson; Edição: 11; Ano: 2011;
3. *Computer Organization and Design*, David A. Patterson; Editora: Elsevier; Edição: 1; Ano: 2017
4. *Digital Design: Principles and Practices*, John F. Wakerly; Editora: Pearson; Edição: 5; Ano: 2018;
5. *Guide to Assembly Language Programming in Linux*, Sivarama P. Dandamudi; Editora: Springer; Edição: 1; Ano: 2005.

Álgebra Booleana

Valores

$$V = \{0,1\}$$

Variáveis

A, B, CLK, RW, \dots

Operadores

NOT ($\bar{}$), AND (\cdot)

OR ($+$) e XOR(\oplus)

Expressões

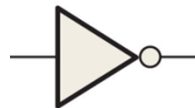
$$X = (A + B) \cdot \bar{C}$$

NOT

A	\bar{A}
0	1
1	0

$$X = \bar{A}$$

$$\bar{\bar{A}} = A$$



AND

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$X = A \cdot B = AB$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$



OR

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$X = A + B$$

$$A + A = A$$

$$A + \bar{A} = 1$$

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$



XOR

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$X = A \oplus B$$

$$A \oplus A = 0$$

$$A \oplus \bar{A} = 1$$

$$A \oplus 0 = A$$

$$A \oplus 1 = \bar{A}$$



NAND

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$X = \overline{A \cdot B}$$

$$X = \overline{AB}$$



NOR

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$X = \overline{A + B}$$



XNOR

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$X = \overline{A \oplus B}$$



Negative-AND

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$X = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$X = \bar{A}\bar{B}$$



Negative-OR

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$X = \bar{A} + \bar{B}$$



Regras Básicas da Álgebra Booleana

Comutativa

$$A + B = B + A$$

$$AB = BA$$

Associativa

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$(AB)C = A(BC)$$

Distributiva

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A + A = A$$

$$A + \bar{A} = 1$$

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

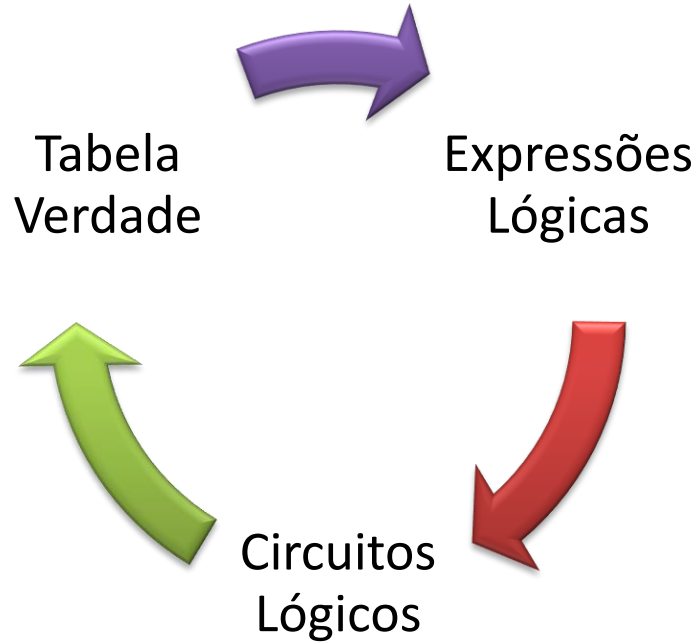
$$\bar{\bar{A}} = A$$

$$A + AB = A$$

$$A + \bar{A}B = A + B$$

$$(A + B)(A + C) = A + BC$$

Transformações entre Representações Lógicas



Expressão Lógica → Tabela Verdade

$$X = (A + B) \cdot \bar{C}$$



2^3 linhas

3 variáveis

A	B	C	$A + B$	\bar{C}	X
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

Técnica alternativa: Desenvolver a expressão de tal forma que suas parcelas fiquem completas com todas as variáveis. Para isto aplicar as diversas regras.

$$X = (A + B) \cdot \bar{C}$$

$$X = A\bar{C} + B\bar{C}$$

$$X = A\bar{C}(B + \bar{B}) + B\bar{C}(A + \bar{A})$$

$$X = A\bar{C}B + A\bar{C}\bar{B} + B\bar{C}A + B\bar{C}\bar{A}$$

$$X = AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$X = AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

Expressão Lógica → Tabela Verdade

$$X = (A + B) \cdot \bar{C}$$



$$X = AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$X = 110 + 100 + 010$$

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>
	0	0	0	0
	0	0	1	0
010	0	1	0	1
	0	1	1	0
100	1	0	0	1
	1	0	1	0
110	1	1	0	1
	1	1	1	0

...continuação

Tabela Verdade \rightarrow Expressão Lógica

Soma dos Produtos - SOP

$$X = f(A, B, C)$$

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

 $\bar{A}B\bar{C}$

 $A\bar{B}\bar{C}$

 $AB\bar{C}$



$$X = \sum (2, 4, 6)$$



$$X = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$$

Tabela Verdade \rightarrow Expressão Lógica

Produto das Somas - POS

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$\Rightarrow A + B + C$$

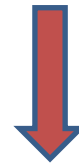
$$\Rightarrow A + B + \bar{C}$$

$$\Rightarrow A + \bar{B} + \bar{C}$$

$$\Rightarrow \bar{A} + B + \bar{C}$$

$$\Rightarrow \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

$$\Rightarrow X = \prod_{(0,1,3,5,7)}$$



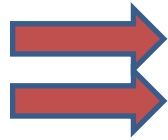
$$X = (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

Soma dos Produtos - SOP

XOR

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>X</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$X = A \oplus B$$

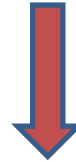


$$\bar{A}B$$

$$A\bar{B}$$



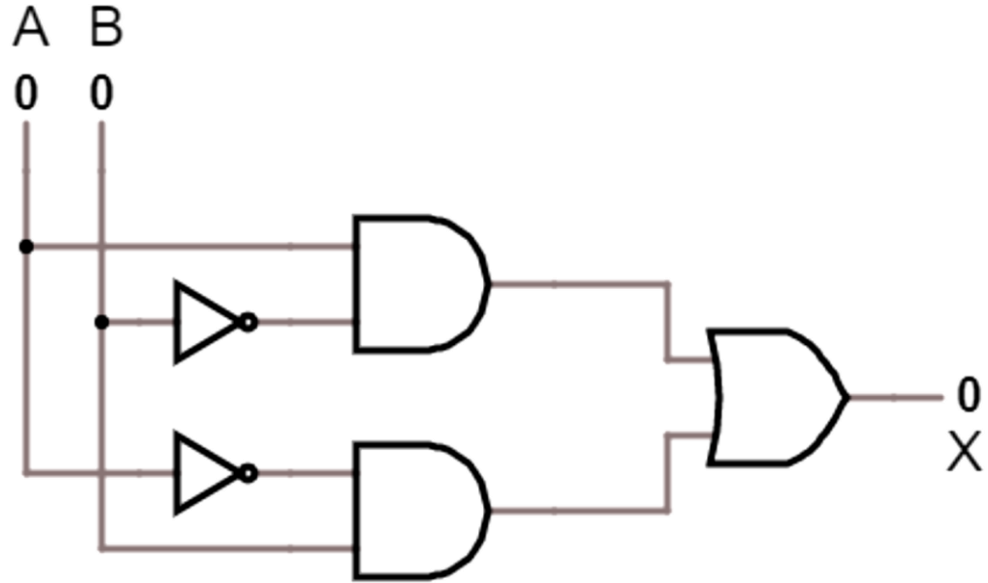
$$X = \sum (1,2)$$



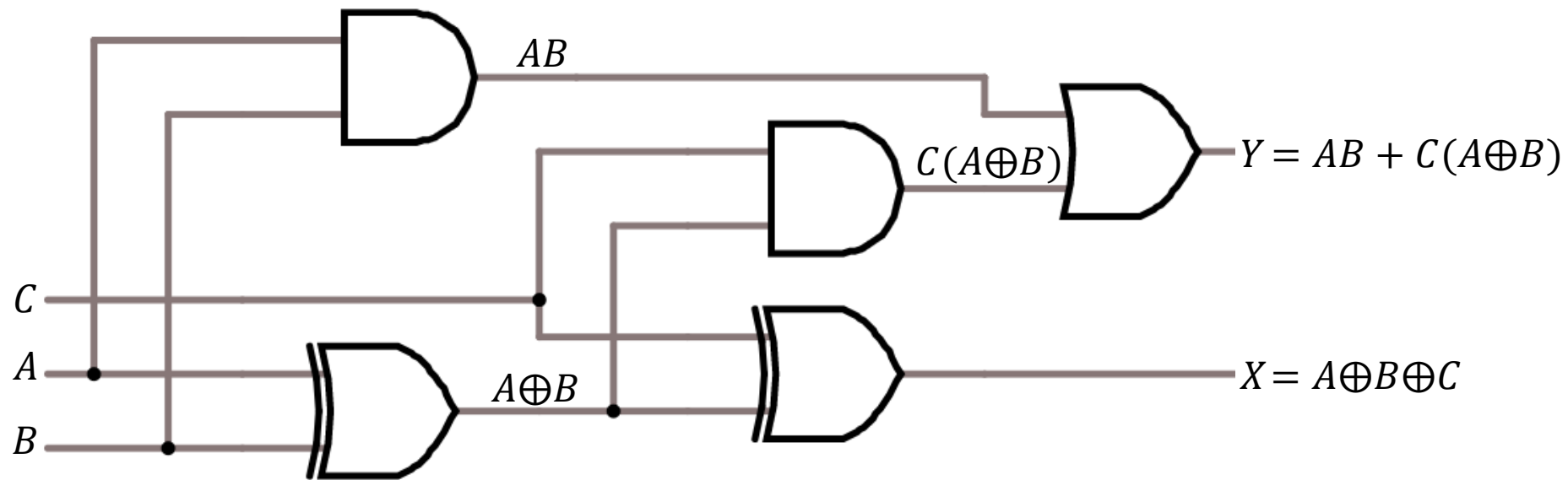
$$X = \bar{A}B + A\bar{B}$$

Exemplo

$$X = \bar{A}B + A\bar{B}$$

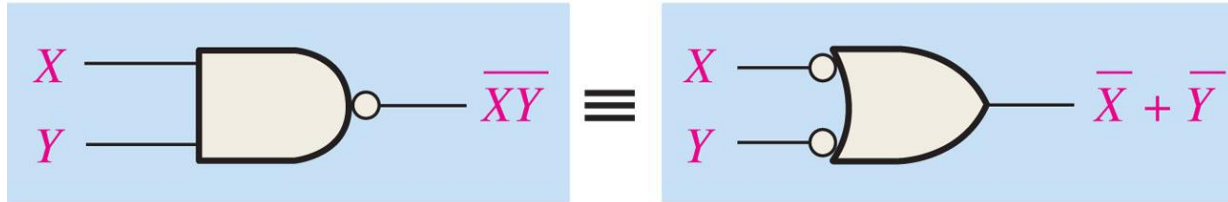


Circuito Lógico → Expressão Lógica



Teorema de DeMorgan

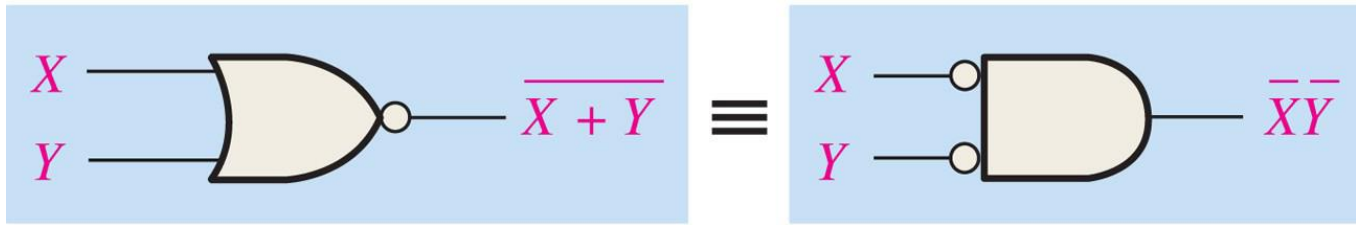
$$\overline{X \cdot Y} = \bar{X} + \bar{Y}$$



NAND

Negative-OR

$$\overline{X + Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$$



NOR

Negative-AND

$$\overline{X \cdot Y \cdot Z \cdot W} = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z} + \bar{W}$$

$$\overline{X + Y + Z + W} = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z} \cdot \bar{W}$$

Exemplo

$$X = \overline{\overline{A + B\bar{C}} + D \cdot (\overline{E + \bar{F}})}$$

$$X = \overline{\overline{(A + B\bar{C})}} \cdot \overline{(D \cdot (\overline{E + \bar{F}}))}$$

$$X = (A + B\bar{C}) \cdot (\bar{D} + \overline{\overline{E + \bar{F}}})$$

$$X = (A + B\bar{C}) \cdot (\bar{D} + E + \bar{F})$$

Exemplo

$$X = A + \bar{A}B$$



$$X = A + B$$

$$X = A(B + 1) + \bar{A}B$$

$$X = AB + AA + A\bar{A} + \bar{A}B$$

$$X = AB + A + \bar{A}B$$

$$X = A(A + B) + \bar{A}(A + B)$$

$$X = AB + AA + \bar{A}B$$

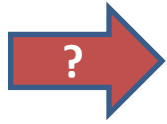
$$X = (A + B)(\bar{A} + A)$$

$$X = (A + B)(1)$$

$$X = A + B$$

Exemplo

$$X = (A + B) \cdot \bar{C}$$



$$X = AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$X = A\bar{C}(B + \bar{B}) + \bar{A}B\bar{C}$$

$$X = A\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$X = \bar{C}(A + \bar{A}B)$$

$$X = \bar{C}(A + B)$$

$$X = (A + B) \cdot \bar{C}$$

Trabalho:

- *Formar grupos de 4 ou 5 alunos;*
- *Cada equipe fará uma aula, apresentação ou palestra sobre alguma ferramenta para elaboração de circuitos digitais:*
 - *Circuitjs, logisim, multsim, TinkerCad , circuits cloud, outros...*
- *A apresentação deverá abordar pelo menos os seguintes tópicos:*
 - *Visão geral dos recursos da ferramenta;*
 - *Exemplo de aplicação: dinâmica para construção de circuitos;*
 - *Expor dois circuitos problemas, com suas respectivas funções lógicas e tabelas verdade, com as seguintes características*
 - *1 Simples: até 4 portas lógicas;*
 - *1 Médio: acima de 5 portas lógicas, com pelo menos 1 fonte, 1 resistor e 1 led;*
- *Tempo de 20 a 30 min.*