

文章编号:1004-3918(2024)08-1093-09

收益率服从 q -高斯分布的二叉树期权定价模型及实证分析

任芳玲, 刘 龙

(延安大学 数学与计算机科学学院, 陕西 延安 716000)

摘 要: 以股票价格收益率服从 q -高斯分布为基础,使用二叉树定价方法,得到收益率符合 q -高斯分布的新型二叉树期权定价模型及数值解法;以部分2023年中证1000和上证50的股指期货价格数据为样本,利用MATLAB进行参数估计、模拟计算股指期货看涨期权价格,并进行图像拟合;最后,对一般二叉树模型、新型二叉树模型所求价格与实际期权价格进行比较,得出收益率服从 q -高斯分布的新型二叉树期权定价模型更优的结论,为收益率具有尖峰厚尾特征的相关股指期货定价问题提供了一定的方法和依据。

关键词: q -高斯分布; 二叉树方法; 期权定价; 参数估计

中图分类号: O29; F830.9 **文献标识码:** A

Binary Tree Option Pricing Model with q -Gaussian Distribution of Return and Empirical Analysis

REN Fangling, LIU Long

(College of Mathematics and Computer Science, Yan'an University, Yan'an 716000, Shaanxi China)

Abstract: Firstly, based on the q -Gaussian distribution of stock price returns, a new binary tree option pricing model and numerical solution with q -Gaussian distribution of returns are obtained by using the binary tree pricing method. Secondly, using partial stock index option price data of CSI 1000 and SSE 50 in 2023 as samples, MATLAB is used for parameter estimation, simulation calculation of stock index option call option prices, and image fitting. Finally, by comparing the prices obtained by the general binary tree model and the new binary tree model with the actual option prices, it is concluded that the new binary tree option pricing model with a q -Gaussian distribution of returns is better. This study provides a certain method and basis for the pricing problem of stock index options with sharp peaks and thick tails of returns.

Key words: q -Gaussian distribution; binary tree method; option pricing; parameter estimation

Black 和 Scholes 首次采用几何布朗运动刻画金融资产价格变动,即 B-S 模型,此模型成为之后学者们研究资产价格变动的基础,极大地推动了对期权定价问题的研究。随着学者对金融资产的研究愈加深入,此模型的某些基础条件愈发不符合实际金融资产的变化规律,例如实际金融市场中,有大量期权的股票价格收益率具有尖峰厚尾性的特征,正态分布并不能很好地刻画收益率的这种特征。

1988 年, Tsallis 构建出 Tsallis 熵,并以之为基础建立了非广延统计理论。Bercher^[1]基于 B-G 熵最大化原理对 Tsallis 熵做最大化处理,得到 q -分布。之后, q -分布被广泛应用于各种实际问题^[2-4]。 q -高斯分布

收稿日期: 2024-01-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(12261089); 陕西省科技厅自然科学基金项目(2022JQ-741)

作者简介: 任芳玲(1984-), 女, 副教授, 硕士生导师, 硕士, 主要研究方向为金融数学和统计分析

刘 龙(2000-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为金融数学和统计分析

是 q -分布中的一员,可以看成高斯分布的推广. Ishizaki和Inoue^[5]发现 q -高斯分布具有尖峰厚尾性,能够更准确地拟合股票收益率的分布.近年来, q -高斯分布得到许多国内外学者的关注和应用^[6-8].刘君等^[9-10]将 q -高斯分布应用于投资组合,给出更合理的投资比例.汪琼枝和赵攀^[11]得出了 q -高斯分布的VaR计算方法,熊聘^[12]给出 q -高斯分布在期权定价中的相关应用.刘利敏等^[13-14]给出基于 q -高斯过程的一些期权定价方法.

但上述研究均未给出 q -高斯分布在二叉树期权定价模型中的数值解法.二叉树期权定价法是常用的期权定价数值解法^[15-19],在风险中性条件下,通过 Δt 对冲原理,计算资产价格上升和下降的概率以及幅度来反推期权的价格.二叉树期权定价法操作简单,定价准确,得到许多研究者的青睐.本文结合 q -高斯分布的特征、相关性质和参数估计法,构建收益率分布符合 q -高斯分布的新型二叉树期权定价模型,并以2023年中证1000和上证50股指期货的部分实际交易数据为实例,用MATLAB程序进行一般二叉树模型和新型二叉树模型下的看涨期权价格模拟计算,并与实际交易数据比较,结果表明,收益率分布服从 q -高斯分布的二叉树期权定价模型可以更准确地对中证1000和上证50股指期货进行定价,为收益率分布特征符合 q -高斯分布的股指期货定价问题提供了一种新思路.

1 高斯概述

1.1 q -高斯分布及定价方法概述

不同研究表明, q -高斯分布的密度函数可以由多种方法推导出来,如马尔科夫转换模型、带有卡方分布的高斯处理过程、有噪声的线性随机微分方程、Beck模型等^[11].本文从Beck模型角度推导 q -高斯分布的表达式,过程如下.

1) Tsallis熵的定义^[11]:

$$S_q[p] = \frac{1}{q-1} \left[1 - \int p(x)^q dx \right], \quad q > 1. \quad (1)$$

Tsallis熵是一种非广延熵,式中 q 为非广延参数, $p(x)$ 为概率密度函数. $q > 1$ 时,Tsallis熵具有非广延性; $q \rightarrow 1$ 时,Tsallis熵则会退化为Boltzmann-Gibbs熵.

2) Beck模型^[11]:

$$\frac{du(t)}{dt} = -\gamma u(t) + \sigma \eta(t). \quad (2)$$

式中: γ 为摩擦系数; σ 是 $\eta(t)$ 的权重; $\eta(t)$ 为高斯白噪声; $\beta = \gamma/\sigma^2$,且 β 服从Gamma分布.Beck模型描述粒子的运动具有统计反馈性,在刻画具有长程记忆性及分数维耗散系统中粒子的运动规律上表现很好.满足正则性条件的Tsallis熵最大化时的密度函数就是 q -高斯分布的概率密度函数.

3) 一元 q -高斯分布^[9]的概率密度函数:

$$P(x) = \frac{1}{z(\beta)} \left[1 + \beta(q-1)x^2 \right]^{\frac{1}{1-q}}. \quad (3)$$

式中: $z(\beta) = [\beta(q-1)]^{-\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{q-1}\right)}, 1 < q < \frac{5}{3}$, $\Gamma(\cdot)$ 为Gamma函数.

该函数是Beck模型方程的解,因此它能刻画粒子因长期记忆产生的“尖峰厚尾”现象.其中的 q 为Tsallis熵的非广延系数,当 $q \rightarrow 1$ 时,此密度函数就成为高斯分布,故被称为 q -高斯分布或Tsallis熵分布.当 $q > 1$ 时,它具有幂率尾部性质和“尖峰厚尾”特征.

1.2 一元 q -高斯分布的数字特征

1) $q > 1$ 时,一元 q -高斯分布随机变量 X 的均值为^[9]

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \frac{1}{z(\beta)} \left[1 + \beta(q-1)x^2 \right]^{\frac{1}{1-q}} dx = 0. \quad (4)$$

2) 二阶矩为

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \frac{1}{z(\beta)} [1 + \beta(q-1)x^2]^{\frac{1}{1-q}} dx = \int_1^{+\infty} \frac{1}{\beta(q-1)B\left(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)} y^{\frac{1}{1-q}} (y-1)^{\frac{1}{2}} dy =$$

$$\frac{1}{\beta(q-1)B\left(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)} \int_0^1 t^{\frac{1}{q-1} - \frac{5}{2}} (1-t)^{\frac{1}{2}} dt = \frac{1}{(5-3q)\beta}. \quad (5)$$

故方差 $D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{1}{(5-3q)\beta}. \quad (6)$

3) $2k$ 阶矩为

$$E(X^{2k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{(q-1)\beta}}{B\left(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)} [1 + \beta(q-1)x^2]^{\frac{1}{1-q}} x^{2k} dx = \frac{B\left(\frac{1}{q-1} - k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)}{B\left(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) [\beta(q-1)]^k}. \quad (7)$$

1.3 q -高斯分布的参数估计

以矩估方法给出一元 q -高斯分布概率密度函数的参数估计.

1) 计算随机变量 y 的二阶矩和四阶矩

二阶矩: $A_2 = \frac{1}{n} \sum_j y_j^2; \quad (8)$

四阶矩: $A_4 = \frac{1}{n} \sum_j y_j^4. \quad (9)$

2) $q > 1$ 时, 由式(6)和式(7)得到方程

$$\begin{cases} \frac{1}{(5-3q)\beta} = A_2, \\ \frac{B\left(\frac{1}{q-1} - \frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)}{B\left(\frac{1}{q-1}, \frac{1}{2}\right) [\beta(q-1)]^{\frac{3}{2}}} = A_4. \end{cases} \quad (10)$$

解上述方程得到 q 和 β 的参数估计

$$\begin{cases} \hat{q} = \frac{15(A_2)^2 - 7A_4}{9(A_2)^2 - 5A_4}, \\ \hat{\beta} = \frac{1}{A_2(5-3q)}. \end{cases} \quad (11)$$

类似的, 当 $q < 1$ 时, q 和 β 数估计为

$$\begin{cases} \hat{q} = \frac{3A_2^2 - 7A_4}{3A_2^2 - 5A_4}, \\ \hat{\beta} = \frac{1}{A_2(5-3q)}. \end{cases} \quad (12)$$

1.4 二叉树期权定价方法

假设股票价格在某一时刻只可能有上升和下降两种变动, 上升的幅度 $u > 1$, 下降的幅度 $d < 1$, 则在到

期日时期权价格就只会有两种结果. 如一支不考虑红利的欧式看涨期权, 将期权的有效期限分为 m 段, 每段时间长度为 Δt , f_{ij} 表示在 $i\Delta t$ 时第 j 个结点的欧式期权值, $0 < i < m, 0 < j < i$. 在 (i, j) 处的股票价格 S_{ij} 等于 $Su^j d^{i-j}$, 那么欧式看涨期权的价值为

$$f_{ij} = \max(Su^i d^{i-j} - K, 0), \quad j = 0, 1, \dots, m. \quad (13)$$

假设结点 (i, j) 从 $i\Delta t$ 时刻向 $(i+1)\Delta t$ 时刻变化时, 资产价格上涨的概率为 p , 得到结点 $(i+1, j)$, 资产价格下降的概率为 $1-p$, 得到结点 $(i+1, j+1)$. 根据风险中性定价公式有

$$f_{ij} = e^{-r\Delta t} [pf_{i+1, j} + (1-p)f_{i+1, j+1}], \quad 0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq i. \quad (14)$$

在期权价格公式(13)和(14)中, 3个重要参数 p, u, d 要预先合理确定出来. 目前普遍的二叉树参数确定模型为

$$a = e^{r\Delta t}, \quad p = \frac{a-d}{u-d}, \quad u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = \frac{1}{u}. \quad (15)$$

2 模型建立

当股票价格 S 的对数收益率符合 q -高斯分布时, 其价格遵从以下关系式^[12]:

$$dS = (\mu + \frac{\sigma^2}{2} P_q^{1-q})Sdt + \sigma Sd\Omega. \quad (16)$$

式中: μ 是股票价格的期望漂移率或预期收益率; σ 是股票价格波动率; Ω 是非高斯噪声, 且服从以下随机过程

$$d\Omega = P_q(\Omega)^{\frac{1-q}{2}} d\omega. \quad (17)$$

式中: P_q 表示 q -高斯分布; ω 表示零均值高斯白噪声.

设股票价格 S 经过 Δt 时间后分别以概率 p 和 $1-p$ 随机移动到 Su 和 Sd 中, 根据风险中性假设, Δt 时间后的股票价格期望是 $Se^{r\Delta t}$, 因此便有:

$$Se^{r\Delta t} = pSu + (1-p)Sd. \quad (18)$$

公式(16)的离散形式为

$$\Delta S = (\mu + \frac{\sigma^2}{2} P^{1-q})S\Delta t + \sigma SP^{\frac{1-q}{2}} \Phi \sqrt{\Delta t}. \quad (19)$$

已知 q -高斯分布的方差为 $\frac{1}{\beta(5-3q)}$, 即

$$D(X) = D(P^{\frac{1-q}{2}}) = \frac{1}{\beta(5-3q)}. \quad (20)$$

P^{1-q} 方差等于 $E(X^4) - [E(X^2)]^2$, 结果记为 m , 据 q -高斯分布的 $2k$ 阶矩可得:

$$m = \frac{B\left(\frac{1}{q-1} - \frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)}{B\left(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) [\beta(q-1)]^2} - \left(\frac{1}{\beta(5-3q)}\right)^2. \quad (21)$$

在 Δt 时间后股票价格 $S_1 = S + \Delta S$ 的方差为:

$$\text{Var}(S_1) = \text{Var}\left[S + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2} P^{1-q}\right)S\Delta t + \sigma SP^{\frac{1-q}{2}} \Phi \sqrt{\Delta t}\right] = \left(\frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)}\right) S^2. \quad (22)$$

又根据方差的定义, 有:

$$\text{Var}(S_1) = E(S_1^2) - (ES_1)^2 = pS^2u^2 + (1-p)S^2d^2 - (Se^{r\Delta t})^2. \quad (23)$$

结合以上, 可得:

$$\left[\frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)} \right] S^2 = pS^2u^2 + (1-p)S^2d^2 - (Se^{r\Delta t})^2 q. \quad (24)$$

令 $a = e^{r\Delta t}$, (18) 和 (24) 两式则变为:

$$pu + (1-p)d = a; \quad (25)$$

$$pu^2 + (1-p)d^2 = \left[\frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)} \right] + a^2. \quad (26)$$

方便下文计算, 记 $z = \frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)}$.

要想确定 p, u, d 三者之间的关系, 除上述两条关系之外仍需一个条件. 一些研究者使用的条件是 $u = \frac{1}{d}$, 然后忽略关于 Δt 的高阶小项, 进而得出 p 和 d 的值.

但是 $u = \frac{1}{d}$ 并不是唯一合理的可选条件, 当波动率 σ 很小时, 仍按照上述条件的结果可能产生负的或大于 1 的概率, 接下来使用随机误差校正法来计算这 3 个参数.

将式 (25) 带入式 (26) 中, 得到

$$z = p(u^2 - d^2) - (a^2 - d^2) = \frac{a-d}{u-d}(u^2 - d^2) - (a^2 - d^2) = (a-d)(u-a). \quad (27)$$

由此可得:

$$d = a - \frac{z}{u-a}, \quad p = \frac{a-d}{u-d}, \quad a = e^{r\Delta t}. \quad (28)$$

由此可知确定了 u 的值, 即可将 p 和 d 表示出来.

3 参数估计

3.1 u 和 d 的估计

因为 u 表示的是在 Δt 时间段内股票价格上升的比率, 将 u 视为一个随机变量, 则其期望值为

$$E(u) = E\left(\frac{S + \Delta S}{S}\right) = \frac{1}{S} Se^{r\Delta t} = e^{r\Delta t}. \quad (29)$$

又根据股票价格式 (26) 有

$$u = \frac{S + \Delta S}{S} = 1 + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2} P^{1-q} \right) S \Delta t + \sigma S P^{\frac{1-q}{2}} \Phi \sqrt{\Delta t}, \quad (30)$$

则 u 的方差 $\sigma^2(u) = \text{Var}\left(\frac{S + \Delta S}{S}\right) = \frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)}$. 从误差校正的角度考虑, 标准差 $\sigma(u)$ 可以看成它离开平均值 $E(u)$ 的偏离程度, 则 u 的一个合理取值应是 $u = E(u) \pm \sigma(u)$. 考虑到 $0 \leq p \leq 1$, 又由于式 (27) 可以得到 $u \geq a = E(u)$, 所以 u 的合理取值为 $u = E(u) + \sigma(u) = e^{r\Delta t} + \sqrt{\left(\frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)} \right)}$, 带入式 (23) 中得到:

$$p = \frac{1}{2}, \quad u = a + \sqrt{\frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)}}, \quad d = a - \sqrt{\frac{\sigma^4 m \Delta t^2}{4} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{\beta(5-3q)}}. \quad (31)$$

这个结果中 $p = \frac{1}{2}$ 是比较合理的,即股票价格的上升与下降的概率是相同的.

3.2 q 和 β 的估计

根据矩估计法,按照式(11),设计 MATLAB 语言,通过实际金融市场期权交易数据估计出参数 q 和 β 的值.

3.3 波动率 σ 的估计

以实际数据来估计股票价格的波动率,使用固定区间内的数据,作如下定义: $n+1$ 为观测次数; S_i 为第 i 个时间区间末的股票价格($i = 0,1,\cdots,n$); τ 为时间区间的长度,以年为单位.

令

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right), \quad i = 1,2,\cdots,n.$$

(32)

u_i 标准差的估计值 s 为

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2},$$

(33)

或

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i\right)^2}.$$

(34)

式中: \bar{u} 为 u_i 的均值. 波动率 σ 的估计值为 $\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$.

4 实证分析

选取中证1000自2023年1月3日到2023年9月28日共182个交易数据,上证50自2023年6月1日到9月28日共84个交易数据,以股票收盘价作为标的资产价格(数据来源于中证指数官网:<https://www.csindex.com.cn>),部分数据整理见表1.

表1 中证1000和上证50的部分交易数据

Tab.1 Some trading data of CSI 1000 and SSE 50

中证1000		上证50	
时间	交易数据	时间	交易数据
2023-01-03	6 423.70	2023-06-01	2 500.34
2023-01-04	6 421.28	2023-06-02	2 543.58
2023-01-05	6 485.47	2023-06-05	2 528.40
⋮	⋮	⋮	⋮
2023-09-27	6 034.06	2023-09-27	2 520.14
2023-09-28	6 078.94	2023-09-28	2 507.09

4.1 数据的正态性检验

将表1数据导入SPSS中,分析得出表2和图1、图2.

从表2可知,中证1000股票的峰度是3.63,上证50股票的峰度是4.34,大于标准正态分布的峰度值3,说明此股票收益率不符合标准正态分布.同时由K-S检验和Q-Q图的结果也说明两只股票的收益率分布不服从正态分布.

4.2 模型参数的确定

无风险利率取自中国外汇交易中心发布的

表2 中证1000和上证50收益率的数据统计量

Tab.2 Statistics on the returns of CSI 1000 and SSE 50

统计量	中证1000	上证50
均值	-0.000 305	0.000 325
中值	0.000 542	-0.001 019
标准差	0.009 118	0.009 294
偏度	-0.332 639	0.823 304
峰度	3.630 215	4.384 529
极大值	0.031 023	0.030 859
极小值	-0.027 720	-0.023 293
K-S检验	0.002 137	0.000 727
有效样本/个	181	83

2023年1年期存款基础利率1.50%,即 $r=1.5\%$,初始价格取期权有效期中第一天的收盘价,执行价格数据取自中证指数官网. 由MATLAB计算出其余各参数,得出结果见表3.

绘制出收益率分布的直方图,并用正态分布和 q -高斯分布拟合股票的收益率分布(图3和图4).

从图中可以看出, q -高斯分布的拟合曲线比高斯曲线具有更高的峰和更厚的尾,更接近收益率数据的实际分布,说明用 q -高斯分布来拟合收益率分布效果更好.

表3 中证1000与上证50的参数结果

Tab.3 Parameter results of CSI 1000 and SSE 50

参数	中证1000	上证50
σ	0.145	0.148
u	1.001	1.001
d	0.999	0.999
q	1.144	1.215
β	7701	8650
T	181/252	83/252
N	200	200
S_0	6 423.700	2 500.340

注: T 为时间(单位:年); N 为步数.

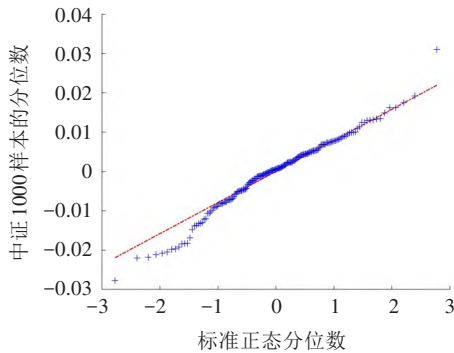


图1 中证1000收益率的正态Q-Q图

Fig.1 Normal Q-Q chart of the return rate of CSI 1000

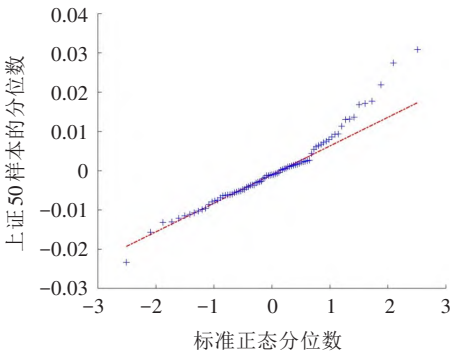


图2 上证50收益率的正态Q-Q图

Fig.2 Normal Q-Q chart of the return rate of SSE 50

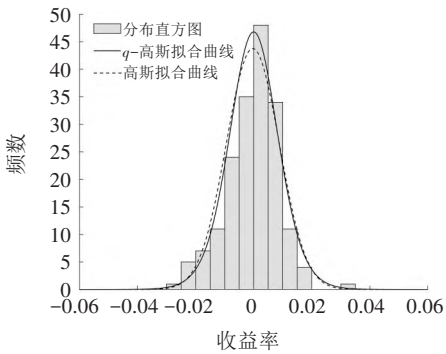


图3 中证1000收益率分布直方图及拟合曲线

Fig.3 Yield distribution histogram and fitting curves of CSI 1000

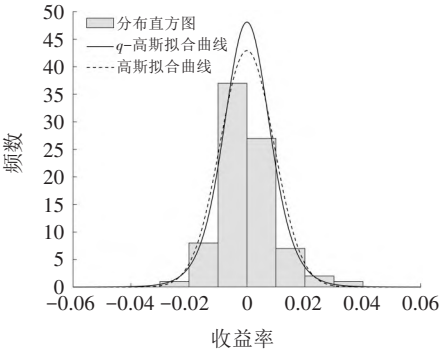


图4 上证50收益率分布直方图及拟合曲线

Fig.4 Yield distribution histogram and fitting curves of SSE 50

4.3 模型的计算与分析

在不同执行价格下,利用MATLAB计算出新型二叉树模型(记为模型1)和一般二叉树模型(记为模型2)下的看涨期权价格,最后将计算结果和中证官网查询的实际期权价格进行比较. 比较结果见表4、表5,和图5、图6(图中新模型结果、一般二叉树结果和实际结果均为期权价格).

从表4和表5可以看出,收益率服从 q -高斯分布的二叉树期权定价结果优于一般二叉树期权定价结果,精度有所提高. 在中证1000股指期权的实证模拟中,二叉树期权定价结果的平均误差由22.96%的降低至15.57%,在上证50股指期权的实证模拟中,二叉树期权定价结果的平均误差由15.95%降低至8.07%. 图5和图6也可以直观地看出二者与实际价格之间的差距. 这表明收益率分布服从 q -高斯分布的二叉树期权定价模型能够更好地对相关股指期权进行定价.

表4 不同执行价格、不同模型下中证1000的期权价格与实际价格对比

Tab.4 The comparison of option price and actual price of CSI 1000 under different strike prices and different models

执行价格	实际价格/元	模型1		模型2	
		价格/元	误差/%	价格/元	误差/%
5200	1 060.60	1 279.42	20.63	1 289.16	21.55
5400	870.80	1 081.57	24.20	1 102.28	26.58
5600	740.80	883.71	19.29	924.05	24.74
5800	621.80	685.85	10.30	757.72	21.86
6000	505.20	488.00	3.40	606.55	20.06

注:执行价格单位为指数点。

表5 不同执行价格、不同模型下上证50的期权价格与实际价格对比

Tab.5 The comparison of option price and actual price of SSE 50 under different strike prices and different models

执行价格	实际价格/元	模型1		模型2	
		价格/元	误差/%	价格/元	误差/%
2200	270.80	311.18	14.91	316.12	16.74
2250	233.80	261.43	11.82	270.45	15.68
2300	211.20	211.68	0.23	227.09	7.52
2350	156.80	161.92	3.27	186.92	19.21
2400	124.80	112.17	10.12	150.53	20.62

注:执行价格单位为指数点。

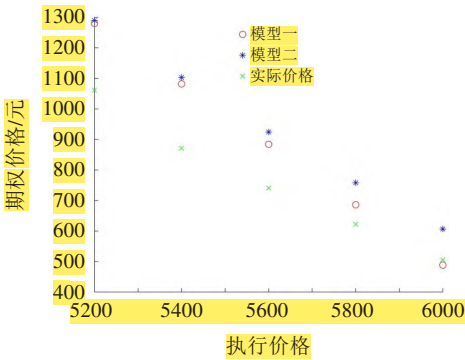


图5 中证1000模型价格与实际价格散点图

Fig.5 Scatter chart of model prices and actual price of CSI 1000

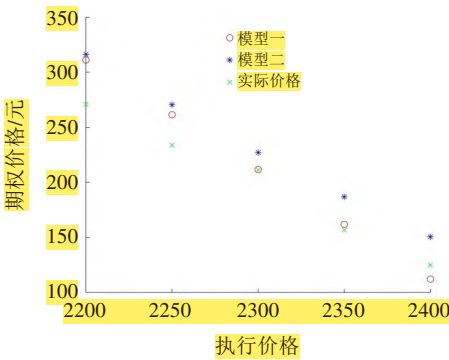


图6 上证50模型价格与实际价格散点图

Fig.6 Scatter chart of model prices and actual price of SSE 50

5 结论

用 q -高斯分布的数字特征和相关参数的估计方法,推导出在收益率服从 q -高斯分布下,新型二叉树模型中参数的计算公式,得到了收益率服从 q -高斯分布的二叉树期权定价模型。采用2023年中证1000和上证50股指期货的部分实际交易数据,进行参数计算和实证分析,将新模型的期权定价结果与一般二叉树模型的定价结果作比较,对比分析发现收益率分布服从 q -高斯分布的二叉树期权定价模型,可以更准确、便捷地对中证1000和上证50股指期货进行定价。由此可为更多收益率分布满足尖峰厚尾特征的股指期货定价提供可行的数值计算方法,为实际股票市场的分析研究提供一定的数据支持和参考依据。

参考文献:

[1] BERCHER J F. Tsallis distribution as a standard maximum entropy solution with ‘tail’ constraint[J]. Physics Letters A, 2008, 372(35):5657-5659.

- [2] VAMVAKARI M. On multivariate discrete q -Distributions—a multivariate q -Cauchy's formula[J]. Communications in Statistics—Theory and Methods, 2020, 49(24): 6080–6095.
- [3] ABBASZADEH T, ZAHED H. Investigation of dust ion-acoustic wave dispersion properties in the dusty plasma with q -distribution[J]. Plasma Research Express, 2021, 3(2): 025012.
- [4] WITKOVSKÝ V. Characteristic function of the tsallis q -Gaussian and its applications in measurement and metrology[J]. Metrology, 2023, 3(2): 222–236.
- [5] ISHIZAKI R, INOUE M. Time-series analysis of foreign exchange rates using time-dependent pattern entropy[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2013, 392(16): 3344–3350.
- [6] BEN MRAD O, MASMOUDI A, SLAUI Y. The discrete q -Gaussian distribution $N_q(\mu, \sigma^2)$: Properties and parameters estimation[J]. Physics Letters A, 2024, 493: 129249.
- [7] KHANDALE K Y, TAKALE P T, PATIL S S, et al. Role of uniform and exponential density profiles on propagation dynamics of q -Gaussian laser beams in underdense collisional plasma[J]. Journal of Optics, 2024, 53(3): 2212–2218.
- [8] 彭国民, 刘展. 基于 q -高斯分布和零阶最小熵正则化的三维重力聚焦反演[J]. 地球物理学报, 2022, 65(5): 1866–1882.
- [9] 刘君. 多元 q -高斯分布在投资组合模型中的应用[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2012.
- [10] 刘遵雄, 刘江伟, 郑淑娟, 等. 基于 q -高斯分布的投资组合实证分析[J]. 统计与信息论坛, 2014, 29(5): 20–25.
- [11] 汪琼枝, 赵攀. 一种 q -高斯分布的 VaR 计算方法[J]. 淮海工学院学报(自然科学版), 2019, 28(1): 18–21.
- [12] 熊婷. q -分布理论及其在期权定价中的应用[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2012.
- [13] 刘利敏, 闫钰蕾. 基于 q -高斯过程下的带红利欧式期权定价[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2023, 51(3): 90–96.
- [14] 崔莹莹. q -高斯过程的统计性质及其在期权定价中的应用[D]. 新乡: 河南师范大学, 2020.
- [15] 宫文秀, 许作良. 基于二叉树与三叉树期权定价的交替树图方法[J]. 系统科学与数学, 2021, 41(12): 3478–3499.
- [16] 邱明雪. Vasicek 模型下利率期权定价的二叉树方法研究[D]. 贵阳: 贵州民族大学, 2020.
- [17] HE T, COOLEN F P A, COOLEN-MATURI T. Nonparametric predictive inference for European option pricing based on the binomial tree model[J]. Journal of the Operational Research Society, 2019, 70(10): 1692–1708.
- [18] XU W J, LIU G F, YU X J. A binomial tree approach to pricing vulnerable option in a vague world[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2018, 26(1): 143–162.
- [19] 耿庆峰, 叶彬莹. 我国沪深300ETF 期权定价有效性实证分析[J]. 金融理论与教学, 2023(4): 1–9.

(编辑 孟兰琳)