

磁致伸缩现象的本质在于应变与磁化强度的依赖关系

特别是 Terfenol 型材料具有巨大磁致伸缩效应

但是磁致伸缩材料存在磁滞现象，给精细定位应用带来了挑战。  
如果可以预测磁滞现象就可以设计驱动器控制器来校正这些效应。  
所以引入本文要提到的 - 磁致伸缩磁滞的数学模型。

介绍了今年来比较经典的 Preisach 模型，这个模型可以模拟磁化强度随磁场变化而产生的磁滞行为。但是磁致伸缩材料的磁滞行为与**磁场和应力**两个变量的变化密切相关。  
引出构建具有两个输入变量的 Preisach 模型的问题。

首先考虑一种磁滞非线性模型「hysteresis nonlinearity」，模型可以用两个输入  $u(t)$  和  $v(t)$  以及一个输出  $f(t)$  来表征。  
在磁致伸缩应用中， $u(t)$  是磁场「magnetic field」， $v(t)$  是应力「stress」， $f(t)$  是应变「strain」。

$$\begin{aligned} f(t) = & \int_{\alpha \geq \beta} \int \mu(\alpha, \beta, v(t)) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta \\ & + \int_{\alpha \geq \beta} \int v(\alpha, \beta, u(t)) \gamma_{\alpha\beta} v(t) d\alpha d\beta. \end{aligned} \quad (1)$$

上述模型中  $\mu$  依赖于  $v(t)$ ， $v$  依赖于  $u(t)$ ，反映了两个输入的交叉耦合。

模型(1)由于可以等价表示为具有移动支撑「moving supports」的  $\mu(\alpha, \beta, v(t))$  和  $v(\alpha, \beta, u(t))$  模型而大大简化。

为了得到这种表示，引入集合  $R_{u(t)}$  和  $R_{v(t)}$ ，定义为

$$\begin{aligned} (\alpha, \beta) & \in R_{u(t)} \text{ if } \beta_0 \leq \beta \leq u(t) \leq \alpha \leq \alpha_0, \\ (\alpha, \beta) & \in R_{v(t)} \text{ if } \beta_0 \leq \beta \leq v(t) \leq \alpha \leq \alpha_0 \end{aligned}$$

考虑负饱和状态「negative saturation」然后输入单调增加「monotonic increase」直到  $u(t)$  和  $v(t)$  达到某些值。

令  $f_{u(t)v(t)}^+$  作为由此产生的输出值「resulting output value」。

同理从正饱和「positive saturation」开始可以定义  $f_{u(t)v(t)}^-$ 。

变换模型(1)可以得到

$$\begin{aligned}
f(t) = & \int_{R_{u(t)}} \int \mu(\alpha, \beta, v(t)) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta \\
& + \int_{R_{v(t)}} \int v(\alpha, \beta, u(t)) \gamma_{\alpha\beta} v(t) d\alpha d\beta \\
& + \frac{1}{2} (f_{u(t)v(t)}^+ + f_{u(t)v(t)}^-).
\end{aligned} \tag{2}$$

模型(2)有两个特征属性:

1. 消去特性「Wiping-out property」

模型(2)仅存储  $u(t)$  和  $v(t)$  过去主导极值的交替序列, 而所有其他过去的极值均被消去。

2. 等长竖线特性「Property of equal vertical chords」

『疑问 - 什么是次级滞后环? 这里的相等竖线指的是什么?』

对于相同的固定  $v$  值, 所有对应于相同连续  $u(t)$  极值的次级滞后环「minor hysteretic loops」都具有相等的竖线, 无论  $u(t)$  和  $v(t)$  过去的变化历史如何。

对于任何固定的  $u$  值, 由  $v(t)$  往复变化形成的次级滞后环也同样如此。

模型(2)还有以下独特性质:

路径无关性「Path independence property」

考虑  $u$ - $v$  平面上的两点  $(u_1, v_1)$  和  $(u_2, v_2)$  以及连接两点的一组路径, 这些路径分别对应于  $u(t)$  和  $v(t)$  的单调变化(fig1)。那么模型(2)预测的输出增量不依赖于两点之间的特定单调路径。

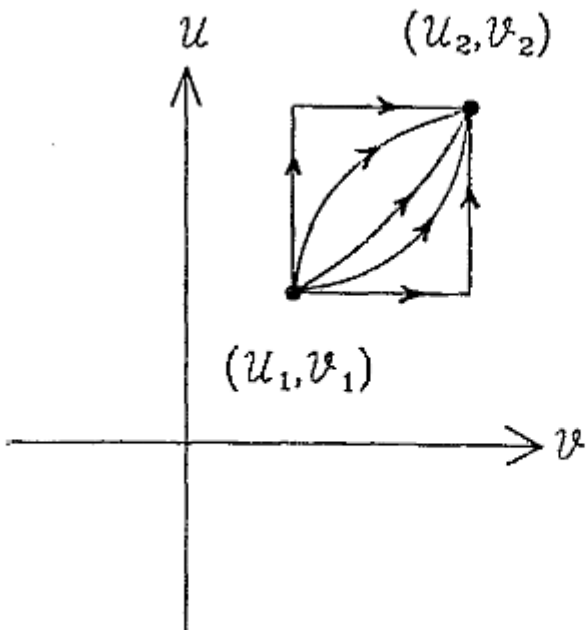


FIG. 1. Multiple paths connecting two arbitrary points on the  $u$ - $v$  plane.

接下来讨论模型(2)的辨识问题「identification problem」

为了确定函数  $\mu(\alpha, \beta, v)$  和  $v(\alpha, \beta, u)$ , 本文将使用一阶转换曲线「first-order

transition curves」  $f_{\alpha\beta\nu}$  和  $f_{u\alpha\beta}$ 。

『疑问 - 完全没看懂?』

$f_{\alpha\beta\nu}$  是两个输入分别单调增加到值  $\alpha$  和  $\nu$ , 然后  $u(t)$  单调减少到值  $\beta$  时的输出。  
定义了  $F(\alpha, \beta, \nu)$  和  $G(\alpha, \beta, u)$

$$\mu(\alpha, \beta, \nu) = \frac{\partial^2 F(\alpha, \beta, \nu)}{\partial \alpha \partial \beta},$$

$$\nu(\alpha, \beta, u) = \frac{\partial^2 G(\alpha, \beta, u)}{\partial \alpha \partial \beta}.$$

在数值实现模型(2)时无需上面两个公式, 只需要  $F(\alpha, \beta, \nu)$  和  $G(\alpha, \beta, u)$  的显式表达式即可完成积分。

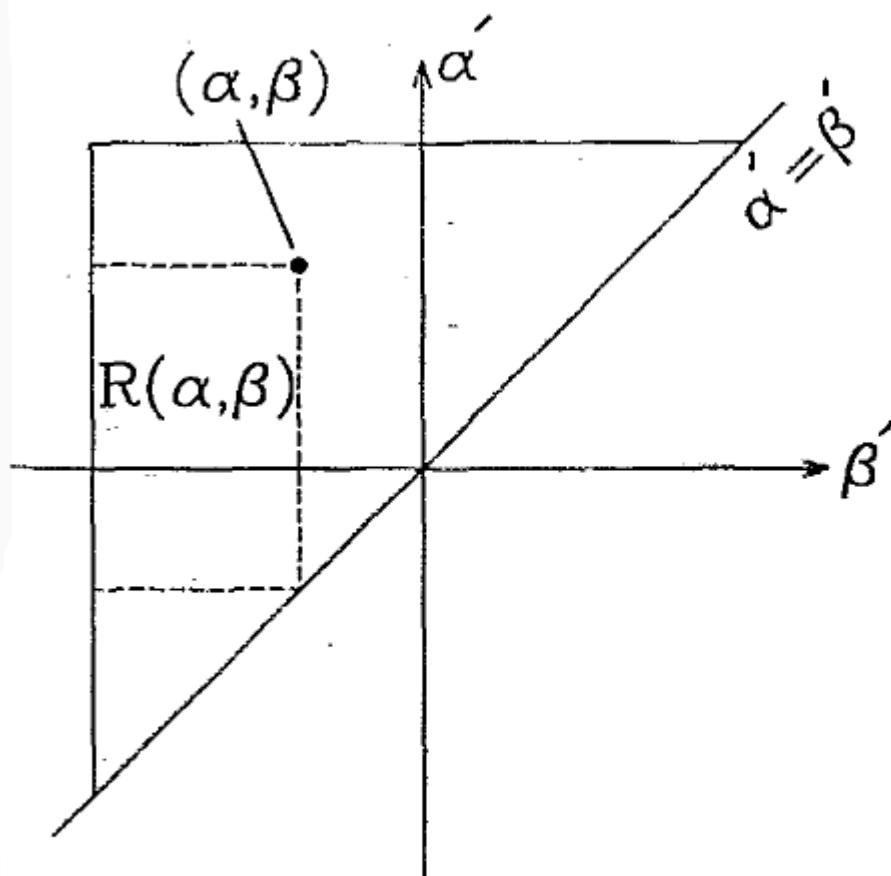


FIG. 2. Geometric representation of the rectangle  $R(\alpha, \beta)$ .

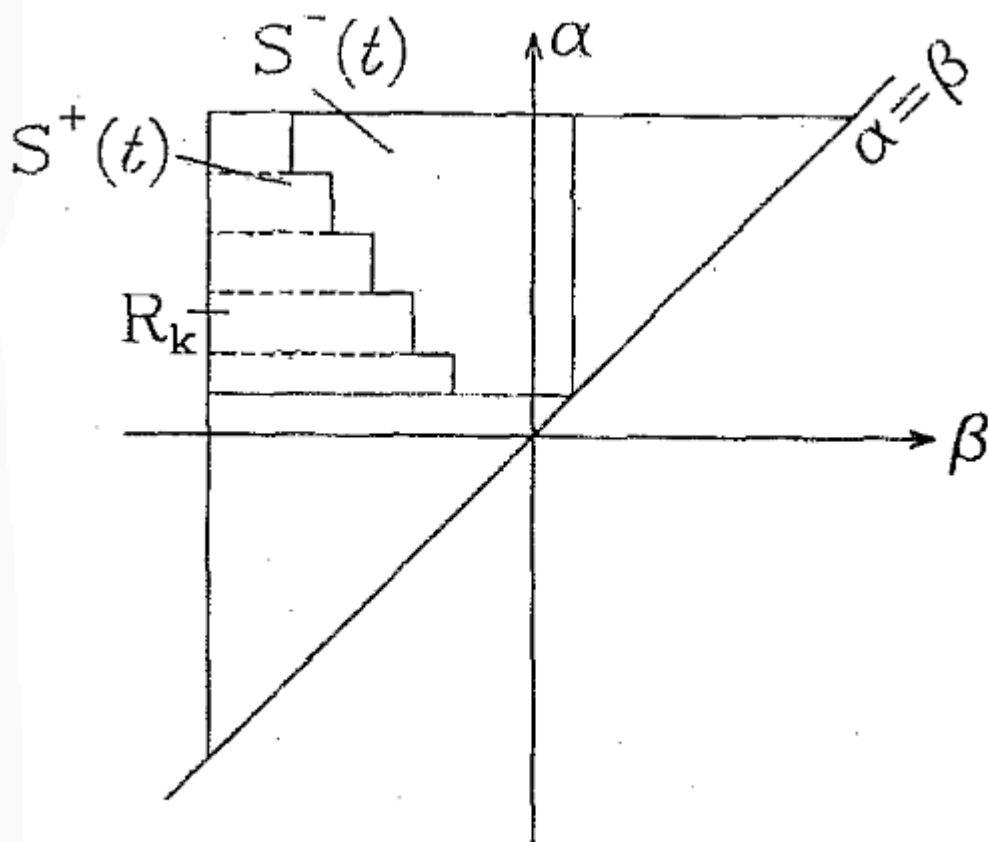


FIG. 3. Geometric representation of the set  $S^+(t)$ .

对  $S^+(t)$  积分相当于对  $R_k$  积分再对  $k$  求和

最后得到一个  $f(t)$  的表达式，根据(3)式确定的实验测量函数  $F$  和  $G$  给出的输出的最终表达式。

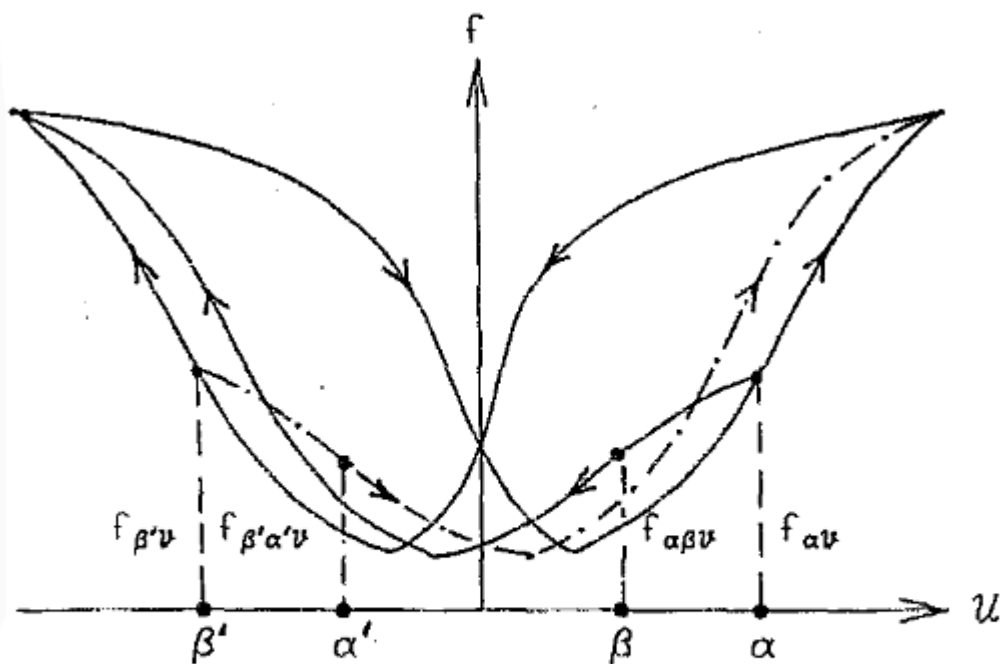


FIG. 4. Even symmetry of strain hysteresis.

应变滞后有偶对称性，其主滞回线随磁场的变化呈现蝴蝶状。而且一级相变曲线  $f_{\alpha\beta v}$  也呈现偶对称性。

『后面的讨论完全看不懂了』