

磁致伸缩现象的本质在于应变与磁化强度的依赖关系

特别是 Terfenol 型材料具有巨大磁致伸缩效应

但是磁致伸缩材料存在磁滞现象，给精细定位应用带来了挑战。
如果可以预测磁滞现象就可以设计驱动器控制器来校正这些效应。
所以引入本文要提到的 - 磁致伸缩磁滞的数学模型。

介绍了今年来比较经典的 Preisach 模型，这个模型可以模拟磁化强度随磁场变化而产生的磁滞行为。但是磁致伸缩材料的磁滞行为与**磁场和应力**两个变量的变化密切相关。
引出构建具有两个输入变量的 Preisach 模型的问题。

首先考虑一种磁滞非线性模型「hysteresis nonlinearity」，模型可以用两个输入 $u(t)$ 和 $v(t)$ 以及一个输出 $f(t)$ 来表征。

在磁致伸缩应用中， $u(t)$ 是磁场「magnetic field」， $v(t)$ 是应力「stress」， $f(t)$ 是应变「strain」。

$$f(t) = \int_{\alpha \geq \beta} \int \mu(\alpha, \beta, v(t)) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta \\ + \int_{\alpha \geq \beta} \int \nu(\alpha, \beta, u(t)) \gamma_{\alpha\beta} v(t) d\alpha d\beta. \quad (1)$$

上述模型中 μ 依赖于 $v(t)$ ， ν 依赖于 $u(t)$ ，反映了两个输入的交叉耦合。

模型(1)由于可以等价表示为具有移动支撑「moving supports」的 $\mu(\alpha, \beta, v(t))$ 和 $\nu(\alpha, \beta, u(t))$ 模型而大大简化。

为了得到这种表示，引入集合 $R_{u(t)}$ 和 $R_{v(t)}$ ，定义为

$(\alpha, \beta) \in R_{u(t)}$ if $\beta_0 \leq \beta \leq u(t) \leq \alpha \leq \alpha_0$,

$(\alpha, \beta) \in R_{v(t)}$ if $\beta_0 \leq \beta \leq v(t) \leq \alpha \leq \alpha_0$

考虑负饱和状态「negative saturation」然后输入单调增加「monotonic increase」直到 $u(t)$ 和 $v(t)$ 达到某些值。

令 $f_{u(t)v(t)}^+$ 作为由此产生的输出值「resulting output value」。

同理从正饱和「positive saturation」开始可以定义 $f_{u(t)v(t)}^-$ 。

变换模型(1)可以得到

$$\begin{aligned}
f(t) = & \int_{R_{u(t)}} \int \mu(\alpha, \beta, v(t)) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta \\
& + \int_{R_{v(t)}} \int \nu(\alpha, \beta, u(t)) \gamma_{\alpha\beta} v(t) d\alpha d\beta \\
& + \frac{1}{2} (f_{u(t)v(t)}^+ + f_{u(t)v(t)}^-).
\end{aligned} \tag{2}$$

模型(2)有两个特征属性:

1. 消去特性 「Wiping-out property」

模型(2)仅存储 $u(t)$ 和 $v(t)$ 过去主导极值的交替序列，而所有其他过去的极值均被消去。

2. 等长竖线特性 「Property of equal vertical chords」

『疑问 - 什么是次级滞后环? 这里的相等竖线指的是什么?』

对于相同的固定 v 值，所有对应于相同连续 $u(t)$ 极值的次级滞后环 「minor hysteretic loops」 都具有相等的竖线，无论 $u(t)$ 和 $v(t)$ 过去的变化历史如何。

对于任何固定的 u 值，由 $v(t)$ 往复变化形成的次级滞后环也同样如此。

模型(2)还有以下独特性质:

路径无关性 「Path independence property」

考虑 $u-v$ 平面上的两点 (u_1, v_1) 和 (u_2, v_2) 以及连接两点的一组路径，这些路径分别对应于 $u(t)$ 和 $v(t)$ 的单调变化(fig1)。那么模型(2)预测的输出增量不依赖于两点之间的特定单调路径。

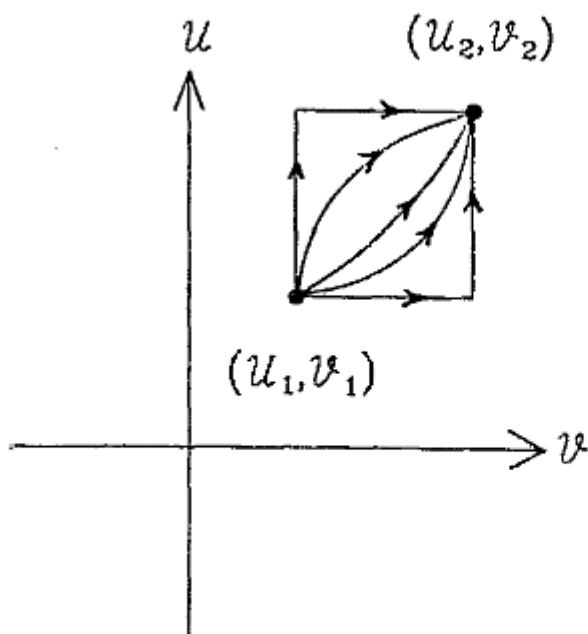


FIG. 1. Multiple paths connecting two arbitrary points on the $u-v$ plane.

接下来讨论模型(2)的辨识问题 「identification problem」

为了确定函数 $\mu(\alpha, \beta, v)$ 和 $\nu(\alpha, \beta, u)$ ，本文将使用一阶转换曲线 「first-order

transition curves」 $f_{\alpha\beta\nu}$ 和 $f_{u\alpha\beta}$ 。

『疑问 - 完全没看懂?』

$f_{\alpha\beta\nu}$ 是两个输入分别单调增加到值 α 和 ν , 然后 $u(t)$ 单调减少到值 β 时的输出。
定义了 $F(\alpha, \beta, \nu)$ 和 $G(\alpha, \beta, u)$

$$\mu(\alpha, \beta, \nu) = \frac{\partial^2 F(\alpha, \beta, \nu)}{\partial \alpha \partial \beta},$$

$$\nu(\alpha, \beta, u) = \frac{\partial^2 G(\alpha, \beta, u)}{\partial \alpha \partial \beta}.$$

在数值实现模型(2)时无需上面两个公式, 只需要 $F(\alpha, \beta, \nu)$ 和 $G(\alpha, \beta, u)$ 的显式表达式即可完成积分。

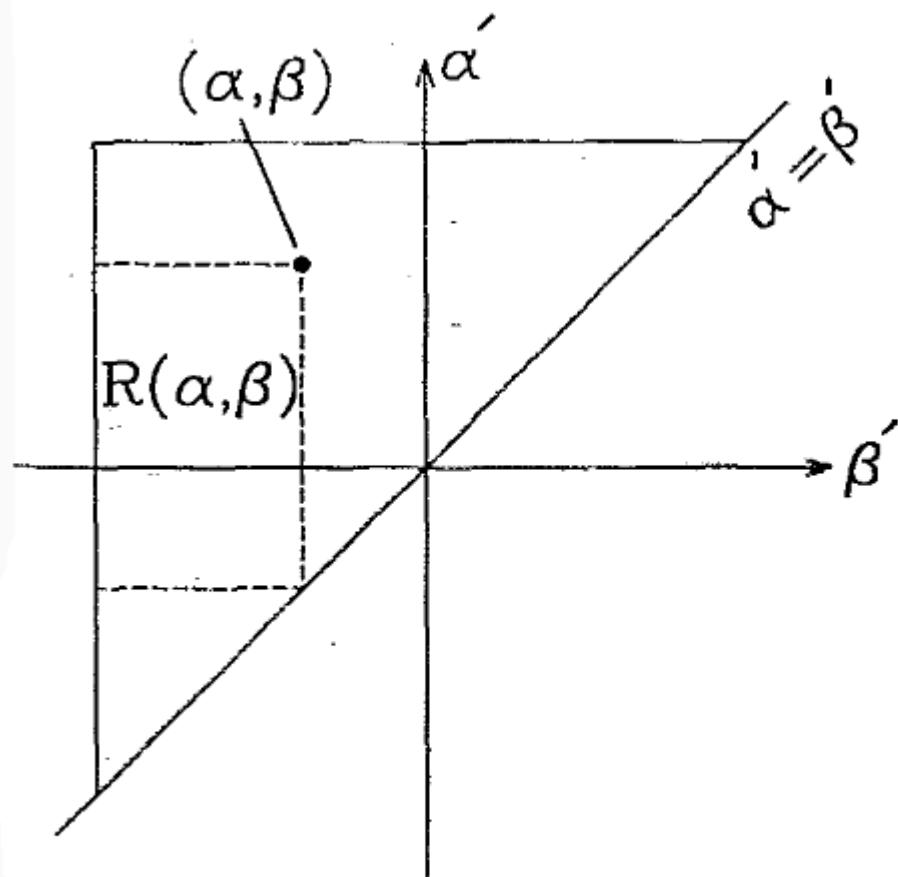


FIG. 2. Geometric representation of the rectangle $R(\alpha, \beta)$.

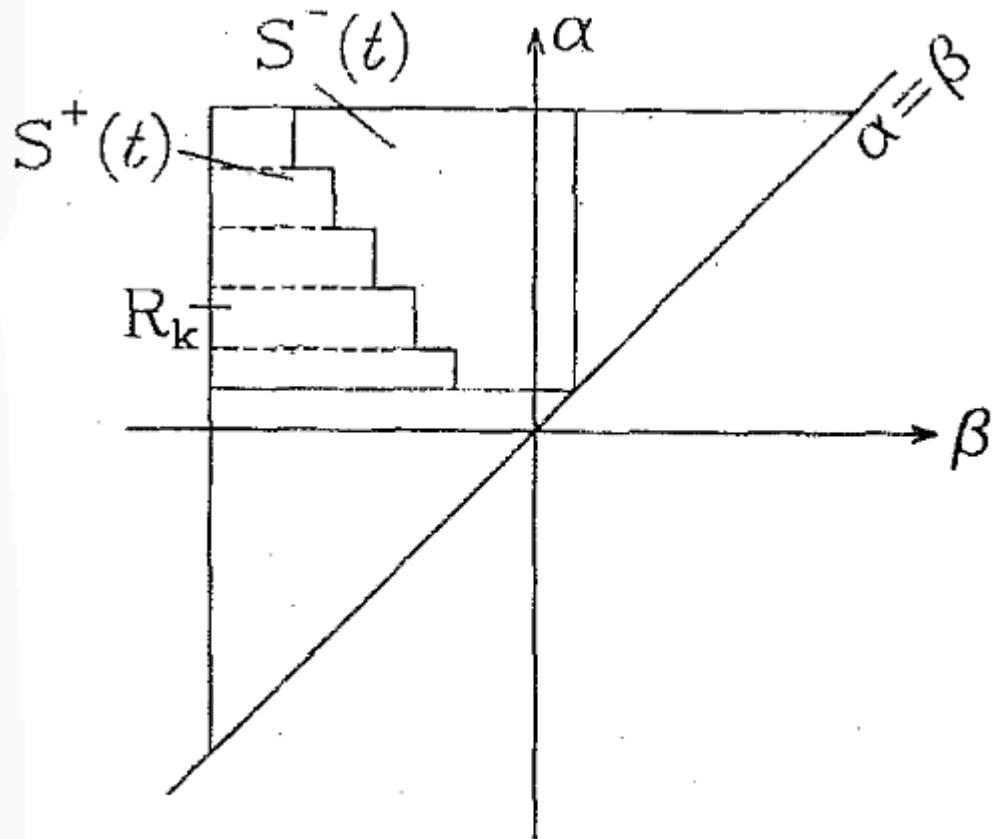


FIG. 3. Geometric representation of the set $S^+(t)$.

对 $S^+(t)$ 积分相当于对 R_k 积分再对 k 求和

最后得到一个 $f(t)$ 的表达式，根据(3)式确定的实验测量函数 F 和 G 给出的输出的最终表达式。

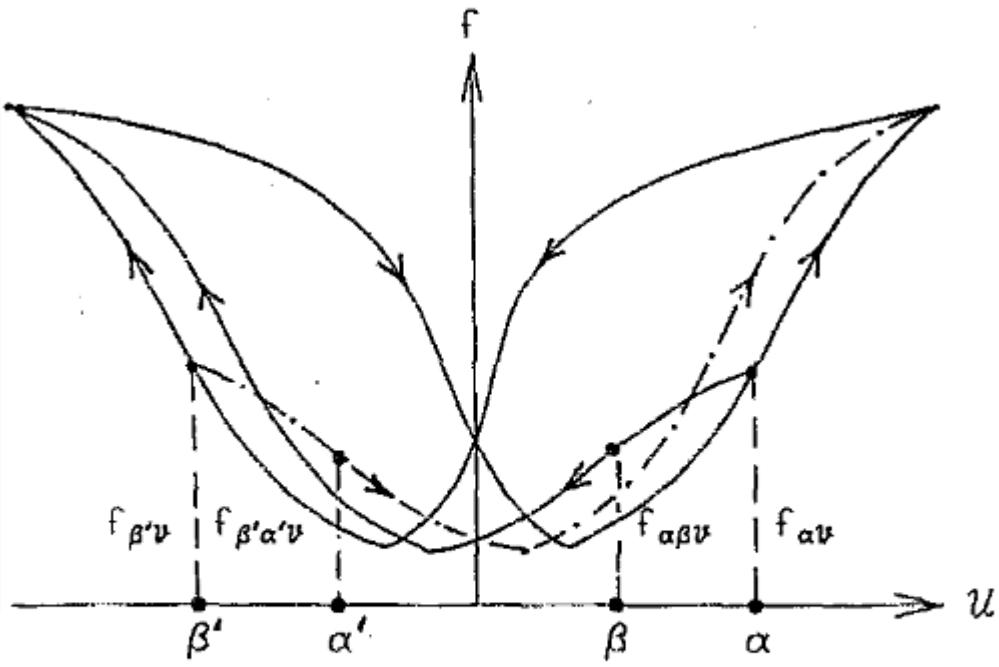


FIG. 4. Even symmetry of strain hysteresis.

应变滞后有偶对称性，其主滞后回线随磁场的变化呈现蝴蝶状。而且一级相变曲线 $f_{\alpha\beta\nu}$ 也呈现偶对称性。

『后面的讨论完全看不懂了』