

# Maestría y Doctorado en Ciencia de la Computación

Inteligencia Artificial

Ant Colony System

Dr. Edward Hinojosa Cárdenas  
ehinojosa@unsa.edu.pe  
12 de Setiembre del 2020



UNSA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA

# Índice



Objetivos del Curso

Computación Social

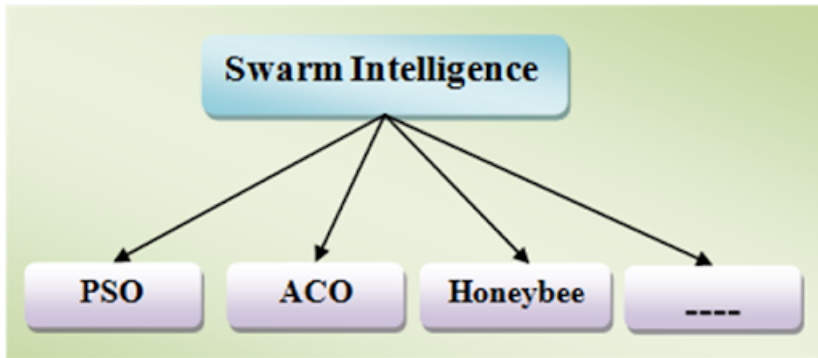
Ant Colony System

# Objetivos del Curso



- ▶ Conocer, comprender e implementar algoritmos evolutivos para resolver problemas complejos.
- ▶ **Conocer, comprender e implementar algoritmos de inteligencia de enjambre para resolver problemas complejos.**
- ▶ Conocer, comprender e implementar algoritmos inmunes artificiales para resolver problemas complejos.
- ▶ Conocer, comprender e implementar sistemas basados en lógica difusa para resolver problemas complejos.

# Computación Social



# Ant Colony Systems (ACS)



- El Ant Colony System (ACS) o Sistema de Colonia de Hormigas fue desarrollado por Dorigo y Gambardella en 1997 [1] [2].

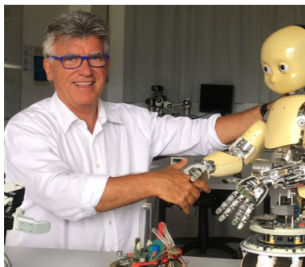


Figure: Marco Dorigo y Luca Gambardella

# Ant Colony Systems (ACS)



- ▶ Es uno de los principales sucesores del AS que introduce tres modificaciones importantes con respecto a dicho algoritmo:
  - ▶ Construcción de la Solución
  - ▶ Actualización de rastros de feromona global
  - ▶ Actualización de rastros de feromona local

# ACS - TSP - Construcción de la Solución



- El ACS usa una regla de transición distinta, denominada regla proporcional pseudoaleatoria.
- Sea  $k$  una hormiga situada en el nodo  $i$ , el siguiente nodo  $j$  se elige aleatoriamente mediante la siguiente distribución de probabilidad:

$$j = \begin{cases} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Intensificación}}}{\operatorname{argmax}_{l \in J_i^k}} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ \underset{\substack{\downarrow \\ \text{diversificación} \\ (= \text{ant system})}}{J}, & \text{otherwise.} \end{cases} \rightarrow \text{parámetro}$$

# ACS - TSP - Construcción de la Solución



7

- Donde  $q$  es una variable aleatoria uniformemente distribuida en  $[0, 1]$ ,  $q_0 \in [0, 1]$  es un parámetro, y  $J$  es una variable aleatoria seleccionada de acuerdo a la distribución de probabilidad dada por la ecuación vista en el AS ( $C$  es el conjunto de nodos faltantes por recorrer de la hormiga  $k$ )

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$



# ACS - TSP - Construcción de la Solución



- ▶ La regla tiene una doble intención:
  - ▶ Cuando  $q \leq q_0$ , explota el conocimiento disponible, eligiendo la mejor opción con respecto a la información heurística y los rastros de feromona (Intensificación).
  - ▶ Sin embargo, si  $q > q_0$  se aplica una exploración controlada, tal como se hacía en AS (Diversificación).
- ▶ En resumen, la regla establece un compromiso entre la explotación de la información disponible en ese momento y la exploración de nuevas conexiones.

# ACS - TSP - Actualización de los Rastros de Feromona Global



- ▶ La actualización de la feromona se hace en el algoritmo ACS de una forma diferente.
- ▶ En el ACS, al terminar cada iteración, solo evapora/deposita feromona la hormiga con la mejor solución encontrada hasta el momento desde el principio de la ejecución. Como consecuencia, en cada iteración solo se actualiza el rastro de feromona de los arcos de la mejor solución.

# ACS - TSP - Actualización de los Rastros de Feromona Global



- La actualización del valor de la feromona, sigue la siguiente regla:

$$\tau_{ij}(t + 1) = \tau_{ij}(t)(1 - p) + p\Delta\tau_{ij}^*$$

- El nuevo valor de feromona para siguiente iteración es un promedio ponderado del nivel de feromona actual y la nueva feromona depositada, donde el parámetro  $p$  define la importancia relativa entre ambos.
- Se le conoce también como actualización de la feromona offline.
- \* representa a la mejor hormiga global (best-so-far tour).



# ACS - TSP - Actualización de los Rastros de Feromona Local

- Además de la regla de actualización de feromona que se realiza al final de cada iteración, en el ACS, las hormigas usan una regla de actualización de feromona local (también conocida como actualización de la feromona online) que se aplica cada vez que atraviesan un arco  $(i, j)$  durante la construcción de la solución:

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot (\tau_0) \rightarrow \text{feromona inicial}$$

La feromona se actualiza cada vez q' una hormiga pasa por un arco

# ACS - TSP - Actualización de los Rastros de Feromona Local



- ▶ Donde  $\varphi \in [0, 1]$  es un parámetro, y  $\tau_0$  es el valor inicial de los rastros de feromona.
- ▶ Como puede verse, la regla de actualización online, incluye tanto la evaporación de feromona como el depósito de la misma. Así la feromona depositada sea en una cantidad pequeña, la aplicación de esta regla hace que los rastros de feromona entre las conexiones recorridas por las hormigas disminuyan.

# ACS - TSP - Procedimiento



## **Procedure of ACS Algorithm:**

### **Begin**

Initialize

**While** stopping criterion not satisfied **do**

Position each ant in a starting node

### **Repeat**

**For each** ant **do**

Choose next node by applying the state transition rule

Apply step by step pheromone update

**End for**

**Until** every ant has built a solution

Update best solution

Apply offline pheromone update

**End While**

**End**

# Ejemplo de Implementación del ACS



- Considerar las siguientes distancias entre ciudades.
- Considerar como ciudad inicial E.
- Obtener el tour con el menor costo (distancia recorrida).

**Matriz Distancia:**

	A	B	C	D	E	F
A	0.0	12.0	3.0	23.0	1.0	5.0
B	12.0	0.0	9.0	18.0	3.0	41.0
C	3.0	9.0	0.0	89.0	56.0	21.0
D	23.0	18.0	89.0	0.0	87.0	46.5
E	1.0	3.0	56.0	87.0	0.0	55.0
F	5.0	41.0	21.0	46.0	55.0	0.0

# Ejemplo de Implementación del ACS



- ▶ Considere los siguientes parámetros:
  - ▶ Feromona Inicial = 0.1
  - ▶ Cantidad de Hormigas: 3
  - ▶  $\alpha = 1$
  - ▶  $\beta = 1$
  - ▶  $p = 0.5$
  - ▶  $Q = 1$
  - ▶  $q_0 = 0.5$
  - ▶  $\varphi = 0.5$
  - ▶ Cantidad de Iteraciones: 100





# Ejemplo de Implementación del ACS

- Calculamos la Matriz de Visibilidad:

Matriz Visibilidad:

	A	B	C	D	E	F
A	0.0	0.08333	0.33333	0.04348	1.0	0.2
B	0.08333	0.0	0.11111	0.05556	0.33333	0.02439
C	0.33333	0.11111	0.0	0.01124	0.01786	0.04762
D	0.04348	0.05556	0.01124	0.0	0.01149	0.02151
E	1.0	0.33333	0.01786	0.01149	0.0	0.01818
F	0.2	0.02439	0.04762	0.02174	0.01818	0.0

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ J, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$



# Ejemplo de Implementación del ACS

► Definimos la feromona inicial:

Matriz Feromona:

	A	B	C	D	E	F
A	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
B	0.1	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1
C	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	0.1
D	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1
E	0.1	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1
F	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.0

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ J, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$



# Ejemplo de Implementación del ACS

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (2da Ciudad):

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ J, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

Hormiga 1

Ciudad Inicial: E

Valor de q: 0.6740508568587138 *→ diversificar*

Recorrido por Diversificación

E-A: t = 0.1; n = 1.0; t\*n = 0.1

E-B: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t\*n = 0.03333333333333333

E-C: t = 0.1; n = 0.017857142857142856; t\*n = 0.0017857142857142857

E-D: t = 0.1; n = 0.011494252873563218; t\*n = 0.0011494252873563218

E-F: t = 0.1; n = 0.01818181818181818; t\*n = 0.0018181818181818182

Suma: 0.13808665472458576

E-A: prob = 0.7241829429458647

E-B: prob = 0.2413943143152882

E-C: prob = 0.01293183826689044

E-D: prob = 0.008323941872940973

E-F: prob = 0.013166962599015722

Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.12730922946423717

Ciudad Siguiente: A

Actualizamos el arco E-A(v):(1-e)\*0.1 + e\*0.1 = 0.1



# Ejemplo de Implementación del ACS

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (3ra Ciudad):

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ J, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

Valor de q: 0.060500094237254776 → Intensificar

Recorrido por Intensificación

A-B: t = 0.1; n = 0.0833333333333333; t\*n = 0.00833333333333333

A-C: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t\*n = 0.0333333333333333

A-D: t = 0.1; n = 0.043478260869565216; t\*n = 0.004347826086956522

A-F: t = 0.1; n = 0.2; t\*n = 0.020000000000000004

Ciudad Siguiente: C

Actualizamos el arco A-C(v): (1-e)\*0.1 + e\*0.1 = 0.1

→ update feromona local



# Ejemplo de Implementación del ACS

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (4ta Ciudad):

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ J, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

Valor de q: 0.4781078698432467

Recorrido por Intensificación

C-B: t = 0.1; n = 0.1111111111111111; t\*n = 0.011111111111111112

C-D: t = 0.1; n = 0.011235955056179775; t\*n = 0.0011235955056179776

C-F: t = 0.1; n = 0.047619047619047616; t\*n = 0.004761904761904762

Ciudad Siguiente: B

Actualizamos el arco C-B(v):(1-e)\*0.1 + e\*0.1 = 0.1



# Ejemplo de Implementación del ACS

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (5ta Ciudad):

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ J, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

Valor de q: 0.442069006502823

Recorrido por Intensificación

B-D: t = 0.1; n = 0.0555555555555555; t\*n = 0.005555555555555556

B-F: t = 0.1; n = 0.024390243902439025; t\*n = 0.002439024390243903

Ciudad Siguiente: D

Actualizamos el arco B-D(v):(1-e)\*0.1 + e\*0.1 = 0.1

# Ejemplo de Implementación del ACS



22

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (6ta Ciudad):

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t) [\eta_{il}(t)]^\beta), & \text{if } q \leq q_0; \\ J, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{c \in C_i^k} [\tau_{ic}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ic}(t)]^\beta}, j \in C_i^k$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

Valor de q: 0.8255870886687191  
 Recorrido por Diversificación  
 D-F: t = 0.1; n = 0.021505376344086023; t\*n = 0.0021505376344086026  
 Suma: 0.0021505376344086026  
 D-F: prob = 1.0  
 Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.35158889420102146  
 Ciudad Siguiente: F  
 Actualizamos el arco D-F(v):(1-e)\*0.1 + e\*0.1 = 0.1

# Ejemplo de Implementación del ACS



- Se sigue el mismo procedimiento para la hormiga 2 y 3.





# Ejemplo de Implementación del ACS

- Definimos el costo para cada camino de cada hormiga:

Hormiga 1 (E-A-C-B-D-F) - Costo: 77.5

Hormiga 2 (E-B-D-A-F-C) - Costo: 70.0

Hormiga 3 (E-A-B-C-F-D) - Costo: 89.0

-----

Mejor Hormiga Global: E-B-D-A-F-C - Costo: 70.0

-----

*Solo modifico  
las parámetros  
de esta sol*

# Ejemplo de Implementación del ACS



- Definimos la feromona para cada camino:

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t)(1-p) + p\Delta\tau_{ij}^*$$

A-B: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

A-C: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

A-D: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$

A-E: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

A-F: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$

B-A: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

B-C: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

B-D: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$

B-E: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$

B-F: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

C-A: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

C-B: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

C-D: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

C-E: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

C-F: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$

# Ejemplo de Implementación del ACS



- Definimos la feromona para cada camino:

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t)(1-p) + p\Delta\tau_{ij}^*$$

D-A: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$   
D-B: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$   
D-C: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
D-E: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
D-F: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
E-A: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
E-B: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$   
E-C: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
E-D: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
E-F: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
F-A: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$   
F-B: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
F-C: Feromona =  $0.05 + 0.007142857142857143 = 0.05714285714285715$   
F-D: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$   
F-E: Feromona =  $0.1 + 0.0 = 0.1$

# Ejemplo de Implementación del ACS



- Después de 100 iteraciones mostramos el mejor camino global.

Iteraciones Totales: 100

-----

Mejor Hormiga Global: E-A-F-C-B-D - Costo: 54.0

-----

# ¡GRACIAS!



# Bibliografía



- [1] M. Dorigo and L. M. Gambardella.  
Ant colonies for the travelling salesman problem.  
*Bio Systems*, 43 2:73–81, 1997.
- [2] M. Dorigo and L. M. Gambardella.  
Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the  
Traveling Salesman Problem.  
*IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1):53–66,  
April 1997.