\*知識點標記

題特區 全新素養題

統測總複習講義

張能維 (三民家商)



\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\	TERRESCARIE	
人		
1	坐標系與函數圖形	
1-1	數線與絕對值	4
	1 - 13.13	
		10
3	式的 <b>演</b> 質	
	-VH3/C37	11
3-3	因式分解與分式運算	56
4	三角函數	
4-1	角度的基本性質	68
		00
	, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	
•		
		. 101
	, <del>_</del>	
7		
		400
	1-2 1-3 1-4 2 2-1 2-2 2-3 3-1 3-2 3-3 4-1 4-2 4-3 4-4 5-1 5-1 5-2 6-1 6-2 6-3 7-1	1 坐標系與函數圖形 1-1 數線與絕對值 1-2 平面坐標系 1-3 線型函數與二次函數 1-4 一元二次不等式 2 直線方程式 2-1 斜率 2-2 直線方程式 2-3 直線的一般式與點到直線的距離 3 式的運算 3-1 多項式的四則運算 3-2 餘式定理與因式定理 3-3 因式分解與分式運算 4 三角函數 4-1 角度的基本性質 4-2 鋭角三角函數的定義與基本關係式 4-3 任意角的三角函數 4-4 三角函數的應用 5-1 正弦定理與餘弦定理 5 三角函數的應用 5-1 正弦定理與餘弦定理 5-2 三角测量 6 向量 6-1 向量的件圖 6-2 向量的內積 7 圓與直線

# 

8	數列與級數
8-1	等差數列與等差級數144
8-2	等比數列與等比級數149
9	方程式
9-1	一元一次方程式與一元一次不等式157
9-2	一元二次方程式160
10	二元一次不等式及其應用
	二元一次聯立方程組170
10-2	二元一次不等式與線性規劃174
11	指數與對數
11-1	指數186
11-2	指數函數及其圖形189
11-3	對數192
11-4	對數函數及其圖形
11-5	常用對數及其應用200
12	排列組合
12-1	加法原理與乘法原理208
12-2	直線排列212
12-3	重複排列217
12-4	組合219
12-5	二項式定理223
13	機率
13-1	樣本空間與事件232
13-2	機率的運算237
13-3	數學期望值245
14	統計
14-1	抽樣方法與資料整理254
14-2	集中趨勢統計量260
14-3	離散趨勢統計量264
14-4	常態分配與民意調查解讀268









# 坐標系與函數圖形

坐標系與 函數圖形

絕對值

|x|

- 表示數線上的點 x 與原點的距離

P.4

不等式

 $|x| \le k \quad \Rightarrow \quad -k \le x \le k$  $|x| \ge k \quad \Rightarrow \quad x \ge k \text{ if } x \le -k$ 

P.5

距離公式 — 
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

分點公式 
$$-P\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n}, \frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$$
 P.8

P.8

P.12

中點公式 
$$-\overline{AB}$$
 的中點  $M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$  P.9

重心公式 — 重心 
$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$
 P.10

平行四邊  
形性質 
$$- \sum_{D}^{A} \stackrel{B}{\longrightarrow} \frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2}$$
 P.10

# 定 義 ー 給定一個 x 值時 , y 值 ( 唯一 ) 會隨著某種對應關係確定 P.12

家數 常數函數 — 水平線

直角

坐標系







# 數線與絕對值



#### **(\*)** 快閃複習

- 1. 絕對值:在數線上,點 A(a) 與原點的距離,稱為 a 的絕對值,以符號 |a| 表示,且 |a| ≥ 0。
- 2. 不等式:(1) 若  $a > b \land c > 0$ ,則 ① a + c > b + c ② a c > b c ③ ac > bc  $\circ$ 
  - (2) 若  $a > b \cdot c < 0$ ,則 ① a + c > b + c ② a c > b c ③  $ac < bc \circ$
  - (3) a > 0,若 |x| < a,則 -a < x < a;若 |x| > a,則 x > a 或 x < -a。

# 焦點主題 1

- (1) 數線的定義:在平面上畫一條水平直線,標上原點O,並選定一個長度,定為單位長。 規定原點的右方為正向,左方為負向,這樣的直線稱為數線。
- (2) 絕對值:在數線上,表示一個**實數 x 到原點的距離**,稱為這個數的**絕對值**,用**符號** |x| 表示,且  $|x| \ge 0$ 。
  - 例 4 與原點距離為 4,所以 4 的絕對值是 4,即 |4| = 4; 又 -4 與原點距離為 4,所以 -4 的絕對值是 4,即 |-4| = 4。
- $(3) |x| = \begin{cases} x, x \ge 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$

例 
$$|5| = 5$$
;  $|-8| = -(-8) = 8$ °

#### 觀念是非題1

) 絕對值永遠都是正的。



#### 老師講解

#### 絕對值的定義

學生練習

數線上,若|x|=5,試求x之值。

數線上,若|2x|=8,試求x之值。



$$|x| = a$$
,  $x = a$   $\vec{\boxtimes}$   $x = -a$ 

#### 絕對值的定義

學生練習

已知 |2x-3|=7,試求所有的 x 之值。

已知 |x+4|=6,試求所有的 x 之值。

B



#### 絕對值不等式:

(1) 設 a > 0

①若 $ x  < a$ ,則 $-a < x < a$ 。	-a $0$ $a$ $x$
②若 $ x  \le a$ ,則 $-a \le x \le a$ 。	$-a$ 0 $a$ $\rightarrow x$
③若 $ x  > a$ ,則 $x < -a$ 或 $x > a$ 。	-a $0$ $a$ $x$
④若 $ x  \ge a$ ,則 $x \le -a$ 或 $x \ge a$ 。	-a $0$ $a$ $x$

- (2) 設b > 0,則:
  - ① |x-a| < b, 即 -b < x-a < b, 得 a-b < x < a+b.
  - ② |x-a| > b, 即 x-a < -b 或 x-a > b, 得 x < a-b 或 x > a+b。

#### 觀念是非題2

( ) 若 |x| < 3,則 x < 3。

範例

#### 老師講解

#### 絕對值不等式

學生練習

試求下列不等式之解:

 $(1) |x| < 7 \quad (2) |x| \ge 6 \circ$ 

試求下列不等式之解:

(1) |x| > 2  $(2) |x| \le 8$ 



#### 絕對值不等式

學生練習

解下列絕對值不等式:

$$(1) |2x - 5| \le 3$$
  $(2) |x + 7| > 4$  °

解下列絕對值不等式:

$$(1)|x+5| < 2$$
  $(2)|3x-1| \ge 8$  °



# 即時觀摩

★表難題

#### 對應範例

- ① 1. 若 |3x| = 9 · 則 x = 。
- ② 2. 已知 |3x-1|=5,則 x=
- ③ 3. 試求 |x| ≤ 5 之解為\_\_\_\_\_
- 4. 試求 |2x+1| > 3 之解為\_\_\_\_\_\_
- ④ 5. 試求 |3-x| <7之解為\_\_\_\_。





#### ★ 快閃複習

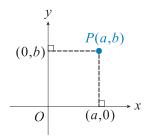
1. 象限:x 軸與 y 軸將坐標平面分成四個象限,坐標軸上的點不屬於任何象限。



#### 坐標與象限的定義:

坐標

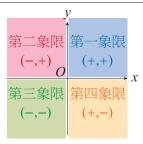
如圖,我們用數對 (a,b) 來表示 P 點的坐標,記為 P(a,b),其中 a 稱為 P 的 x 坐標,b 稱為 P 的 y 坐標。



象限

坐標平面被 x 軸及 y 軸分成四個區域,稱為第一、二、三、四象限,象限內的點之正負號如圖所示。但若點恰落在坐標軸上,此點不屬於任何象限。

**例** 點 P(2, -4) 在第四象限。



#### 觀念是非題1

) 點 P(-2,0) 在第二象限。



#### 老師講解

#### 象限的判斷

學生練習

若點 P(a,b) 在第三象限,試求點 Q(ab, a+b) 在第幾象限?

若 a < 0、b > 0,試求點 P(ab, b-a) 在 第幾象限?

#### 單元 1 坐標系與函數圖形



#### 距離公式:

如圖,兩點 $A(a) \cdot B(b)$ ,其相對應之坐標為 $a \cdot b$ , 數線 則  $\overline{AB} = |a-b| = |b-a|$ 。 相異兩點 $A(x_1,y_1)$ 、 $B(x_2,y_2)$ ,則A、B 兩點之距 選集  $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$  ° 华標 平面 例  $A(2,3) \times B(5,7)$  兩點的距離為  $\sqrt{(5-2)^2+(7-3)^2}=5$  °

#### 觀念是非題2

) 若 A(1,3)、B(2,-2),則 A、B 兩點之距離  $\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20}$ 。

#### 老師講解

#### 兩點的距離公式

學生練習

平面上兩點P(2, -3)、Q(-2, 0), 試 求 $P \cdot Q$  兩點之距離。

平面上雨點A(6,-1)、B(-2,-7), 試求 $A \cdot B$  兩點之距離。

#### 焦點主題

#### 分點公式:

分點公式・ 坐標平面上相異兩點  $A(x_1,y_1) \cdot B(x_2,y_2)$ ,若 P(x,y) 為  $\overline{AB}$  上的內分點  $(x_1,y_1) \cdot (x,y) \cdot (x_2,y_2)$ 

且 $\overline{AP}$ : $\overline{PB}=m$ :n(如圖),則P點坐標為 $\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$ 。

例 已知 P 點為  $\overline{AB}$  的內分點,若 A(6,1)、B(2,5) 且  $\overline{AP}$ :  $\overline{PB}$  = 3:1,  $\text{III } P\left(\frac{3\times 2+1\times 6}{3+1}, \frac{3\times 5+1\times 1}{3+1}\right) = (3,4) \circ$ 

#### 觀念是非題3

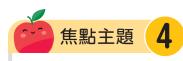
)若P點在 $\overline{AB}$ 上,已知 $3\overline{AP}=2\overline{AB}$ ,則 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$ 。

設 P(2,1)、Q(-2,5) 為 平 面 上 相 異 兩點,現有一點 R 在  $\overline{PQ}$  上,且  $\overline{PR}$ :  $\overline{RQ} = 3:1$ ,試求 R 點坐標。

平面上雨點  $A(4, -3) \cdot B(-1, 2)$  ,現在  $\overline{AB}$  上找到一點 P 使得  $\overline{AP} : \overline{PB} = 2:3$ , 試求 P 點坐標。

B

1



#### 中點公式:

如圖,已知平面上相異兩點  $A(x_1,y_1)$ 、 $B(x_2,y_2)$ ,若 M(x,y) 為  $\overline{AB}$  的 中點,則  $M(x,y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ 。

【說明】因為M為 $\overline{AB}$ 之中點,所以 $\overline{AM}$ : $\overline{MB}$  = 1:1,將其代入分點公式即可得中點公式。 例 圓的直徑兩端點為 (4,5) 與 (6,1),則圓心坐標為 (5,3)。

#### 觀念是非題4

) 中點坐標就是兩端點相加除以 2。

範例

老師講解

中點坐標

學生練習

平面上兩點A(2,7)、B(-6,1),試求 $\overline{AB}$ 的中點坐標。

已 知 M(-3,5) 為 A(1,-2) 及 B(x,y) 之中點,試求 B 點坐標。



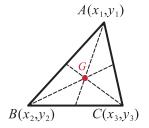
焦點主題 5



#### 重心公式:

如圖,設 $A(x_1,y_1)$ 、 $B(x_2,y_2)$ 、 $C(x_3,y_3)$  為 $\triangle ABC$  之三個頂點,

則 
$$\triangle ABC$$
 之重心  $G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$ 。



例  $\triangle ABC$  的頂點分別為  $(0,4) \cdot (2,-1) \cdot (1,3)$ ,則此三角形的重心 G 為

$$G\left(\frac{0+2+1}{3}, \frac{4+(-1)+3}{3}\right) = (1, 2) \circ$$

#### 觀念是非題5

)若G為 $\triangle ABC$ 的重心,則 $\triangle ABG$ 面積 =  $\triangle ACG$ 面積 =  $\triangle BCG$ 面積 =  $\frac{1}{2}$   $\triangle ABC$ 面積。



老師講解

#### 三角形的重心

學生練習

已 知 $\triangle ABC$  三 個 頂 點 為 A(4, -1)、 B(1,6)、C(-8,4),試求 $\triangle ABC$ 之重心 坐標。

已 知 $\triangle ABC$  三 個 頂 點 為 A(-2,0)、 B(7,4)、C(1,-1),試求 $\triangle ABC$ 之重心 坐標。



#### 焦點主題



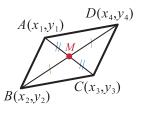
#### 平行四邊形性質:

如圖, $A \times B \times C \times D$  為平行四邊形之四個頂點,

因為平行四邊形的對角線會互相平分,

故得知 $\overline{AC}$ 的中點與 $\overline{BD}$ 的中點會是同一點,即 說明

$$M\left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}\right) = \left(\frac{x_2+x_4}{2}, \frac{y_2+y_4}{2}\right) \circ$$



公式

 $x_1 + x_3 = x_2 + x_4 \perp y_1 + y_3 = y_2 + y_4 \circ$ 

小提醒 A+C=B+D。

例 平行四邊形 ABCD 的頂點為

 $A(1,5) \cdot B(-2,7) \cdot C(3,2)$ ,

則 D 點坐標為 A + C - B = (1 + 3 - (-2), 5 + 2 - 7) = (6, 0)。

#### 觀念是非題6

) 平行四邊形的對角線交點會將對角線平分。

#### 平行四邊形的頂點

學生練習

已知 ABCD 為平行四邊形,且 A(-1,5)、 B(3,-7)、 C(4,-2),試求 D 點坐標。

已知平行四邊形 ABCD 的四個頂點為  $A(3,8) \cdot B(x,2) \cdot C(-2,y) \cdot D(-1,5)$  , 則 x+y=?

R

1



# 即時觀摩

★表難題

#### 對應範例

- ① 1. 已知 a > 0 > b,且 |a| < |b|,則點 A(a + b, ab) 在第\_\_\_\_\_象限。
- ② 2. 平面上三點  $A(2,5) \times B(5,5) \times C(2,9)$ ,則 $\triangle ABC$  之周長 = \_\_\_\_\_。
- ③ 3. 平面上 $A \cdot P \cdot B$  三點,若 $P \in \overline{AB}$  上且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 2$ ,已知A(4,1) 及B(1,-11), 則P 點坐標為
- ④ 4. 若 *M* 為 *A*(-4,7)、*B*(1,-11)的中點,則 *M* 在第 象限。
- ⑤ 5. 已知 A(-2,5)、B(6,-4)、C(5,-7) 為 $\triangle ABC$  之三個頂點,則 $\triangle ABC$  之重心坐標為
- ⑤ 6. 已知 $\triangle ABC$ 之重心為 (4, -3) 且頂點 A(-1, 5)、C(2, -1),則第三個頂點 B 的坐標為\_\_\_\_\_。
- ⑥ 7. 已知平行四邊形 ABCD 的頂點為  $A(1, -1) \cdot B(3, 5) \cdot C(-3, 4) \cdot D(x, y)$ , 則  $x + y = _____$ 。

# 線型函數與二次函數



#### **快**閃複習

1. 二次函數及配方法: $a \neq 0$ , $y = ax^2 + bx + c$  的函數稱為二次函數,其圖形為一拋物線。利用和的平方公式或差的平方公式,將二次函數配方為  $y = a(x - h)^2 + k$  以求得頂點、對稱軸、最大值或最小值。



#### 焦點主題



(1) 函數的定義:

設 $x \cdot y$ 為兩個變數,當給定一個x值時,則y值(**唯一**)也隨著某種對應關係確定,我們稱y為x的函數,記作y = f(x),其中x稱為自變數,y稱為應變數。又x變動的範圍稱為函數的定義域,而函數值 f(x)的範圍稱為值域。

(2) 常數函數:

常數函數的形式為f(x) = k或y = k(k)為常數),其圖形為一條水平線。

(3) 一次函數:

一次函數的形式為f(x) = ax + b ( $a \neq 0$ )的圖形為一條斜直線。一般將常數函數及一次函數合稱為線型函數。

例 y=4 為常數函數且 f(x)=6x-1 為一次函數。

#### 觀念是非題1

) 班級的導師對應班級的學生之關係是一個函數關係。



#### 老師講解

函數值

學生練習

設  $f(x) = x^2 + x - 5$ , 試求 f(2) 之值。

設  $f(x) = 3x^2 - x + 5$ , 試求 f(-2) 之值。

若 f(x) 為一次函數且 f(1) = 5、 f(-3) = -7,試求 f(x)。

若 f(x) 為一次函數,且 f(2) = 9、 f(-1) = -6,試求 f(x)。

#### 解題小技巧

f(x) 為一次函數,可設為 f(x) = ax + b, 即可解聯立方程式,求出 f(x)

B



#### 二次函數的圖形:

二次函數  $y = f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的圖形為一「具對稱性的拋物線」。

(1) *a*、*c* 值及頂點說明:

<i>a</i> > 0	此抛物線 <b>開口向上</b> ,則圖形有 <b>最小值</b> ,如圖。 最小值
<i>a</i> < 0	此抛物線 <b>開口向下</b> ,則圖形有 <b>最大值</b> ,如圖。 最大值
a	當  a  值愈小,其圖形開口愈大。
c 值	恰為此拋物線與y軸交點之y坐標。
頂點坐標	$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ ,其中 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ 為 $y$ 的最大(小)值。〈由開口方向 決定之〉

#### 單元 1 坐標系與函數圖形

(2) x 軸交點與判別式  $D = b^2 - 4ac$  的說明:

與 x 軸交點	判別式(D)
兩個交點	$b^2 - 4ac > 0$
恰有一個交點	$b^2 - 4ac = 0$
沒有交點	$b^2 - 4ac < 0$

- (3) 二次函數值的恆正與恆負條件:
  - 二次函數  $y = f(x) = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$  ,判別式  $D = b^2 4ac$  。

f(x) 恆正 a > 0 且 D < 0 (開口向上且圖形與x 軸無交點)

f(x) 恆負 a < 0 且 D < 0 (開口向下且圖形與 x 軸無交點)

例  $y = f(x) = x^2 - 6x + 1$  的開口向上且頂點坐標為 (3, -8) °

#### 觀念是非題2

( )  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 恆負的條件為 a < 0 且 D > 0 °

範例	
7	=
U	

## 老師講解

#### 頂點坐標

學生練習

- 二次函數  $y = f(x) = 2x^2 4x + 1$ ,則
- (1) 圖形開口向
- (2)頂點坐標為
- (3)最\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

- 二次函數  $y = f(x) = -x^2 6x + 5$ ,則
  - (1) 圖形開口向
  - (2)頂點坐標為
  - (3) 最\_\_\_\_\_\_\_值為\_\_\_。

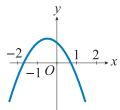


#### 利用圖形判斷二次函數係數的符號

學生練習

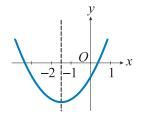
圖為 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形,請 由圖形判斷:

(1)a (2)b (3)c  $(4)b^2 - 4ac$  的正負號。



圖為 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形,請 由圖形判斷:

(1)a (2)b (3)c  $(4)b^2 - 4ac$  的正負號。



焦點主題

#### 頂點式:

二次函數形如 $y = f(x) = a(x - h)^2 + k (a \neq 0)$ 稱為頂點式,其對稱軸為直線x = h且頂點坐 標為 (h, k), 可利用配方法將  $y = ax^2 + bx + c$  轉化而成。

平移的規則:

原方程式	$y = ax^2$
水平(左右)平移  h  單位方程式	$y = a(x-h)^2$ (向右移, $h > 0$ ; 向左移, $h < 0$ )
鉛直(上下)平移  k  單位方程式	$y = ax^2 + k$ (向上移, $k > 0$ ; 向下移, $k < 0$ )

例  $y = 2x^2 - 8x + 3$  配方為頂點式,得  $y = 2(x - 2)^2 - 5$ 。

#### 觀念是非題3

)  $y = 3x^2$  向右平移 5 單位,再向下平移 2 單位得到的新方程式為  $y = 3(x-5)^2 - 2$ 。



#### 配方法 頂點式 二次函數-

學生練習

利用配方法,將二次函數 y = f(x) = $3x^2 + 6x - 4$  化成頂點式後,再求出頂點 坐標。

利用配方法,將二次函數 y = f(x) = $2x^2 - 12x + 23$  化成頂點式後,再求出頂 點坐標。



#### 解題小技巧

 $y = a(x - h)^2 + k$ 的頂點為 (h, k)

範例 **6** 

老師講解

#### 二次函數的平移

學生練習

$y = -2(x-3)^2$	2+5的圖形	, 是由 <i>y</i> =	$-2x^{2}$
水平向	_平移	_個單位,	然後
再鉛直向	平移	個單	位得
來。其對稱輔	油為直線	,頂黑	占坐標
為。			

y = 5(x + 2)	2)2-7的圖形	, 是由 <i>y</i> =	$5x^2$ 水
平向	平移	_個單位,	然後
再鉛直向	可平移_	個單	且位得
來。其對	稱軸為直線_	,頂黑	站坐標
為	0		

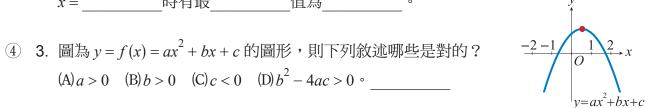
★表難題



對應範例

② 1. 已知 f(x) 為線型函數且  $f(2) = -1 \cdot f(-3) = 9$ ,則  $f(x) = ____$ 。

③ 2. 求二次函數: $f(x) = x^2 - 4x + 3$  的頂點坐標為\_\_\_\_\_。即求此二次函數在  $x = _____$  時有最\_\_\_\_\_。



- ⑤ **4**. 利用配方法將二次函數: $y = f(x) = x^2 8x + 7$  化為頂點式\_\_\_\_\_\_,並求出其頂點坐標為。
- ⑥ 5.  $y = 4(x-1)^2 6$  的圖形,是由  $y = 4x^2$  水平向\_\_\_\_\_ 平移\_\_\_\_\_ 個單位,然後再 鉛直向\_\_\_\_\_ 平移\_\_\_\_\_ 個單位得來。其對稱軸為直線\_\_\_\_\_\_,頂點坐標為 。



# 元二次不等式





#### 焦點主題 1



#### 一元二次不等式:

- (1) 凡是形如  $ax^2 + bx + c > 0$ ,  $ax^2 + bx + c \ge 0$ ,  $ax^2 + bx + c < 0$ ,  $ax^2 + bx + c \le 0$ (  $a \ne 0$ , a 、 b、c 為實數)者皆為一元二次不等式。
- (2) 若 a < b , 則:

狀況	解	圖示
(x-a)(x-b) > 0	$x < a \stackrel{.}{} x > b$	$a \qquad b \qquad x$
$(x-a)(x-b) \ge 0$	$x \le a$ 或 $x \ge b$	$a \qquad b \qquad x$
(x-a)(x-b)<0	a < x < b	$a \qquad b \qquad x$
$(x-a)(x-b) \le 0$	$a \le x \le b$	$a b \xrightarrow{x} x$



 $\sqrt{100}$  如果  $x^2$  項係數為正,可利用附圖的正負號即可解出 一元二次不等式的解,不用死背哦!

$$\begin{array}{ccc} + & - & + \\ \hline & a & b \end{array} \rightarrow x$$

$$y$$
  $x^2 - 4x - 12 \le 0 \implies (x+2)(x-6) \le 0 \implies -2 \le x \le 6$ 

#### 觀念是非題1

)  $x^2 > 4$  的解為  $x > \pm 2$ 。

#### 一元二次不等式

學生練習

試求下列不等式:

- $(1)\,2x^2 x 6 > 0$
- $(2)x^2 \le 25 \circ$

試求下列不等式:

- $(1) x^2 + 2x + 15 \le 0$
- $(2) 6x^2 + 5x 6 < 0$  °

1

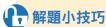
範例

老師講解

 $a < x < b \iff (x - a)(x - b) < 0$ 

學生練習

若一元二次不等式: $2x^2 + mx + n \le 0$  的 解為  $-3 \le x \le \frac{5}{2}$ ,試求  $m \cdot n$  之值。 若一元二次不等式: $x^2 + ax + b > 0$  的解 為 x > 3 或 x < -5,試求 (a, b) = ?



若一元二次不等式的解為x > a或x < b,則可設題目為(x - a)(x - b) > 0



#### 一元二次不等式應用

學生練習

已知兩個連續正偶數的乘積會大於80, 試求滿足條件的最小連續兩數。

已知某直播販售的商品銷售 x 件的利潤 函數為 $f(x) = x^2 - 30x - 1000$ ,試問至 少賣出幾件商品後才會開始賺錢?



#### 解題小技巧

開始賺錢即為利潤大於0



#### 老師講解

#### 完全平方式

學生練習

試求下列不等式:

$$(1)x^2 - 6x + 9 > 0$$
  $(2)x^2 - 6x + 9 \ge 0$ 

$$(3)x^2 - 6x + 9 < 0$$
  $(4)x^2 - 6x + 9 \le 0$ 

試求下列不等式:

$$(1)x^2 + 2x + 1 > 0$$
  $(2)x^2 + 2x + 1 \ge 0$ 

$$(3)x^2 + 2x + 1 < 0$$
  $(4)x^2 + 2x + 1 \le 0$ 



#### 解題小技巧

 $(x-k)^2 \ge 0$  恆成立

★表難題



對應範例

(1) 1. $\mathbb{R}$ 件 等式 $\cdot$ (1) $3x - 2x - 8 < 0$ , 合 $\cdot$	1	1.	解不等式: $(1)3x^2-2x-8<0$ ,答:	
--	---	----	----------------------------	--

 $(2) - 10x^2 - 7x + 12 \le 0$ , 答:

1	2.	解不等式:(1)x <sup>2</sup> ≤ 36,答:	
		$(2)x^2 + 5x > 0$ ,答:	0

- ② 3. 若一元二次不等式: $x^2 + ax + b \le 0$ 的解為  $-2 \le x \le 3$ ,則  $(a, b) = _____$ 。
- ③ 4. 某建設公司推出一個建案,計算建築成本、管銷費用、廣告支出等等,得到賣出 x 間房屋的利潤函數為  $f(x) = 2x^2 + x 91$ ,試求此建案至少賣出\_\_\_\_\_\_ 間房子才 會開始賺錢。
- ④ 5. 解下列不等式:

$$(1) x^2 - 10x + 25 \le 0$$
,答:\_\_\_\_\_

(2) 
$$x^2 - 10x + 25 > 0$$
,答:\_\_\_\_\_\_。

### 綜合實力評量



★表難題

 _ 1.	已知 $ 2x + 5  = 11$ 的兩根為 $\alpha \cdot \beta$ ,則 $\alpha + \beta =$	= (A	) - 1	(B) - 3	(C) - 5
	(D) - 7 °				
2.	若 $ 2x-1  \le 9$ 的解為 $\alpha \le x \le \beta$ ,則 $\alpha + \beta =$	(A) 1	(B) 2	(C) 3	(D)4 °

- \_\_\_\_\_\_3.  $a \cdot b$  為非 0 的實數,若點 A(b,a) 在第二象限,則點  $B\left(a^2b, \frac{a}{b}\right)$  在第
  - (A) (B) 二 (C) 三 (D) 四 象限。
- \_\_\_\_\_4. 已知 P 為 A(-1,4) 與 B(-7,6) 的中點,則 P 與 Q(-8,2) 的距離為 (A) 5 (B)  $3\sqrt{13}$  (C) 13 (D)  $8\sqrt{2}$  。
- \_\_\_\_\_\_6. 已知 $\triangle ABC$ 之重心為 (4, -2),且頂點 A(-2, 5)、B(3, -3),求另一頂點 C的坐標為  $(A)\left(\frac{5}{3}, 0\right)$  (B)(-2, 1) (C)(-7, 4) (D)(11, -8)。
- \_\_\_\_\_\_7. 已知  $A(-3,4) \cdot B(5,-2) \cdot C(x,-1) \cdot D(2,y)$  四個點是平行四邊形 ABCD 的四個頂點,則 x-y= (A) 5 (B) 3 (C) 1 (D) -1 °
- 8. 設  $f(x) = 2x^2 7x + 3$ ,則 f(-3) = (A)0 (B)6 (C)42 (D)60。
- 9. 若 f(x) 為一次函數,且 f(-1) = -5、f(2) = 7,則 f(5) = (A)21 (B) 19 (C) 17 (D) 15。
- ★ \_\_\_\_\_10. 若 a < 0、b < 0,則 y = ax + b 之圖形**不通過**第 (A) (B) 二 (C) 三 (D) 四 象限。

# 歷屆試題 器



★表難題

\_\_\_\_\_1. 將火車站與甲、乙、丙三家標示於坐標平面上,設火車站與甲、乙兩家的坐標分別為(0,0)、(-2,-5)、(4,7),且甲、乙、丙三家共線。若丙家介於甲、乙兩家之間,且丙家到甲家距離為丙家到乙家距離的兩倍,則丙家到火車站的距離為何?  $(A)\sqrt{7}$   $(B)\sqrt{11}$   $(C)\sqrt{13}$   $(D)\sqrt{15}$   $(D)\sqrt{15}$ 

- - \_\_\_\_\_\_\_5. 已知△ABC的三頂點為A(-1,2)、B(-3,-3)、C(3,-1),則 $\overline{AB}$  邊上的中線長為何? (A)  $\frac{\sqrt{26}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{71}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{101}}{2}$  (D)  $\sqrt{26}$  。 105 (B)
- ★ \_\_\_\_\_\_6. 已知拋物線  $y = ax^2 + 4bx + 4a$  與 x 軸有兩相異交點,且頂點在第一象限,則下列敘述何者正確? (A) a < 0, $a^2 < b^2$  (B) a < 0, $a^2 > b^2$  (C) a > 0, $a^2 < b^2$  (D) a > 0, $a^2 > b^2$  。

7. 已知 a, b, c, d 均為實數,則下列敘述何者恆真?

(A) 若 a > b,則 |a| > |b| (B) 若 a > b 且 c > d,則 ac > bd (C) 若 a > b 且  $ab \ne 0$ ,則  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  (D) 若 a > b,則  $a^7 > b^7$ 。

### 素養題特區

- 1. 現今電商崛起,網購、團購早已是全民運動,尤其在辦公室揪團合購更是增進同事情誼的重要活動之一!現有某間公司的團購達人發起下列團購內容:「某知名化妝水,若購買 10 瓶以下,每瓶售價 3500 元(150 ml);若多購買 1 瓶,則每瓶可減50 元,保證原廠公司貨。」請問此筆團購,總共要購買 \_\_\_\_\_\_\_瓶,才可以達成最高團購金額為 元。
- 2. 同學們在國中或是國小都一定有過學習製造水火箭的經驗吧!可知道目前水火箭的飛行最高記錄是由開普敦大學的一群學生創下的 830 公尺嗎?這個便利的工具也是電力公司跨越山谷架設電線的好幫手呢!現有一架水火箭在發射 x 秒後,飛行高度為y 公尺,可用二次函數  $y = f(x) = -2x^2 + 20x + 17$  來表示。試求發射 \_\_\_\_\_\_\_\_ 秒後,水火箭可以達到最大高度為

