

При равномерном движении тела по окружности радиуса  $R$  *линейная скорость*

$$v = 2\pi R/T = 2\pi Rn = \omega R,$$

где  $T$  — период вращения;  $n$  — частота вращения;  $\omega$  — угловая скорость:

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi n.$$

*Ускорение* при равномерном движении тела по окружности (*центростремительное*, или *нормальное, ускорение*) направлено к центру окружности. Модуль этого ускорения

$$a_n = v^2/R = \omega^2 R.$$

В случае *неравномерного движения* тела по окружности ускорение в данной точке траектории есть векторная сумма двух составляющих:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau,$$

где  $\vec{a}_n$  — центростремительное (нормальное) ускорение, которое направлено из этой точки по радиусу (нормали к касательной) к центру окружности и характеризует быстроту изменения скорости по направлению;  $\vec{a}_\tau$  — *касательное (тангенциальное) ускорение*, которое направлено по касательной и характеризует быстроту изменения модуля скорости. Модуль центростремительного ускорения  $a_n = v^2/R$ , где  $v$  — модуль скорости тела в данной точке траектории;  $R$  — радиус окружности.

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

При равномерном движении по окружности  $a_\tau = 0$ ,  $a = a_n = v^2/R$ .

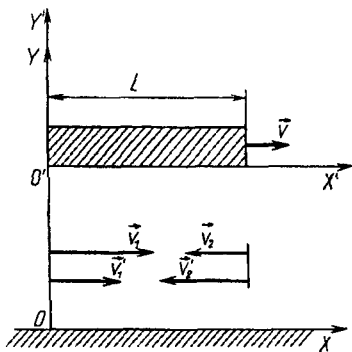
*Классический закон сложения скоростей*: скорость тела относительно неподвижной системы отсчета равна векторной сумме скорости тела относительно движущейся системы отсчета и скорости движущейся системы относительно неподвижной:  $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$ .

## Примеры решения задач

1. Колонна мотоциклистов движется по шоссе со скоростью  $v = 10$  м/с, растянувшись на расстояние  $l = 5$  км. Из хвоста и головы колонны одновременно выезжают на-

встречу друг другу два мотоциклиста со скоростями  $v_1 = 20$  м/с и  $v_2 = 15$  м/с соответственно. За какое время первый мотоциклист достигнет головы, а второй — хвоста колонны?

**Решение.** Движущуюся систему отсчета свяжем с колонной. За начало координат  $O'$  примем хвост колонны, а за положительное направление оси  $O'X'$  — направление движения колонны (рис. 1). Неподвижную систему отсчета свяжем с землей, начало координат  $O$  совместим с точкой, где находился хвост колонны в момент выезда мотоциклистов, положительное направление оси  $OX$  такое же, как и оси  $O'X'$ . Обозначим через  $\bar{v}_1'$  и  $\bar{v}_2'$  скорости первого и второго мотоциклистов в движущейся системе отсчета.



Р и с. 1

Согласно закону сложения скоростей,  $\bar{v}_1 = \bar{v}_1' + \bar{v}$ ,  $\bar{v}_2 = \bar{v}_2' + \bar{v}$ , откуда:

$$\bar{v}_1' = \bar{v}_1 - \bar{v}, \quad \bar{v}_2' = \bar{v}_2 - \bar{v}.$$

Найдем проекции векторов  $\bar{v}_1'$  и  $\bar{v}_2'$  на ось  $O'X'$ , учитывая при этом, что проекция разности векторов равна разности их проекций (на одну и ту же ось):

$$v_1' = v_1 - v, \quad -v_2' = -v_2 - v, \text{ или } v_2' = v_2 + v.$$

Запишем уравнение, выражающее зависимость координаты первого мотоциклиста от времени  $t$ :

$$x_1' = (v_1 - v)t. \quad (1)$$

В момент времени  $t = t_1$  мотоциклист достигнет головы колонны; его координата  $x_1' = l$ . На основании уравнения (1) получим  $l = (v_1 - v)t$ , откуда

$$t_1 = l / (v_1 - v). \quad (2)$$

Зависимость координаты второго мотоциклиста от времени выразится уравнением

$$x_2' = l - (v_2 + v)t. \quad (3)$$

В момент времени  $t = t_2$  второй мотоциклист достигнет хвоста колонны, координата которого  $x_2' = 0$ . Согласно уравнению (3), получим  $0 = l - (v_2 + v)t_2$ , откуда

$$t_2 = l / (v_2 + v). \quad (4)$$

По формулам (2) и (4) найдем:  $t_1 = 5 \cdot 10^2$  с,  $t_2 = 2 \cdot 10^2$  с.

Эту задачу можно решить иначе. Рассматривая движение колонны мотоциклистов относительно неподвижной системы отсчета, запишем уравнения для координат первого ( $x_1$ ) и второго ( $x_2$ ) мотоциклистов, а также для координат головы ( $x_3$ ) и хвоста ( $x_4$ ) колонны:

$$x_1 = v_1 t, \quad x_2 = l - v_2 t, \quad x_3 = l + v t, \quad x_4 = v t.$$

В момент времени  $t = t_1$ , когда первый мотоциклист достигнет головы колонны, будет иметь место равенство  $x_1 = x_3$ , т. е.

$$v_1 t_1 = l + v t_1, \quad t_1 = l / (v_1 - v).$$

Второй мотоциклист достигнет хвоста колонны в момент времени  $t = t_2$ , при этом  $x_2 = x_4$ . Следовательно,

$$l - v_2 t_2 = v t_2, \quad t_2 = l / (v_2 + v).$$

Таким образом, независимо от выбора системы отсчета результат получается один и тот же.

**2.** Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 12$  м/с и  $v_2 = 18$  м/с. Пассажир первого поезда замечает, что второй поезд проходит мимо него в течение  $t = 8$  с. Какова длина  $l$  второго поезда?

**Решение.** Свяжем движущуюся систему отсчета с первым поездом, за начало координат  $O'$  примем местонахождение пассажира, за положительное направление оси  $O'X'$  — направление движения второго поезда. Неподвижная система отсчета связана с землей (рис. 2). Согласно закону сложения скоростей,  $\vec{v}_2 = \vec{v}_2' + \vec{v}_1$ , где  $\vec{v}_2'$  — скорость второго поезда относительно первого. Отсюда  $\vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ . Найдем проекцию вектора  $\vec{v}_2'$  на ось  $O'X'$ :

$$v_2' = v_2 - (-v_1) = v_2 + v_1.$$