

При равномерном движении тела по окружности радиуса R
линейная скорость

$$v = 2\pi R/T = 2\pi Rn = \omega R,$$

где T – период вращения; n – частота вращения; ω – угловая скорость:

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi n.$$

Ускорение при равномерном движении тела по окружности (*центростремительное, или нормальное, ускорение*) направлено к центру окружности. Модуль этого ускорения

$$a_n = v^2/R = \omega^2 R.$$

В случае *неравномерного движения* тела по окружности ускорение в данной точке траектории есть векторная сумма двух составляющих:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau,$$

где \vec{a}_n – центростремительное (нормальное) ускорение, которое направлено из этой точки по радиусу (нормали к касательной) к центру окружности и характеризует быстроту изменения скорости по направлению; \vec{a}_τ – *касательное (тангенциальное) ускорение*, которое направлено по касательной и характеризует быстроту изменения модуля скорости. Модуль центростремительного ускорения $a_n = v^2/R$, где v – модуль скорости тела в данной точке траектории; R – радиус окружности.

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

При равномерном движении по окружности $a_\tau = 0$, $a = a_n = v^2/R$.

Классический закон сложения скоростей: скорость тела относительно неподвижной системы отсчета равна векторной сумме скорости тела относительно движущейся системы отсчета и скорости движущейся системы относительно неподвижной: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$.

Примеры решения задач

1. Колонна мотоциклистов движется по шоссе со скоростью $v = 10$ м/с, растянувшись на расстояние $l = 5$ км. Из хвоста и головы колонны одновременно выезжают на-

встречу друг другу два мотоциклиста со скоростями $v_1 = 20 \text{ м/с}$ и $v_2 = 15 \text{ м/с}$ соответственно. За какое время первый мотоциклист достигнет головы, а второй — хвоста колонны?

Решение. Движущуюся систему отсчета свяжем с колонной. За начало координат O' примем хвост колонны, а за положительное направление оси $O'X'$ — направление движения колонны (рис. 1). Неподвижную систему отсчета свяжем с землей, начало координат O совместим с точкой, где находился хвост колонны в момент выезда мотоциклистов, положительное направление оси OX такое же, как и оси $O'X'$. Обозначим через \vec{v}_1' и \vec{v}_2' скорости первого и второго мотоциклистов в движущейся системе отсчета.

Согласно закону сложения скоростей, $\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}$, $\vec{v}_2 = \vec{v}_2' + \vec{v}$, откуда:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{v}, \quad \vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v}.$$

Найдем проекции векторов \vec{v}_1' и \vec{v}_2' на ось $O'X'$, учитывая при этом, что проекция разности векторов равна разности их проекций (на одну и ту же ось):

$$v_1' = v_1 - v, \quad -v_2' = -v_2 - v, \quad \text{или } v_2' = v_2 + v.$$

Запишем уравнение, выражающее зависимость координаты первого мотоциклиста от времени t :

$$x_1' = (v_1 - v)t. \quad (1)$$

В момент времени $t = t_1$ мотоциклист достигнет головы колонны; его координата $x_1' = l$. На основании уравнения (1) получим $l = (v_1 - v)t$, откуда

$$t_1 = l / (v_1 - v). \quad (2)$$

Зависимость координаты второго мотоциклиста от времени выражается уравнением

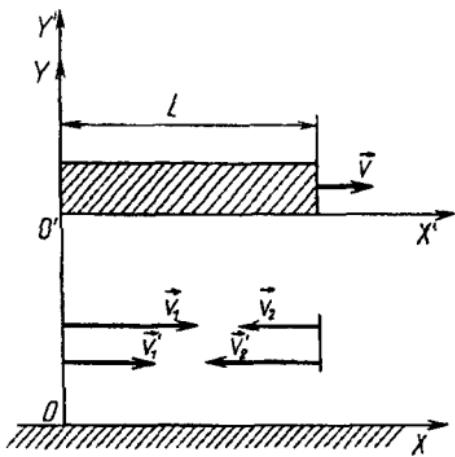


Рис. 1

$$x'_2 = l - (v_2 + v)t. \quad (3)$$

В момент времени $t = t_2$ второй мотоциклист достигнет хвоста колонны, координата которого $x'_2 = 0$. Согласно уравнению (3), получим $0 = l - (v_2 + v)t_2$, откуда

$$t_2 = l / (v_2 + v). \quad (4)$$

По формулам (2) и (4) найдем: $t_1 = 5 \cdot 10^2$ с, $t_2 = 2 \cdot 10^2$ с.

Эту задачу можно решить иначе. Рассматривая движение колонны мотоциклистов относительно неподвижной системы отсчета, запишем уравнения для координат первого (x_1) и второго (x_2) мотоциклистов, а также для координат головы (x_3) и хвоста (x_4) колонны:

$$x_1 = v_1 t, \quad x_2 = l - v_2 t, \quad x_3 = l + vt, \quad x_4 = vt.$$

В момент времени $t = t_1$, когда первый мотоциклист достигнет головы колонны, будет иметь место равенство $x_1 = x_3$, т. е.

$$v_1 t_1 = l + vt_1, \quad t_1 = l / (v_1 - v).$$

Второй мотоциклист достигнет хвоста колонны в момент времени $t = t_2$, при этом $x_2 = x_4$. Следовательно,

$$l - v_2 t_2 = vt_2, \quad t_2 = l / (v_2 + v).$$

Таким образом, независимо от выбора системы отсчета результат получается один и тот же.

2. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 12$ м/с и $v_2 = 18$ м/с. Пассажир первого поезда замечает, что второй поезд проходит мимо него в течение $t = 8$ с. Какова длина l второго поезда?

Решение. Связем движущуюся систему отсчета с первым поездом, за начало координат O' примем место нахождение пассажира, за положительное направление оси $O'X'$ – направление движения второго поезда. Неподвижная система отсчета связана с землей (рис. 2). Согласно закону сложения скоростей, $\bar{v}_2 = \bar{v}'_2 + \bar{v}_1$, где \bar{v}'_2 – скорость второго поезда относительно первого. Отсюда $\bar{v}'_2 = \bar{v}_2 - \bar{v}_1$. Найдем проекцию вектора \bar{v}'_2 на ось $O'X'$:

$$v'_2 = v_2 - (-v_1) = v_2 + v_1.$$