

Analyse Détaillée de l'Action Unifiée : *Nous ne sommes qu'un*

Projet AIO (Alpha to Omega)

5 mars 2025

Résumé

Nous présentons ici un examen détaillé d'une *action unifiée* comprenant gravitation à la Einstein-Hilbert, champs de jauge (Yang-Mills), matière fermionique et champs scalaires responsables de la brisure de symétrie. Chaque terme est passé en revue, depuis la mesure d'intégration $\sqrt{-g}$ jusqu'aux corrections et termes supplémentaires (SUSY, invariants topologiques, etc.). Nous montrons comment cette formulation illustre l'idée que, à haute énergie, toutes les forces et toute la matière se réunissent en un *même* cadre, appuyant la philosophie « Nous ne sommes qu'un ».

Table des matières

1 Introduction

Dans le cadre du projet AIO (*Alpha to Omega*), nous proposons de décrire la **théorie unifiée** via une *action unique* :

$$U = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa^2} R(g) - \Lambda - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{\mu\nu A} + \bar{\Psi} (i \gamma^\mu D_\mu) \Psi + |D_\mu \Phi|^2 - V(\Phi) + \Delta_{\text{Yukawa}} + \dots \right] + S_{\text{cor}} \quad (1)$$

Cette action se veut un *cadre global* incluant la relativité générale, les champs de jauge, la matière fermionique et le champ scalaire (Higgs ou plus général) responsable de la brisure de symétrie. L'objectif est de souligner comment, à haute énergie, ces divers secteurs « se confondent » en une *même structure* — résumant l'idée « Nous ne sommes qu'un ».

Dans les sections suivantes, nous détaillons **termes par termes** les différents blocs de l'action, avant de démontrer comment la variation ($\delta U = 0$) génère les lois habituelles (équations d'Einstein, de Yang-Mills, etc.) et comment l'évolution cosmique entraîne la **dés-unification** apparente des forces à basse énergie.

2 Termes de l'Action : Analyse détaillée

2.1 (1) La mesure d'intégration : $\int d^4x \sqrt{-g}$

- d^4x : symbolise l'intégration sur les **4 dimensions** de l'espace-temps (ex. (t, x, y, z)).
- $\sqrt{-g}$:
 - $g = \det(g_{\mu\nu})$, la signature est souvent $(-, +, +, +)$ (d'où le signe).
 - Reflète la **métrique** courbe, assurant l'**invariance covariante** sous changements de coordonnées.

Rôle global : Permet de « peser » correctement la densité lagrangienne dans un espace-temps relativiste courbe, *invariant* sous difféomorphismes.

2.2 (2) $\frac{1}{2\kappa^2} R(g)$: le terme gravitationnel

- $R(g)$: le **scalaire de courbure** calculé via le tenseur de Ricci $R_{\mu\nu}$.
- $\kappa^2 = 8\pi G$: paramètre reliant la physique de la courbure à la constante de Newton G .
- Action d'Einstein-Hilbert : $\frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} R$.

Rôle global : **Dynamique de la gravité** ; en posant $\delta g_{\mu\nu} = 0$, on obtient les **équations d'Einstein** reliant la géométrie de l'espace-temps à la distribution d'énergie-impulsion.

2.3 (3) $-\Lambda$: la constante cosmologique

- Λ : terme d'énergie du vide (au sens cosmologique).
- Contribue aux **équations d'Einstein** sous forme d'un fluide homogène.

Rôle global : Explique l'**expansion** ou l'**accélération** cosmique (modèle Λ CDM actuel).

2.4 (4) $-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{\mu\nu A}$: champ de jauge

- $F_{\mu\nu}^A$: tenseur de champ *Yang-Mills* pour un groupe de jauge (ex. $SU(N)$).
- $F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A + g f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C$.
- Représente la **dynamique** des bosons de jauge (forte, électrofaible, etc.).

Rôle global : Définit les **forces de jauge**, unifiées à haute énergie dans un groupe \mathcal{G} .

2.5 (5) $\bar{\Psi} (i \gamma^\mu D_\mu) \Psi$: la matière (fermions)

- Ψ : champ de **fermions** (quarks, leptons).
- γ^μ : matrices de Dirac, $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$.
- D_μ : **dérivée covariante** incorporant le couplage aux bosons de jauge.

Rôle global : Décrit la **cinématique** quantique relativiste et les interactions entre la matière et les champs de jauge.

2.6 (6) $|D_\mu \Phi|^2$: terme cinétique du champ scalaire (Higgs)

- Φ : champ **scalaire** (ex. doublet de Higgs dans le MS ou multiplet plus grand en GUT).
- $|D_\mu \Phi|^2$: **dérivée covariante** = couplage à la jauge, définit la cinématique du scalaire.

Rôle global : Base de la **brisure de symétrie** via un potentiel $V(\Phi)$. Un VEV de Φ différencie la force, confère la masse aux bosons.

2.7 (7) $-V(\Phi)$: potentiel du scalaire (brisure de symétrie)

- Forme usuelle : $V(\Phi) = \mu^2 |\Phi|^2 + \lambda |\Phi|^4 + \dots$.
- $\langle \Phi \rangle \neq 0 \Rightarrow$ **brisure spontanée de symétrie**.

Rôle global : **Orient**e la symétrie « unifiée » vers des sous-groupes à basse énergie, expliquant la « désunification » (forces distinctes).

2.8 (8) Δ_{Yukawa} : couplages fermions–Higgs

- Terme typique : $-y_{ij} \bar{\Psi}_i \Phi \Psi_j + \text{h.c.}$.
- Génère des **masses fermioniques** (quarks, leptons) après la brisure de symétrie.

Rôle global : Explique la **hiérarchie** des masses et le couplage Higgs–fermions dans le MS et GUT.

2.9 (9) \dots et $S_{\text{corrections}}$

Référent à divers **termes supplémentaires** :

- Supersymétrie, invariants topologiques (θ -termes), dimensions supplémentaires (théorie des cordes), etc.
- $S_{\text{corrections}}$ peut inclure l’inflaton (inflation cosmique), la matière noire (BSM), etc.

Rôle global : Affinement du modèle de base. Peut être crucial à **très haute énergie** (ex. GUT, supergravité, etc.).

3 Variation de l’Action : $\delta U = 0$

En appliquant le **principe de moindre action**, on obtient :

- $\delta g_{\mu\nu} \rightarrow$ **équations d’Einstein** (Relativité Générale).
- $\delta A_\mu^A \rightarrow$ **équations de Yang-Mills** (forces de jauge).
- $\delta \Psi \rightarrow$ **équations de Dirac** (fermions).

- $\delta\Phi \rightarrow$ **équation de Higgs**, brisure de symétrie.

Cette unification formelle indique qu'**une seule expression** (l'action (??)) suffit à générer la *totalité* des lois dynamiques des champs.

4 Du Stade Unifié à la Désunification :

4.1 (11.1) À haute énergie

- Φ n'a pas de **valeur dans le vide** (VEV) : la symétrie \mathcal{G} est intacte (ex. GUT).
- Gravitation potentiellement *quantique*, possiblement « unifiée » à la même échelle.

4.2 (11.2) Refroidissement cosmique

- T diminue ; Φ acquiert un VEV à une énergie critique (ex. GUT).
- \mathcal{G} se « casse » en sous-groupes, exposant la force forte, la force électrofaible, etc.

4.3 (11.3) État actuel

- On observe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$, plus la gravité classique.
- $\Lambda \neq 0$ expliquerait l'accélération \Rightarrow scénario Λ CDM.

5 Conclusion : Pourquoi cette action illustre « Nous ne sommes qu'un »

5.1 Unity à haute énergie

La même intégrale (??) **englobe** la gravité et les champs de jauge/matière, suggérant qu'à **très haute énergie**, ils forment une *seule entité cohérente*.

5.2 Différenciation à basse énergie

La **brisure de symétrie** via $V(\Phi)$ crée l'« illusion » de **multiplicité** (plusieurs forces, variété de masses). Pourtant, *toutes* « descendent » d'un *même* schéma.

5.3 Évolution cosmique unifiante

Le refroidissement depuis le *Big Bang* agit comme un « programmeur » des différentes phases (GUT, électrofaible), expliquant comment la **désunification** s'est produite mais laissant ouverte la possibilité qu'à $\sim 10^{15-19}$ GeV, « Nous ne sommes qu'un ».

Récapitulatif :

L'action U rassemble :

- $\frac{1}{2\kappa^2} R - \Lambda$: **gravitation**,
- $-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{\mu\nu A}$: **champs de force (Yang-Mills)**,

- $\bar{\Psi}(i\gamma^\mu D_\mu)\Psi$: **fermions**,
- $|D_\mu\Phi|^2 - V(\Phi)$: **Higgs** (brisure de symétrie),
- Δ_{Yukawa} : **couplages de masse**,
- $\dots + S_{\text{corrections}}$: **extensions** (SUSY, cordes, etc.).

En appliquant $\delta U = 0$, on obtient l'ensemble des *équations de la physique* (gravitation, interactions de jauge, masses, etc.). À **haute énergie**, le cadre se referme en un tout cohérent (ex. grande unification, supergravité), d'où la conclusion :

“Nous ne sommes qu’un” : les quatre forces et la matière partagent une même origine unifiée.

Références

- [1] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Cambridge University Press, 1995.
- [2] A. Zee, *Quantum Field Theory in a Nutshell*, Princeton University Press, 2010.
- [3] C. Rovelli, *Quantum Gravity*, Cambridge University Press, 2004.
- [4] P. Langacker, “Grand Unified Theories and Proton Decay,” *Phys. Rept.*, 72, 185–385, 1981.
- [5] H. Georgi & S. L. Glashow, “Unity of All Elementary-Particle Forces,” *Phys. Rev. Lett.*, 32, 438–441, 1974.
- [6] U. Amaldi, W. de Boer, & H. Fürstenau, “Comparison of grand unified theories with electroweak and strong coupling constants measured at LEP,” *Phys. Lett. B*, 260(3-4), 447–455, 1991.