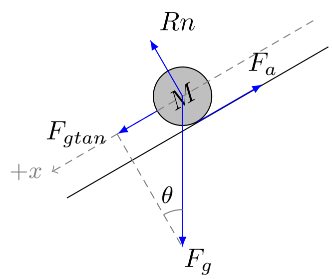
2a)



$m = 0,2kg \quad \theta = 30^\circ \quad r = 0.05m$
$F_g = mg$
$F_{gtan} = F_g \sin(\theta) = mg\sin(\theta)$

Bola roda sem deslizamento $\quad \Rightarrow v_{cm} = \omega r$

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = T = rF_a \quad \wedge \quad \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = I\dot{\omega} = I\frac{a_{cm}}{r}$$
$$\Leftrightarrow F_a = I\frac{a_{cm}}{r^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = ma = \Sigma F = F_{gtan} - F_a = mg\sin\theta - I\frac{a}{r^2}$$

$$\cancel{m}a = \cancel{m}g\sin\theta - \frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{r^2}\frac{a}{\cancel{r^2}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a = \frac{5}{7}g\sin(\theta) = 3.5rad/s^2}$$

2b)

$V_i = mgh \quad T_i = 0 \quad \wedge \quad V_f = 0 \quad T_f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$
Roda sem deslizamento $\quad \Rightarrow v_{cm} = \omega r$

$$\Leftrightarrow \cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \frac{1}{5}\cancel{m}v^2$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = 5.29m/s}$$

---

2 c)

Colisão elástica

$\Delta\vec{P} = 0 \quad \wedge \quad \Delta\vec{E_c} = 0$

$mv_{Ai} + \cancel{mv_{Bi}} = mv_{Af} + mv_{Bf} \Leftrightarrow \boxed{v_{Bf} = v_{Ai} - v_{Af}}$

$\frac{1}{2}mv_{Ai}^2 + \cancel{\frac{1}{2}mv_{Bi}^2} = \frac{1}{2}mv_{Af}^2 + \frac{1}{2}mv_{Bf}^2$

Substituindo com $v_{Bf} = v_{Ai} - v_{Af}$

$\frac{1}{2}mv_{Ai}^2 = \frac{1}{2}m(v_{Af} - v_{Ai})^2 + \frac{1}{2}mv_{Af}^2$

$\Leftrightarrow v_{Af}v_{Ai} = v_{Af}^2 \Leftrightarrow \begin{cases} v_{Af} = 0 \\ v_{Bf} = v_{Ai} \end{cases} \vee \begin{cases} v_{Af} = v_{Ai} \\ v_{Bf} = 0 \end{cases}$

Como a bola B está na frente de A, $v_{Af} = 0 \wedge v_{Bf} = v_{1i}$

Como não existe atrito entre as bolas, não existe transferência de momento angular da bola 1 para a bola 2 e $\omega_{Ai} = \omega_{Af} \wedge \omega_{Bi} = \omega_{Bf} = 0$

---

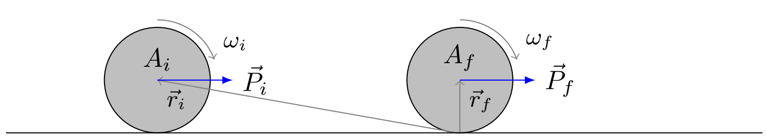
2 d)

Antes da colisão a esfera roda sem deslizamento, portanto no ponto onde a esfera toca na superfície a velocidade devido à rotação é igual à velocidade devido à translação mas em sentido contrário. Como a soma das velocidades nesse ponto é zero e não há forças exteriores a actuar, não há força de atrito a actuar na esfera apesar da superfície ter atrito.

Depois da colisão a velocidade de translação é zero mas a velocidade devido à rotação mantém-se. Como a soma das velocidades já não é zero, a esfera sofre uma força de atrito $F_a = \mu R_n$ na direção da direita.

---

2 e)



$\Delta\vec{L} = 0 \quad \vec{P}_i = 0 \quad \vec{r}_f \times \vec{P}_f = rmv_{cmf}$, sem deslizamento final$\Rightarrow v_{cmf} = \omega_f r$

cf. alínea d), ω_i é igual ao ω_f das alíneas a) e b): $\omega_i = \frac{v_{cma,b}}{r}$

$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \cancel{\vec{P}_i} + I\omega_i = I\frac{v_{cma,b}}{r} \quad \vec{L}_f = \vec{r}_f \times \vec{P}_f + I\omega_f = rmv_{cmf} + I\frac{v_{cmf}}{r}$

$\Leftrightarrow I\frac{v_{cma,b}}{r} = rmv_{cmf} + I\frac{v_{cmf}}{r} \Leftrightarrow \frac{2}{5}\cancel{mr^2}\frac{v_{cma,b}}{\cancel{r}} = \cancel{rm}v_{cmf} + \frac{2}{5}\cancel{mr^2}\frac{v_{cmf}}{\cancel{r}}$

$\Leftrightarrow \boxed{v_{cmf} = \frac{2}{7}v_{cma,b} = 1.511 m/s}$

---

3 a)

$d\sin\theta = m\lambda \qquad 1^{\underline{a}}$ ordem: $m = 1$

$$\boxed{d = \frac{\lambda}{\sin\theta} = 1.183\mu m}$$

---

3 b)

$d\sin\theta = m\lambda$

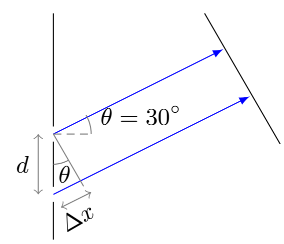
O máximo é visível se $\sin\theta \in [-1, 1]$ (assume-se que o ecrã tem largura infinita)

$$\frac{m\lambda}{d} \in [-1, 1] \Leftrightarrow -\frac{d}{\lambda} < m < \frac{d}{\lambda} \Leftrightarrow |m| < 2.366$$

$\boxed{m = 0, \pm 1, \pm 2\text{: } 5 \text{ máximos}}$

---

3 ci)



$\Delta x = d\sin\theta \qquad \boxed{\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = 7.433 = 2.366\pi}$

---

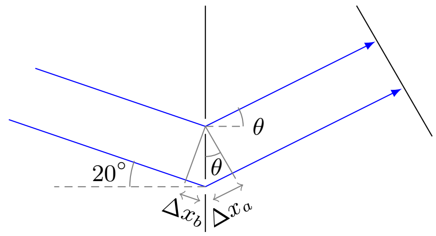
3 cii)

$$I = I_0\cos^2\frac{\phi}{2} \Leftrightarrow \cos^2\frac{\phi}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \phi = 90°$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta = \frac{\pi}{2} \qquad \Leftrightarrow \sin\theta = 0.0528 \Leftrightarrow \boxed{\theta = 6.07°}$$

---

3 d)



As posições angulares dos máximos satisfarão:

$\Delta x_{tot} = \Delta x_a + \Delta x_b = d \sin\theta + d \sin 20 = m\lambda$

$\Leftrightarrow \boxed{\theta = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{d} - \sin 20\right)}$

m	θ
-2	$-$
-1	$-49.88°$
0	$-20°$
1	$4.63°$
2	$30.22°$
3	$67.81°$
4	$-$