

Записки по ДИС2 - Лекция 3

14 март 2023 г.

Лемма 1 Нека $f, g : [a, b] \mapsto \mathbb{R}$ са интегрируеми. Тогава $f \circ g$ е интегрируема в интервала $[a, b]$.

Доказателство: Нека $\tau : a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ и $\epsilon > 0$. Също така $x, y \in [x_{i-1}, x_i]$. Разглеждаме разликата между сумите на Дарбу на композицията на f и g :

$$S_{fg}(\tau) - s_{fg}(\tau) = \sum_{i=1}^n \omega(fg; [x_{i-1}, x_i])(x_i - x_{i-1})$$

. ■

Следствие 1 от Теоремата за средните стойности: Нека $f : [a, b] \mapsto \mathbb{R}$ е непрекъсната и $g : [a, b] \mapsto \mathbb{R}$ е интегрируема, като g е неотрицателна в интервала $[a, b]$. Тогава съществува $\xi \in [a, b]$, за което $\int_a^b f(x) dx = f(\xi) \int_a^b g(x) dx$.

Доказателство: (Исл.) Нека ...
(Исл.) ■