Topología

Alec Zabel-Mena.

January 21, 2021

Chapter 1

Topological Spaces and Continuous Functions.

1.1 Espacios Métricos.

Definition. Una **Métrica** sobre un conjunto X es ina funcion $d : X \times X\mathbb{R}$ tal que para toda $x, yz \in X$:

(1) $d(x, y) \geq 0$ y $d(x, y) = 0$ si y solo si $x = y$.

(2) $d(x, y) = d(y, x)$.

(3) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (La Desigualdad Triangular).

Si d es una métrica sobre el conjunto X, entonces decimos que el par ordenado (X, d) es un **espacio métrico**, y que $d(x, y)$ es la **distancia** entre x y y.

Example 1.1. Sea $X = \mathbb{R}$ y $d = |\cdot|$, entonces $(\mathbb{R}, |\cdot|)$ es una espacio métrico. Para $X = \mathbb{R}^2$ y $d = ||\cdot||$, $(\mathbb{R}^2, ||\cdot||)$ tambien es un espacio metrico.

Example 1.2 (La Métrica Discreta)**.** Sea X cualquier conjunto, y sea $d(x, y) = \begin{cases} 1 & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$
Vemos que las propiedades (1) y (2) estan satisfecho. Tambien vemos que para $x, y, z \in X$ que $d(x, z) = 1, 0$ y que $d(x, y), d(y, x) = 1, 0$. Pues $d(x, y) + d(y, z) = 2, 1, 0$, pues en todo caso $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$.