

Graf

STIMKK106 Matematika Diskrit

Made Prastha Nugraha, S.Kom., M.Kom.

prasthanugraha@idbbali.ac.id



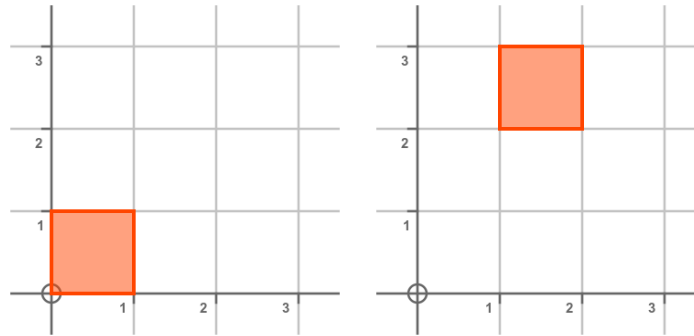


Last Week Recap

Translasi Matriks

- Jika diketahui sebuah titik P(2,3) dan akan ditranslasi sebanyak (4,-1) unit, maka untuk menghitungnya dapat dilakukan dengan cara berikut:

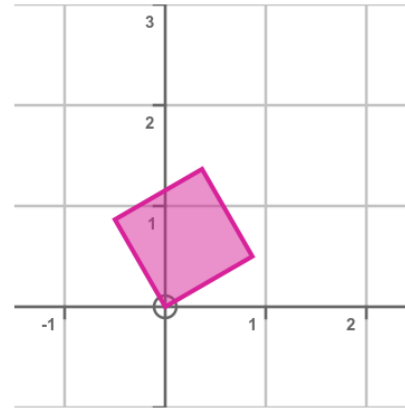
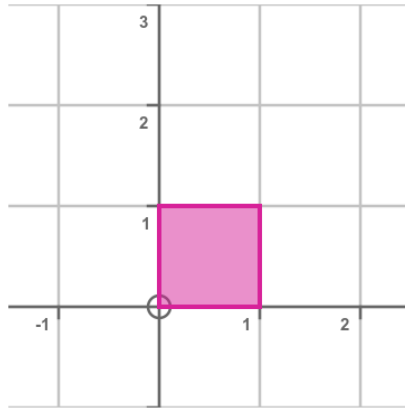
$$\circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Sumber: <https://graphicmaths.com/pure/matrices/matrix-2d-transformations/>

Rotasi Matriks

- Jika diketahui sebuah titik Q(1,1) akan dirotasikan sebesar 90° berlawanan arah jarum jam, maka:
 - $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$



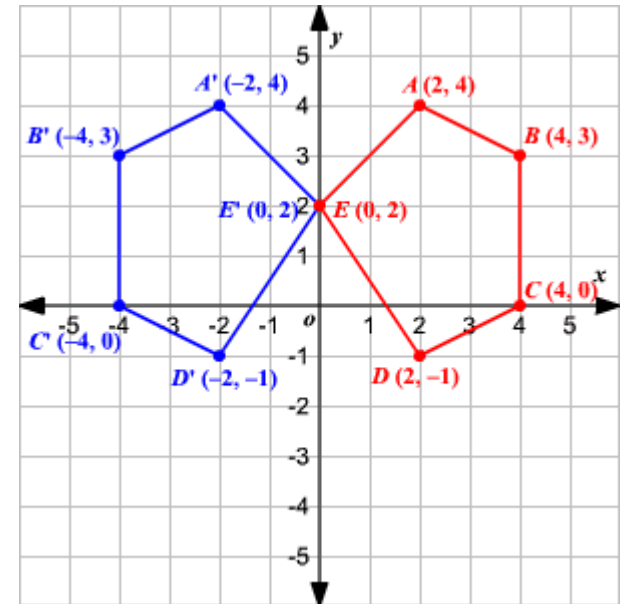
Refleksi Matriks

- Jika diketahui sebuah segi lima dengan koordinat sebagai berikut dipantulkan berdasarkan sumbu y:

- A (2,4)
- B (4,3)
- C (4,0)
- D (2,-1)
- E (0,2)

- Maka dapat diselesaikan dengan:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -4 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$



Latihan

$$A = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Tentukan hasil transformasi matriks jika:

- A ditranslasikan sebesar $T(-4,3)$ lalu dirotasi 90 derajat searah jarum jam.
- B Ditranslasikan sebesar $T(2,-2)$ lalu direfleksikan berdasarkan sumbu y.
- C dirotasikan sebesar 90 derajat berlawanan arah jarum jam, kemudian direfleksikan berdasarkan sumbu x.
- D dirotasikan sebesar 90 derajat searah jarum jam, kemudian direfleksikan berdasarkan sumbu y.

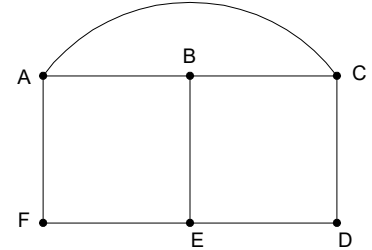
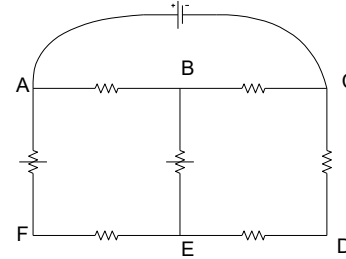
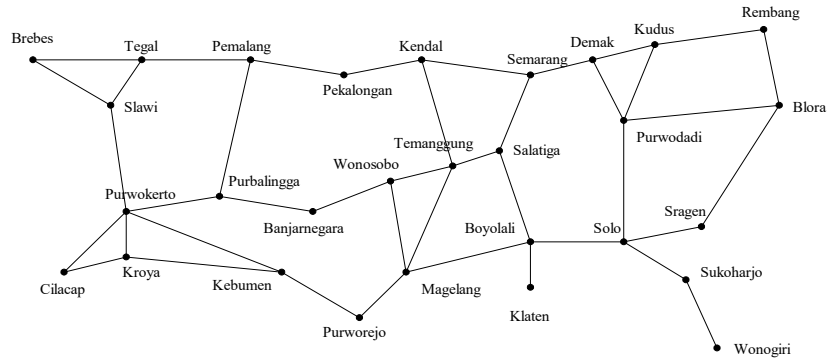
TYPE OF ROTATION	Matrix to be multiplied
Rotation of 90° (clock wise)	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
Rotation of 90° (counter clock wise)	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Rotation of 180° (clock wise & counter clock wise)	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Rotation of 270° (clock wise)	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Rotation of 270° (counter clock wise)	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

Garis pantulan	Nilai matriks
Sumbu x	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Sumbu y	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Sumbu x = y	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$



Dasar Graf

Dasar Graf



Dasar Graf

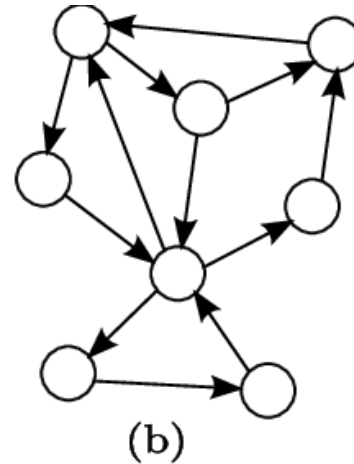
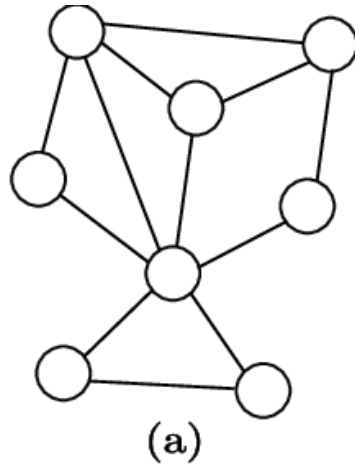
- Graf merupakan suatu diagram yang memuat informasi tertentu jika diinterpretasikan secara tepat.
- Graf digunakan sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti.
- Suatu Graf G yang terdiri dari 2 himpunan berhingga dimana $G = (V, E)$ dapat dijabarkan sebagai berikut:
 - V = Himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices) = $\{V_1, V_2, V_3, \dots, V_n\}$
 - E = Himpunan sisi (edges) yang menghubungkan sepasang simpul = $\{E_1, E_2, E_3, \dots, E_n\}$

Dasar Graf

- Setiap garis berhubungan dengan satu atau dua titik, yang dapat disebut sebagai titik ujung.
- Garis yang berhubungan dengan satu titik disebut loop.
- Dua garis yang berbeda yang menghubungkan titik yang sama disebut garis paralel.
- Dua titik dapat dikatakan berhubungan (adjacent) jika ada garis yang menghubungkan keduanya.
- Titik yang tidak memiliki garis yang berhubungan dengannya disebut titik terasing (isolating point).
- Graf yang tidak memiliki titik disebut graf kosong.

Dasar Graf

- Jika semua garis dalam graf memiliki arah, maka graf dapat disebut sebagai graf berarah (Directed Graph).
- Jika semua garisnya tidak berarah, maka graf dapat disebut graf tidak berarah (Undirected Graph)



Contoh Graf

- Terdapat 7 kota (A, ... , G) yang beberapa diantaranya dapat dihubungkan secara langsung dengan jalan darat. Hubungan-hubungan langsung yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut:
 - A dengan B dan D
 - B dengan D
 - C dengan B
 - E dengan F
- Buatlah graf yang menunjukkan keadaan transportasi di 7 kota tersebut!

Contoh Graf

- Visual dalam graf dapat memiliki perbedaan walaupun himpunan penyusunnya sama, seperti contoh berikut.
- Gambarlah graf G dengan titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dengan garis $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ dengan titik ujung:

Garis	Titik Ujung
e_1	$\{v_1, v_3\}$
e_2	$\{v_2, v_4\}$
e_3	$\{v_1\}$
e_4	$\{v_2, v_4\}$
e_5	$\{v_3\}$



Graf Tak Berarah

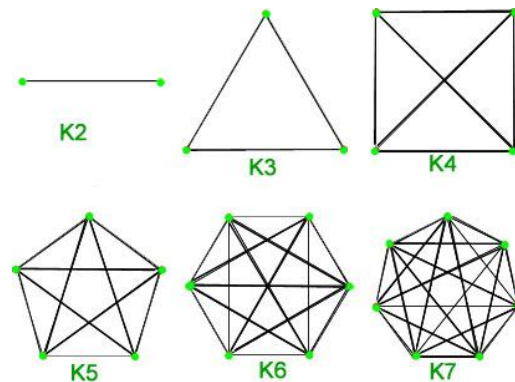
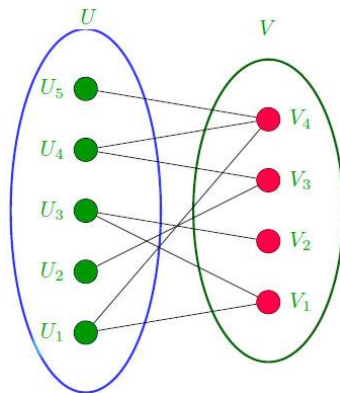
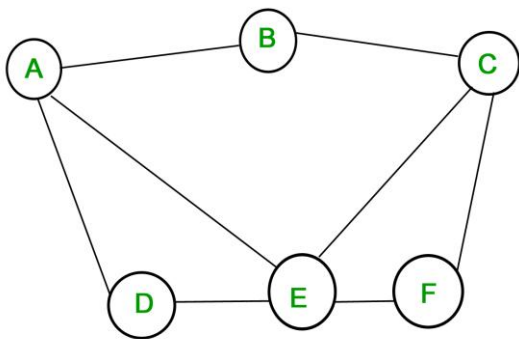
Graf Tidak Berarah

- Graf tidak berarah memiliki beberapa bagian, yaitu:
 - Graf Sederhana Bipartite
 - Graf Komplemen
 - Sub-Graf
 - Derajat
 - Path dan Sirkuit
 - Sirkuit Euler
 - Graf Terhubung dan tidak terhubung
 - Sirkuit Hamilton
 - Isomorfisma

Graf Sederhana dan Bipartite

- Graf Sederhana (Simple Graph) adalah graf yang tidak memiliki loop ataupun garis paralel.
- Suatu graf dapat disebut Graf Bipartite apabila $V(G)$ merupakan gabungan dari 2 himpunan tak kosong V_1 dan V_2 dan setiap garis dalam G menghubungkan suatu titik dalam V_1 dengan titik dalam V_2 .
- Apabila dalam graf bipartite setiap titik dalam V_1 berhubungan dengan setiap titik dalam V_2 , maka grafnya disebut graf bipartite lengkap.

Graf Sederhana dan Bipartite



Sumber: <https://www.geeksforgeeks.org/mathematics-graph-theory-basics/>

Graf Komplemen

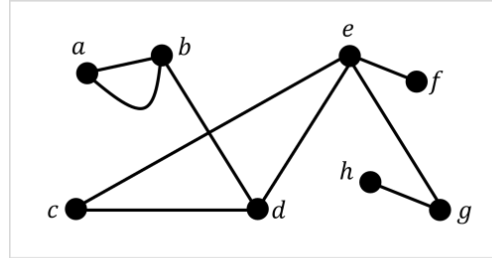
- Graf komplemen adalah graf yang memiliki titik yang sama dengan sebuah graf, namun memiliki garis yang tidak dimiliki oleh graf aslinya.



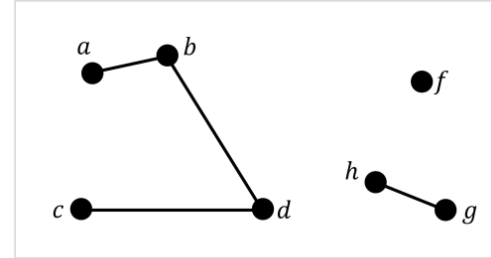
Sumber: <https://bermatematika.net/2016/05/20/graf-dan-komplemennya/>

Sub-Graf

- Konsep subgraf sama dengan konsep himpunan bagian.
- Sebuah graf dapat dikatakan subgraf apabila graf tersebut merupakan bagian dari graf yang lebih besar.



Graf G

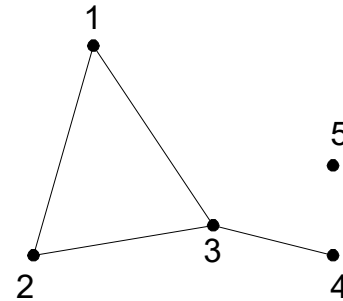
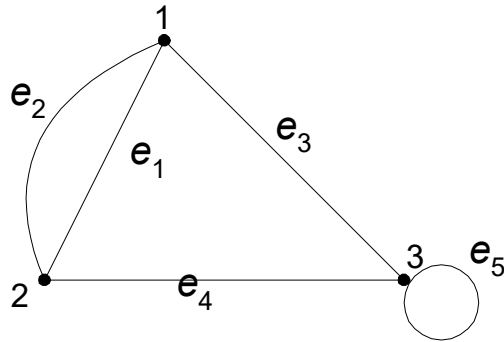
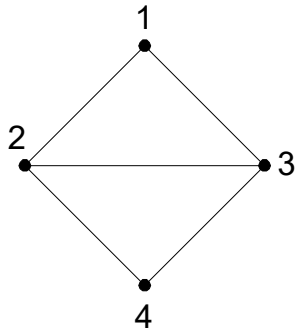


Graf H

Sumber: <https://mathcyber1997.com/materi-soal-operasi-graf-subgraf/>

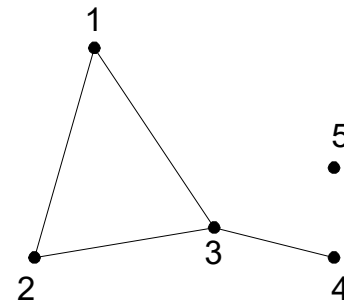
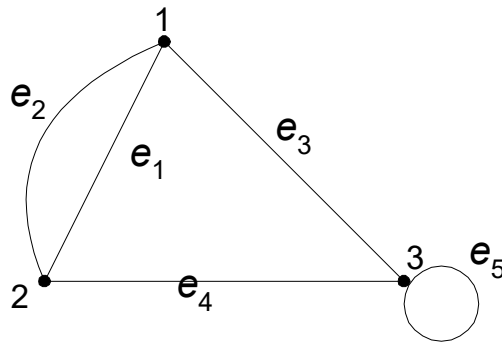
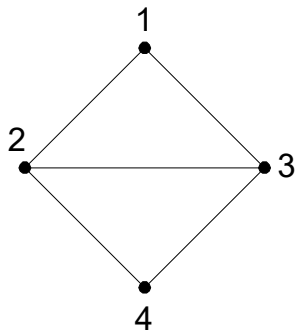
Derajat

- Derajat menunjukkan jumlah garis yang terhubung dengan suatu titik.
- Garis dalam suatu loop dihitung dua kali.



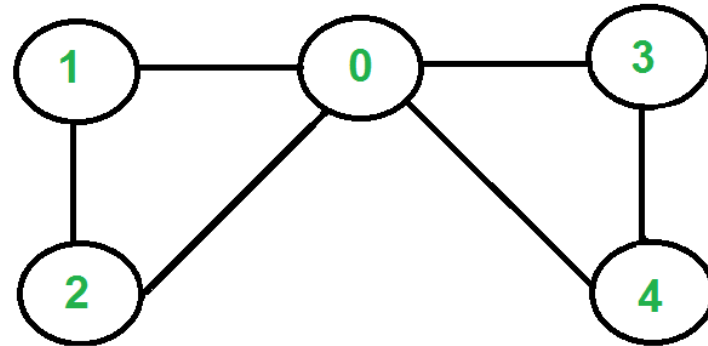
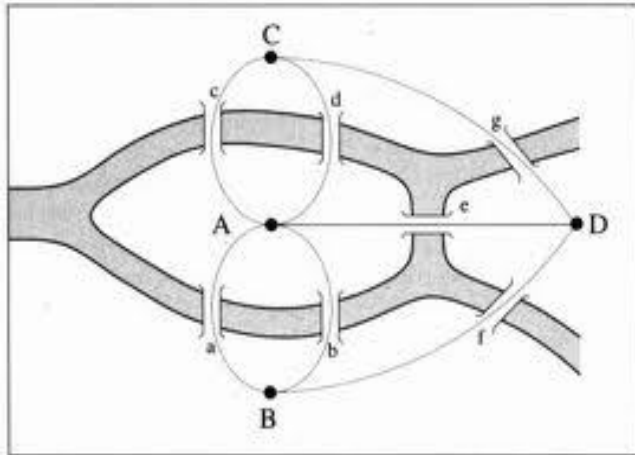
Path (lintasan) dan Sirkuit

- Lintasan adalah garis yang melalui titik-titik yang telah ditentukan.
- Misalnya:
 - Pada g_1 : lintasan 1, 2, 4, 3 adalah lintasan yang terdiri dari garis (1,2), (2,4), (4,3) sehingga dapat dikatakan memiliki panjang lintasannya adalah 3.
- Sirkuit merupakan lintasan yang berawal dan berakhir pada titik atau simpul yang sama.



Sirkuit Euler

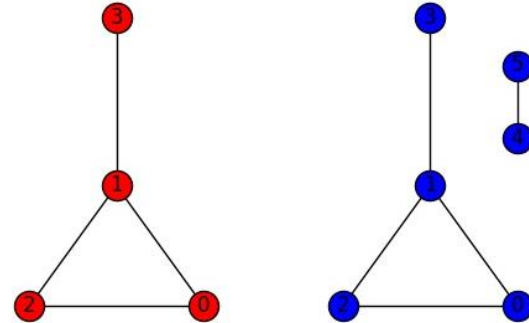
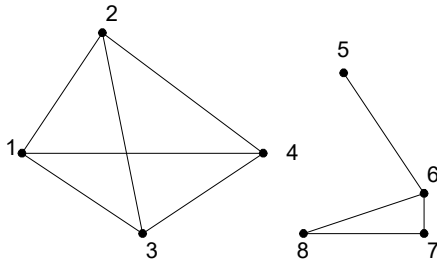
- Sirkuit Euler adalah sirkuit dimana setiap titik pada suatu graf muncul paling sedikit sekali dan setiap garis G muncul tepat satu kali.
- Ciri dari sirkuit Euler adalah:
 - Seluruh titik yang bukan derajat 0 saling terhubung,
 - Seluruh titik memiliki derajat berjumlah genap



The graph has Eulerian Cycles, for example "2 1 0 3 4 0 2"
Note that all vertices have even degree

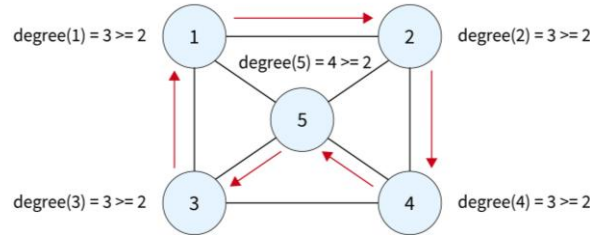
Graf Terhubung dan Tidak Terhubung

- Apabila G adalah suatu graf, maka:
 - Dua titik v dan w dalam G dikatakan terhubung bila dan hanya bila ada walk (jalan) dari v ke w .
 - Graf G dikatakan terhubung bila dan hanya bila setiap 2 titik dalam G terhubung.
 - Graf G dikatakan tidak terhubung bila dan hanya bila ada 2 titik dalam G yang tidak terhubung.

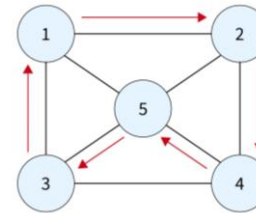


Sirkuit Hamilton

- Suatu graf terhubung G disebut Sirkuit Hamilton bila ada sirkuit yang mengunjungi tiap titiknya tepat satu kali.
- Sirkuit Euler memperbolehkan titiknya muncul atau dilewati lebih dari satu kali tetapi melalui garis yang berbeda, sedangkan Sirkuit Hamilton hanya mengizinkan sebuah titik dan garis dilewati satu kali.



SCALER
Topics



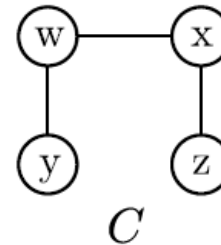
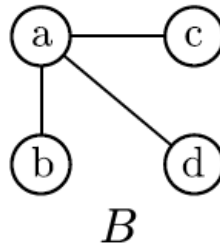
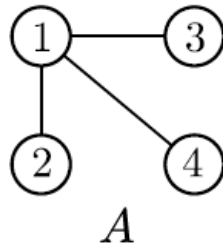
$$\text{degree}(1) + \text{degree}(4) = 6 \geq 5$$

$$\text{degree}(3) + \text{degree}(2) = 6 \geq 5$$

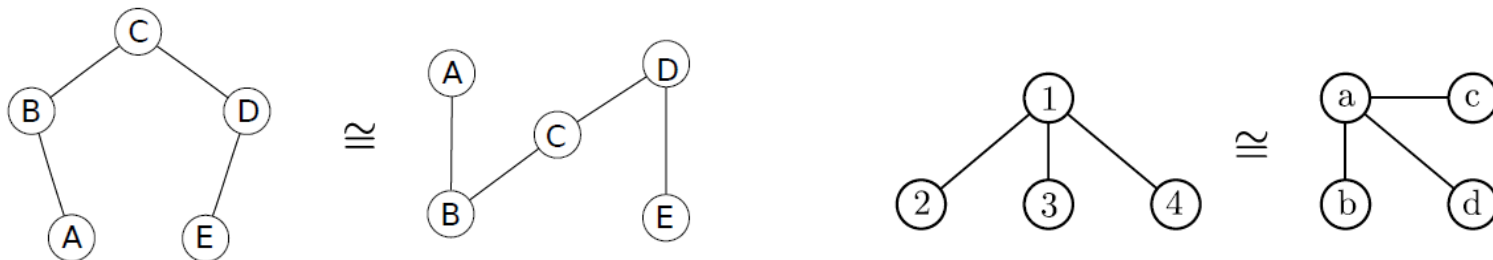
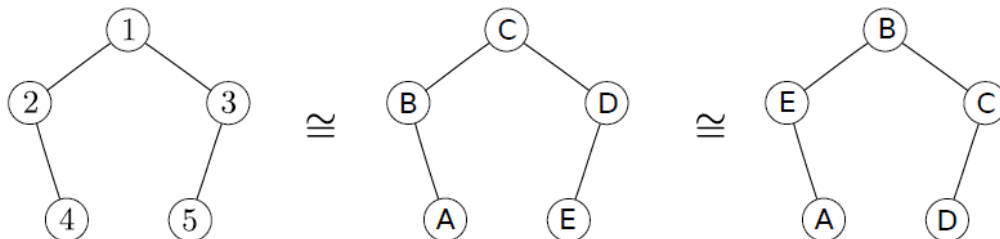
Sumber: <https://www.scaler.com/topics/hamiltonian-graph/>

Isomorfisma

- Isomorfisme adalah graf yang memiliki bentuk dan sifat geometri yang sama.
- Kedua graf yang dibandingkan hanya berbeda dalam hal pemberian label titik dan garisnya saja



Isomorfisma



Terima Kasih!

Thank you!

