

Pumping Lemma

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağlı olarak seçilen bir

$n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde bir $w \in L$ string'i vardır ve

$$w = xyz,$$

$$y \neq \epsilon,$$

$$|xy| \leq n$$

olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^iz \in L$ olur.

İspat: L regular dil olduğundan deterministic finite automata M tarafından kabul

edilir. M automata'nın n duruma sahip olduğunu varsayalım ve

$|w| = m, m \geq n$ olsun.

M automata'nın ilk m adımı aşağıdaki gibidir;

$$(q_0, w_1w_2\dots w_m) \vdash_M (q_1, w_2\dots w_m) \vdash_M \dots \vdash_M (q_m, \epsilon)$$

EXERCISES

PL

EXERCISES: Pumping Lemma

- Is the following regular or not. Why?
- $L = \{ss^R : s \in \{a, b\}^*\}$

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağlı olarak seçilen bir

$n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki

$$w = xyz, y \neq \epsilon, |xy| \leq n$$

olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^iz \in L$ olur.

EXERCISES: Pumping Lemma

- Is the following regular or not. Why?
- $L = \{ss^R : s \in \{a, b\}^*\}$

“Uzun” bir w seçmemiz gerekiyor, yani uzunluğu N 'den büyük olan bir w seçmeliyiz. N 'nin y 'yi (pompalanabilir bölge) garanti ettiği gerçeğinin w 'nin ilk N karakteri içinde gerçekleşmesi gerektiğini unutmayın $|xy| \leq n$.

Y 'nin ne olabileceğine dair birçok farklı olasılığı düşünmek zorunda kalmak istemiyorsak, uzun bir birinci bölge ile bir w seçmek yardımcı olacaktır. $w = a^N b b a^N$ olsun.

B 'lerden önceki bölgede y 'nin bir veya daha fazla a 'dan oluşması gerektiğini biliyoruz. Açıkça, fazladan a pompalarsak, artık L 'de bir dizimiz olmayacak. Böylece, L 'nin düzenli olmadığını söyleyebiliriz.

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağlı olarak seçilen bir

$n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki

$$w = xyz, y \neq \epsilon, |xy| \leq n$$

olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^i z \in L$ olur.

EXERCISES: Pumping Lemma

- Is the following regular or not. Why?
- $L = \{ss : s \in \{a, b\}^*\}$

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağlı olarak seçilen bir

$n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki

$$w = xyz, y \neq \epsilon, |xy| \leq n$$

olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^iz \in L$ olur.

EXERCISES: Pumping Lemma

- Is the following regular or not. Why?
- $L = \{ss : s \in \{a, b\}^*\}$

Her zaman olduğu gibi, yapmamız gereken iş uygun bir w dizisi seçmektir. Yeterince uzun birine ihtiyacımız var (yani, $|w| \geq n$). Ve bölgeler arasında kesin sınırları olan birine ihtiyacımız var. O halde $w = a^N b a^N b$ 'yi seçelim. $|xy| \leq n$ olduğundan, y 'nin ilk a bölgesinde olması gerektiğini biliyoruz. Açıkça, herhangi bir ek a pompalarsak, w 'nin iki yarısı artık eşit olmayacaktır.

Bu arada, w için başka diziler de seçebilirdik. Örneğin, $w = b a^N b a^N$ olsun. Ama sonra, y 'nin ne olabileceğine dair ek seçenekler var (çünkü y , ilk b 'yi içerebilir) ve bunların hepsi üzerinde çalışmamız gerekecek.

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağlı olarak seçilen bir $n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki $w = xyz$, $y \neq \epsilon$, $|xy| \leq n$ olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^i z \in L$ olur.

EXERCISES: Pumping Lemma

- Is the following regular or not. Why?
- $L = \{ww' : w \in \{a, b\}^*\}$, where w' stands for w with each occurrence of a replaced by b , and vice versa.

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağı olarak seçilen bir $n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki $w = xyz$, $y \neq \epsilon$, $|xy| \leq n$ olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^iz \in L$ olur.

EXERCISES: Pumping Lemma

- Is the following regular or not. Why?
- $L = \{ww' : w \in \{a, b\}^*\}$, where w' stands for w with each occurrence of a replaced by b , and vice versa.

Bunu pumping lemmasını kullanarak kolayca kanıtlayabiliriz. $w = a^N b^N$ olsun.

$|xy| \leq n$ olduğundan, y tüm a 'ların bir dizisi olmalıdır. Dolayısıyla, pompaladığımızda (içeride veya dışarıda), w' 'nin ilk kısmını değiştiririz, ikinci kısmını değiştirmeyiz. Böylece elde edilen dize L 'de değil.

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağlı olarak seçilen bir

$n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki

$$w = xyz, y \neq \epsilon, |xy| \leq n$$

olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^i z \in L$ olur.

EXERCISES: Pumping Lemma

- $L = \{xyx^R : x, y \in \Sigma^*\}$ is regular or not. Why?
- $L = \{xyx^R : x, y \in \Sigma^+\}$ is regular or not. Why?

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağı olarak seçilen bir $n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki $w = xyz$, $y \neq \epsilon$, $|xy| \leq n$ olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^iz \in L$ olur.

EXERCISES: Pumping Lemma

- $L = \{xyx^R : x, y \in \Sigma^*\}$ is regular or not. Why?
- We've already said that xx^R isn't regular. This looks a lot like that, but it differs in a key way. L is the set of strings that can be described as some string x , followed by some string y (where x and y can be chosen completely independently), followed by the reverse of x . So, for example, it is clear that $abccccba \in L$ (assuming $\Sigma = \{a, b, c\}$). We let $x = ab$, $y = cccc$, and $x^R = ba$. Now consider $abbccccaaa$. You might think that this string is not in L . But it is. We let $x = a$, $y = bbccccaa$, and $x^R = a$. What about $accb$? This string too is in L . We let $x = \varepsilon$, $y = accb$, and $x^R = \varepsilon$. Note the following things about our definition of L : (1) There is no restriction on the length of x . Thus we can let $x = \varepsilon$. (2) There is no restriction on the relationship of y to x . And (3) $\varepsilon^R = \varepsilon$. Thus L is in fact equal to Σ^* because we can take any string w in Σ^* and rewrite it as $\varepsilon w \varepsilon$, which is of the form xyx^R . Since Σ^* is regular, L must be regular.
- $L = \{xyx^R : x, y \in \Sigma^+\}$ is regular or not. Why?

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağılı olarak seçilen bir $n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki $w = xyz$, $y \neq \varepsilon$, $|xy| \leq n$ olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^iz \in L$ olur.

Pumping Lemma

- $L = \{w : w = w^R\}$ düzenli midir?

Pumping Lemma

- $L = \{w : w = w^R\}$ düzenli midir?

L düzenli değildir.

Pumping Lemma kullanarak ve

$w = a^N b a^N$ örnek katarında deneyerek kolayca görebiliriz.

Teorem: L regular dil olsun. Dile bağlı olarak seçilen bir $n \geq 1$ için $|w| \geq n$ olacak şekilde herhangi bir $w \in L$ string'i vardır öyleki $w = xyz$, $y \neq \epsilon$, $|xy| \leq n$ olmak üzere yeniden yazılabilir. Her $i \geq 0$ için $xy^i z \in L$ olur.

Ödev

- Problemleri çözünüz 2.4.4, 2.4.5 (sayfa 90)