

CENG 306 Biçimsel Diller ve Otomatlar

Formal Languages and Automata

TURING MACHINE

(II)

TM Configuration

Hazırlayan: M.Ali Akçayol - Gazi Üniversitesi
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

Turing Machines

Örnek: Bir Turing Makinesi $M = (K, \Sigma, \delta, s, H)$ şeklinde tanımlanmıştır.

$K = \{q_0, h\}$, $\Sigma = \{a, \triangleright, \sqcup\}$, $s = q_0$ ve $H = \{h\}$ olsun. Geçiş fonksiyonu δ aşağıdaki tabloda verildiği gibidir.

$q,$	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	(q_0, \leftarrow)
q_0	\sqcup	(h, \sqcup)
q_0	\triangleright	(q_0, \rightarrow)

- M makinesi sola doğru tarama yapar ve ilk \sqcup sembolünü bulduğunda halt durumuna geçerek çalışmasını sonlandırır.
- Eğer \triangleright sembolüne kadar a varsa, en sola geldiğinde hemen sağa geç ve tekrar sola geçer.
- Diğer deterministik makinelerin tersine Turing Makinesinin çalışması **hiç** sonlandırılmayabilir.

Turing Machines

Tanım (Konfigürasyon):

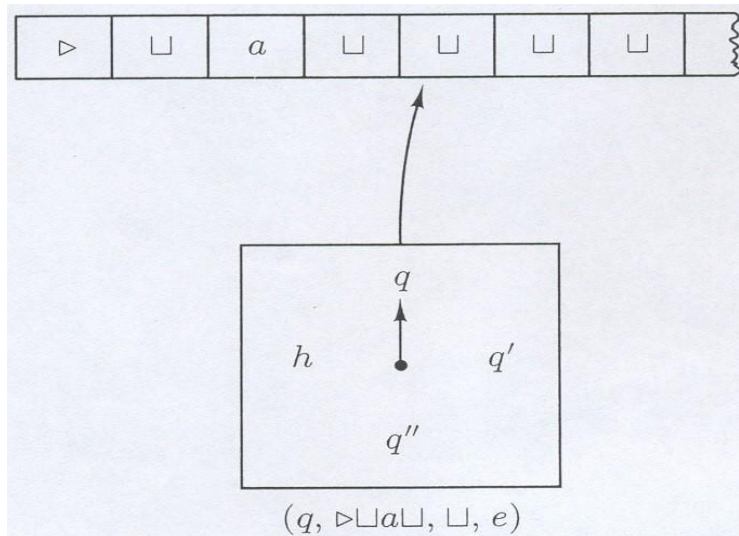
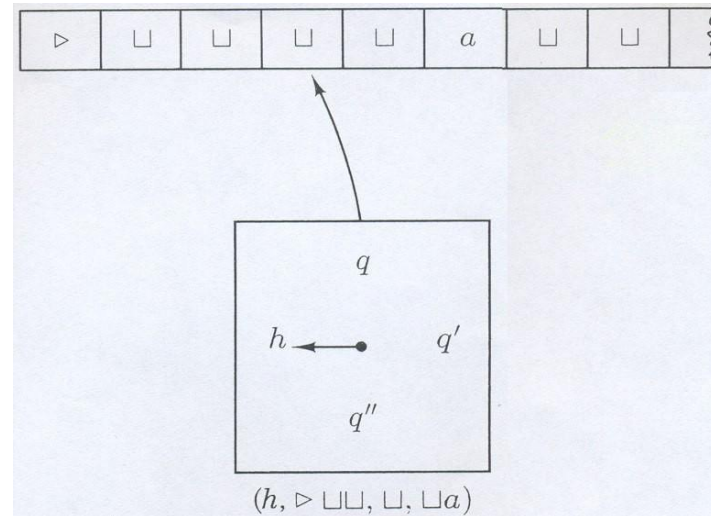
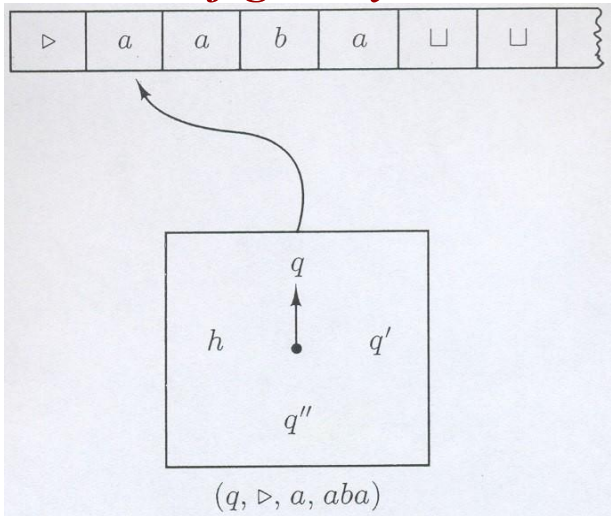
Bir Turing makinesi $M = (K, \Sigma, \delta, s, H)$ için konfigürasyon

$K \times \Sigma^* \times (\Sigma^*(\Sigma - \{\sqcup\}) \cup \{e\})$ kümesinin bir elemanıdır.

- Konfigürasyon **sol bitiş sembolü ile başlar** ve hiçbir zaman **boşluk sembolüyle (\sqcup) bitmez**.
- $(q, \triangleright a, aba)$, $(q, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup, \sqcup a)$ ve $(q, \triangleright \sqcup a \sqcup \sqcup, e)$ konfigürasyonlardır.
- $(q, \triangleright baa, abc \sqcup)$ ve $(q, \sqcup aa, ba)$ konfigürasyon değildir.
- (q, wa, u) konfigürasyonunda tape içeriği kısaca **wau** şeklinde gösterilir. Okuma kafası 'a' dadır.
- (q, wa, u) yerine kısa olarak (q, wau) yazılabilir.

Turing Machines

Örnek Konfigürasyonlar:



Turing Machines

Tanım: Bir Turing makinesi $M = (K, \Sigma, \delta, s, H)$ için iki konfigürasyon

$(q_1, w_1a_1u_1)$ ve $(q_2, w_2a_2u_2)$ olsun. Burada $a_1, a_2 \in \Sigma$ ise

$(q_1, w_1a_1u_1) \vdash_M (q_2, w_2a_2u_2)$ konfigürasyon geçişi için

$b \in \Sigma \cup \{\rightarrow, \leftarrow\}$ için $\delta(q_1, a_1) = (q_2, b)$ geçiş fonksiyonu vardır ve burada,

1. $b \in \Sigma$, $w_1 = w_2$, $u_1 = u_2$ ve $a_2 = b$, veya

2. $b = \leftarrow$, $w_1 = w_2a_2$ ve

(a) $u_2 = a_1u_1$, eğer $a_1 \neq \sqcup$ ve $u_1 \neq e$, veya

(b) $u_2 = e$, eğer $a_1 = \sqcup$ ve $u_1 = e$, veya

3. $b = \rightarrow$, $w_2 = w_1a_1$ ve

(a) $u_1 = a_2u_2$, veya

(b) $u_1 = u_2 = e$, ve $a_2 = \sqcup$ olur.

Turing Machines

Örnek: $w, u \in \Sigma$ olsun. u 'nun sonu \sqcup olmasın ve $a, b \in \Sigma$ olsun.

Durum 1. $\delta(q_1, a) = (q_2, b)$

Örnek: $(q_1, w\underline{a}u) \vdash_M (q_2, w\underline{b}u)$

Durum 2. $\delta(q_1, a) = (q_2, \leftarrow)$

(a) Örnek: $(q_1, w\underline{b}a\underline{u}) \vdash_M (q_2, w\underline{b}a\underline{u})$

(b) Örnek: $(q_1, w\underline{b}\sqcup) \vdash_M (q_2, w\underline{b})$

Durum 3. $\delta(q_1, a) = (q_2, \rightarrow)$

(a) Örnek: $(q_1, w\underline{a}b\underline{u}) \vdash_M (q_2, w\underline{a}b\underline{u})$

(b) Örnek: $(q_1, w\underline{a}) \vdash_M (q_2, w\underline{a}\sqcup)$

Turing Machines

Tanım: \vdash_M^* ilişkisi \vdash_M ilişkisinin reflexive, transitive closure'dur.

C_2 konfigürasyonu C_1 'den oluşturulmuştur eğer $C_1 \vdash_M^* C_2$ olursa

$C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M \dots \vdash_M C_n$ konfigürasyon geçişleri için $\text{length}=n$ olur ve kısaca

$C_1 \vdash_M^n C_n$ şeklinde gösterilir.

Burada n başlangıçtan sonuca gitmek için gereken adım sayısı olarak ifade edilmektedir.

Turing Machines

Örnek: Bir Turing makinesi $M = (K, \Sigma, \delta, s, \{h\})$

$K = \{q_0, q_1, h\}$, $\Sigma = \{a, \sqcup, \triangleright\}$, $s = q_0$ olsun. Geçiş fonksiyonu δ aşağıdaki gibi tanımlansın.

$q,$	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	(q_1, \sqcup)
q_0	\sqcup	(h, \sqcup)
q_0	\triangleright	(q_0, \rightarrow)
q_1	a	(q_0, a)
q_1	\sqcup	(q_0, \rightarrow)
q_1	\triangleright	(q_1, \rightarrow)

$(q_1, \triangleright \sqcup aaaa)$ başlangıç konfigürasyonundan çalışmaya başlarsa yandaki geçişleri yapar,

$(q_1, \triangleright \sqcup aaaa) \vdash_M (q_0, \triangleright \sqcup \underline{a}aaa)$
 $\vdash_M (q_1, \triangleright \sqcup \sqcup \underline{a}aa)$
 $\vdash_M (q_0, \triangleright \sqcup \sqcup \underline{a}a)$
 $\vdash_M (q_1, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup \underline{a}a)$
 $\vdash_M (q_0, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup \underline{a})$
 $\vdash_M (q_1, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \underline{a})$
 $\vdash_M (q_0, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \underline{a})$
 $\vdash_M (q_1, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \underline{a})$
 $\vdash_M (q_0, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \underline{a})$
 $\vdash_M (h, \triangleright \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \sqcup \underline{a})$

SORU-1

$M = (K, \Sigma, \delta, s, \{h\})$ TM'si için

$$K = \{q_0, q_1, h\},$$

$$\Sigma = \{a, b, \sqcup, \triangleright\},$$

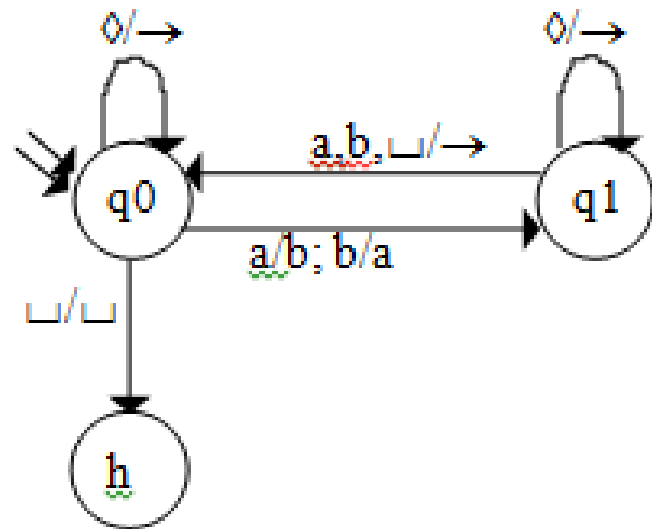
$$s = q_0,$$

Olsun. δ geçiş fonksiyonu ise aşağıdaki tablo ile verilsin,

(a) $(q_0, \triangleright \underline{a}abbba)$ konfigürasyonundan başlayarak makinenin çalışmasını inceleyiniz.

(b) Şeridin herhangi bir noktasından q_0 durumundan başlayan makinenin ne iş yaptığını sözel olarak ifade ediniz.

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	(q_1, b)
q_0	b	(q_1, a)
q_0	\sqcup	(h, \sqcup)
q_0	\triangleright	(q_0, \rightarrow)
q_1	a	(q_0, \rightarrow)
q_1	b	(q_0, \rightarrow)
q_1	\sqcup	(q_0, \rightarrow)
q_1	\triangleright	(q_1, \rightarrow)



$q_0, \epsilon a a b b b a$
 $q_1, \epsilon b a b b b a$
 $q_0, \epsilon b a b b b a$
 $q_1, \epsilon b b b b b a$
 $q_0, \epsilon b b b b b a$
 $q_1, \epsilon b b b a b b a$
 $q_0, \epsilon b b b a b b a$
 $q_1, \epsilon b b b a a b a$
 $q_0, \epsilon b b b a a b a$
 $q_1, \epsilon b b b a a a a$
 $q_0, \epsilon b b b a a a a$
 $q_1, \epsilon b b b a a a b$
 $q_0, \epsilon b b b a a a b \sqcup$
 $h, \epsilon b b b a a a b \sqcup$

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	(q_1, b)
q_0	b	(q_1, a)
q_0	\sqcup	(h, \sqcup)
q_0	\triangleright	(q_0, \rightarrow)
q_1	a	(q_0, \rightarrow)
q_1	b	(q_0, \rightarrow)
q_1	\sqcup	(q_0, \rightarrow)
q_1	\triangleright	(q_1, \rightarrow)

- Tüm birbirini takip eden a'ları b ve b'leri de a yapar ve sağa doğru ilerler. \sqcup sembolüne gelince halt durumuna geçer

SORU-2

M Turing makinesi $M = (K, \Sigma, \delta, s, \{h\})$ olsun. Burada:

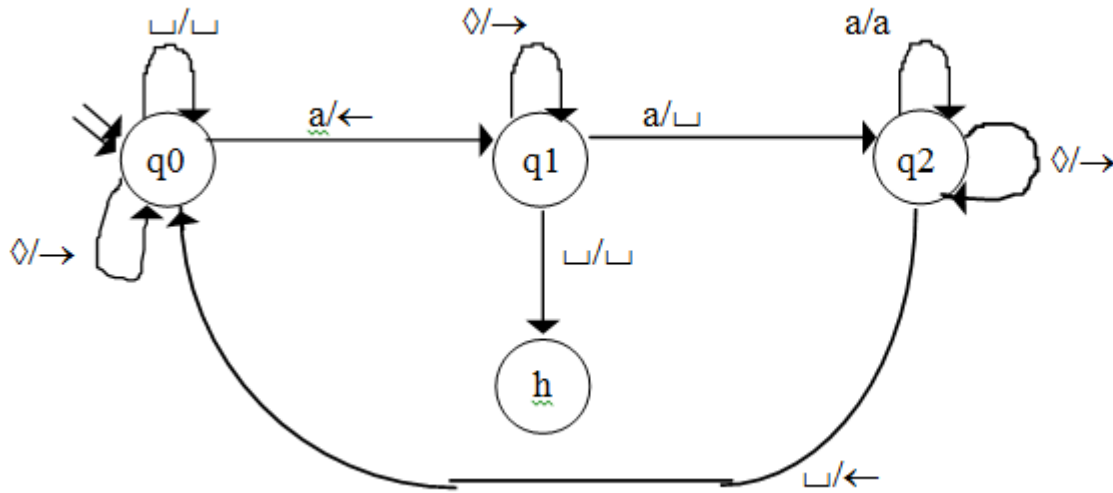
$$K = \{q_0, q_1, q_2, h\},$$

$$\Sigma = \{a, \sqcup, \diamond\},$$

$$s = q_0,$$

Ve δ geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi verilsin. $n \geq 0$ için M makinesinin $(q_0, \diamond \sqcup a^n \underline{a})$ konfigürasyonları için ne yaptığını bulunuz.

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	(q_1, \leftarrow)
q_0	q	(q_0, q)
q_0	\diamond	(q_0, \rightarrow)
q_1	a	(q_2, q)
q_1	q	(h, q)
q_1	\diamond	(q_1, \rightarrow)
q_2	a	(q_2, a)
q_2	q	(q_0, \leftarrow)
q_2	\diamond	(q_2, \rightarrow)



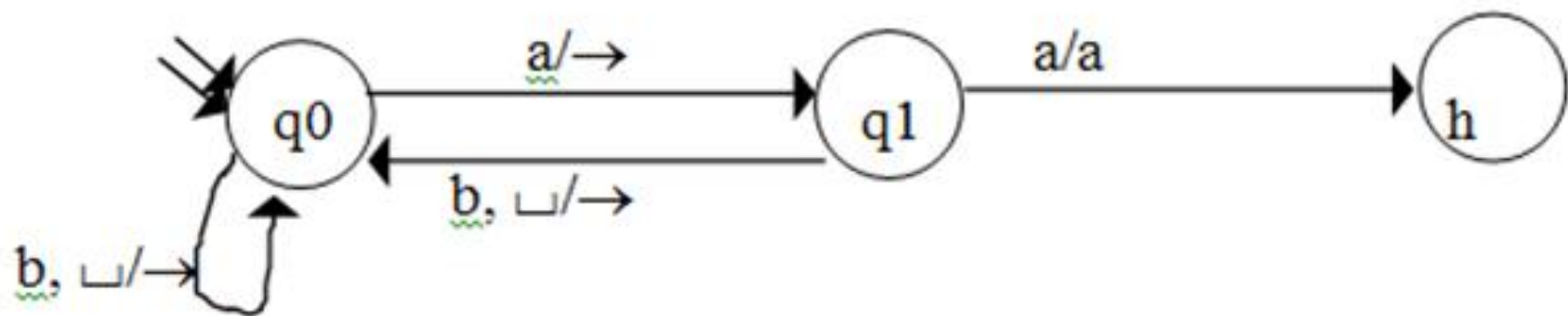
q0, $\Diamond \sqcup a \underline{a} \underline{a} \underline{a} \underline{a}$
 q1, $\Diamond \sqcup a \underline{a} \underline{a} \underline{a} \underline{a}$
 q2, $\Diamond \sqcup a \underline{a} \underline{a} \sqcup a$
 q0, $\Diamond \sqcup a \underline{a} \underline{a} \sqcup a$
 q1, $\Diamond \sqcup a \underline{a} \underline{a} \sqcup a$
 q2, $\Diamond \sqcup a \sqcup a \sqcup a$
 q0, $\Diamond \sqcup a \sqcup a \sqcup a$
 q1, $\Diamond \sqcup a \sqcup a \sqcup a$
 h, $\Diamond \sqcup a \sqcup a \sqcup a$

- M makinesi sola doğru ilerleyerek a sembollerini birer atlayarak boşluk yapar.
- Eğer n tek sayı ise sonsuz çevrime girer, eğer n çift ise makine sonlanır.

SORU-3

Sağa doğru şeridi tarayan ve ardarda iki a sembolü gördüğünde halt durumuna geçen TM tasarlayınız.

TM için $\Sigma = \{a, b, \sqcup, \diamond\}$ şeklindedir.



$M = (K, \Sigma, \delta, s, \{h\})$, where

$K = \{q_0, q_1, h\}$,

$\Sigma = \{a, b, \sqcup, \diamond\}$,

$s = q_0$

ÖDEV

- 4.1.2
- 4.1.3.

- A **Stay-put Turing Machine** is defined as a TM which after reading/writing to a tape cell can move the tape head either left, right, or leave it in the same cell. Show that a **Stay-put** TM is equivalent to a TM.