

Feuille d'exercices 1 : Langages

Exercice 1

1. Sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, soit $L = \{ab, ba\}$. Décrire L^* en compréhension, en intension, et inductivement.
2. Modifier ces définitions pour décrire L^+ .
3. Pour les mots $\omega_1 = aabbba$ et $\omega_2 = ababba$, examiner s'ils appartiennent à L^* .
4. Donner un mot de L^* admettant aab comme facteur.
5. Pour $L = \{aa, b\}$, décrire L^* en compréhension, en intension, et inductivement.

Exercice 2

Donner une définition inductive des langages suivants :

1. les nombres qui sont une puissance de 2.
2. les entiers naturels.
3. l'ensemble des parties d'un ensemble fini E .

Exercice 3

Etant donnés deux langages S et T tels que $S \neq T$, peut-on avoir :

1. $S^* = T^*$.
2. $S = T^*$.
3. $S^+ = T^+$.

Exercice 4

Soit $L = \{aa, aba, baa\}$. Examiner si $\omega = baaaaabaaa$ est dans L . La décomposition de ω en éléments de L est-elle unique ? Cette unicité (ou non unicité) est-elle vérifiée pour tout langage L sur $\Sigma = \{a, b\}$?

Exercice 5

On dit qu'un langage est **préfixe** si aucun mot de L n'est préfixe propre d'un autre mot de L . Parmi les langages suivants sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, lesquels sont préfixes ?

1. $L_1 = a^n b^n, n \geq 1$.
2. $L_2 = L^*$, avec L un langage préfixe quelconque.
3. $L_3 = L \cup L'$, avec L et L' des langages préfixes.
4. $L_4 = \{\omega \in \Sigma^*, |\omega|_a = |\omega|_b\}$.

Quel est l'avantage d'un langage préfixe ?

Exercice 6

On considère les deux langages sur $\Sigma = \{a, b\}$:

$L = \{\omega, |\omega|_a = |\omega|_b\}$, et L' défini inductivement de la façon suivante :

Base : ϵ ; Règle : si u et v sont dans L' alors $aubv$ et $buav$ sont dans L' .

Montrer que $L=L'$.

Exercice 7

On considère le langage $L=\text{PALINDROMES}$ qui est l'ensemble des mots sur $\Sigma = \{a, b\}$ qui sont des palindromes. (On rappelle qu'un palindrome est un mot qui se lit de la même façon de gauche à droite que de droite à gauche).

1. Décrire PALINDROMES en compréhension, en intension, et inductivement.
2. Montrer que si x est dans PALINDROMES, alors x^n est dans PALINDROMES.

Exercice 8

On considère le langage BP des mots 'bien parenthésés' sur $\Sigma = \{a, b\}$: a représente une parenthèse ouvrante, b représente une parenthèse fermante, L est l'ensemble des mots sur $\Sigma = \{a, b\}$ qui représentent un système de parenthèses cohérent, par exemple $abab$ pour $()()$, $aabb$ pour $(())$. Décrire BP en compréhension, en intension, et inductivement.

Exercice 9

On considère le langage NSEO des mots sur $\Sigma = \{a, b\}$, qui représente les déplacements possibles à partir d'une origine d'un curseur sur un plan quadrillé, 'N' représente un déplacement d'une unité vers le nord, et ainsi de suite, avec la contrainte que le curseur doit revenir au point d'origine.

Décrire NSEO en compréhension, en intension, et inductivement.

On restreint maintenant NSEO au langage NE, qui correspond à des déplacements dans le quadrant NE. Décrire NE en compréhension, en intension, et inductivement.

Exercice 11

Si on adjoint un compteur (à la place d'une pile), mais qu'on exige un seul parcours du flot d'entrée, peut-on reconnaître : BP, PALINDROMES, NSEO, NE, et si oui, comment ?

Exercice 12

Avec 2 piles, comment peut-on reconnaître :

1. NSEO
2. NE
3. NSEOHB, qui ajoute une troisième dimension 'haut/bas' à NSEO.