Langages et Compilation

Analyse syntaxique ascendante

Construction de l'arbre de dérivation selon l'ordre postfixé : on part des feuilles (les terminaux) et on remonte à la racine.

Deux opérations :

- la création des feuilles par décalage
- la construction des nœuds internes par réduction.

La suite inverse des réductions dans l'ordre du parcours postfixé donne la dérivation droite du mot analysé.

$$E \rightarrow E + T \rightarrow E + T * F \rightarrow$$

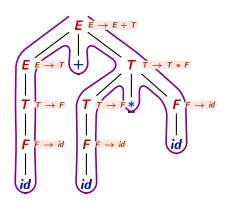
$$E + T * id \rightarrow E + F * id \rightarrow$$

$$E + id * id \rightarrow T + id * id \rightarrow$$

$$F + id * id \rightarrow id + id * id$$

La suite des décalages et des réductions dans l'ordre du parcours postfixé donne l'arbre de dérivation.

$$\left\{ \begin{array}{ll} E & \rightarrow & E+T \mid T \\ T & \rightarrow & T*F \mid F \\ F & \rightarrow & id \end{array} \right.$$



Analyse du mot id + id * id

Approche non-déterministe

- En pratique on utilise une pile pour réaliser une analyse ascendante par décalage/réduction.
- Cette pile contient au départ un marqueur particulier \$.

L'analyseur lit le mot à analyser (complété du marqueur \$) de gauche à droite.

ll opère

- soit en décalant un caractère du mot vers la pile
- soit par réduction, à condition qu'il trouve au sommet de la pile une chaîne β correspondant à la partie droite d'une production $A \to \beta$ qu'on remplace alors par A

et ceci de façon non déterministe en devinant les bonnes opérations.

Approche non-déterministe

Analyse du mot id * id en devinant les bonnes opérations.

Mot	Pile		Arbre
id * id\$	\$	decaler	id
id * id\$	\$id	reduire $F o id$	F
id * id\$	\$ <i>F</i>	reduire $T o F$	T
id * id\$	\$ <i>T</i>	decaler	id T F
id* id\$	\$ 7 *	decaler	id * T F id * id

$$id*id$$$
 \$ $T*$ decaler T id * id \$ $T*id$ reduire $F \rightarrow id$ T id * id *

Automate caractéristique

L'analyseur doit identifier au sommet de la pile les chaînes qui sont partie droite d'une production de la grammaire et ceci de manière efficace.

À cet effet, on va construire un automate fini qui va décrire le comportement au sommet de la pile.

Une convention utile par la suite est d'augmenter la grammaire d'une nouvelle variable init et de la règle init $\to S$. init est alors le nouvel axiome et remplace l'ancien axiome S.

Les éléments de l'automate

Item LR(0)

 $X \to \alpha \bullet \beta$ où $X \to \alpha\beta$ est une règle de la grammaire et • est un symbole particulier

ce qui a déjà été analysé • ce qu'on attend



ahalysée

Les items $X \to \alpha \bullet$ sont dits complets



On a quatre items LR(0) associés à la production $A \rightarrow Abc$: $A \to \bullet Abc$, $A \to A \bullet bc$, $A \to Ab \bullet c$ et l'item complet $A \to Abc \bullet$ Le seul item associé à une ε -production $A \to \varepsilon$ est l'item complet $A \rightarrow \bullet$

L'automate fini caractéristique

L'AFN avec ε -transitions qui caractérise les items valides :

 $l'alphabet : \Sigma \cup N$

les états : les items LR(0)

les états d'acceptation : les items LR(0) complets

l'état initial : l'item init $\rightarrow \bullet S$

la fonction de transition : trois types de transition

$$X \to \alpha \bullet a\beta$$
 $X \to \alpha a \bullet \beta$

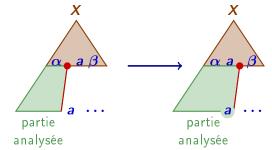
$$X \to \alpha \bullet Y\beta \xrightarrow{Y} X \to \alpha Y \bullet \beta$$

$$X \to \alpha \bullet Y\beta \xrightarrow{\varepsilon} Y \to \delta$$

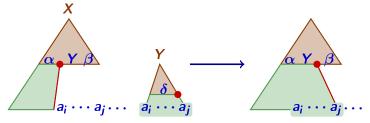
pour toute production $Y o \delta$

Les transitions

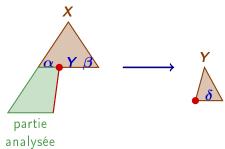
• décalage



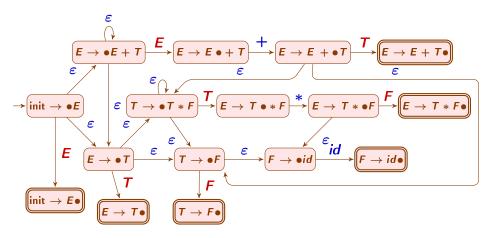
• réduction



• prédiction



I'AFN avec ε -transitions



La grammaire augmentée
$$\begin{cases} \begin{array}{ccc} \mathsf{init} & \to & \mathsf{E} \\ \mathsf{E} & \to & \mathsf{E} + \mathsf{T} \mid \mathsf{T} \\ \mathsf{T} & \to & \mathsf{T} * \mathsf{F} \mid \mathsf{F} \\ \mathsf{F} & \to & \mathsf{id} \end{array} \end{cases}$$

Déterminisation de l'AFN avec ε -transitions

Les états de l'AFD sont des ensembles d'items LR(0).

On utilise l'opération de clôture pour supprimer les ε -transitions : Cloture(\mathcal{I}) l'ensemble des items accessibles à partir d'un item de \mathcal{I} par des ε -transitions

c'est le plus petit ensemble contenant $\mathcal I$ et tel que si $\mathbf X \to \alpha \bullet \mathbf Y \boldsymbol \beta$ est dans $\mathcal I$ et $\mathbf Y \to \gamma$ est une production de la grammaire alors $\mathbf Y \to \bullet \gamma$ est dans Cloture($\mathcal I$)

La **transition** étiquetée par un terminal ou une variable est définie ainsi

$$\delta(\mathcal{I}, e) = \texttt{Cloture}(\{X \to \alpha e \bullet \beta \colon X \to \alpha \bullet e \beta \in \mathcal{I}\})$$

L'état initial est $Cloture(\{init \rightarrow \bullet S\})$.

Seuls les états non vides accessibles à partir de l'état initial via la fonction δ sont construits.

Les états d'acceptation sont ceux qui contiennent un item complet.

Les états de l'AFD

$$\begin{array}{ll} \text{ init } \rightarrow \bullet E \\ E \rightarrow \bullet E + T \\ E \rightarrow \bullet T \\ T \rightarrow \bullet T * F \\ T \rightarrow \bullet F \\ F \rightarrow \bullet id \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ items } \\ \text{ hérités } \\ \text{ par } \\ \text{ clôture} \end{array}$$

$$1 = \delta(0, E) \qquad \begin{array}{l} \text{ init } \rightarrow E \bullet \\ E \rightarrow E \bullet + T \end{array}$$

$$2 = \delta(0, T) \qquad \begin{array}{l} E \rightarrow T \bullet \\ T \rightarrow T \bullet * F \end{array}$$

$$3 = \delta(0, F) \qquad \begin{array}{l} T \rightarrow F \bullet \\ \end{array}$$

$$4 = \delta(0, id) \qquad \begin{array}{l} F \rightarrow id \bullet \\ \end{array}$$

$$5 = \delta(1, +)$$

$$\begin{bmatrix}
E \to E + \bullet T \\
T \to \bullet T * F \\
T \to \bullet F \\
F \to \bullet id
\end{bmatrix}$$
 clôture
$$6 = \delta(2, *)$$

$$T \to T * \bullet F \\
F \to \bullet id
\end{bmatrix}$$
 clôture
$$7 = \delta(5, T)$$

$$\begin{bmatrix}
E \to E + T \bullet \\
F \to \bullet id
\end{bmatrix}$$
 clôture
$$7 = \delta(5, T)$$

$$T \to T * F \bullet$$

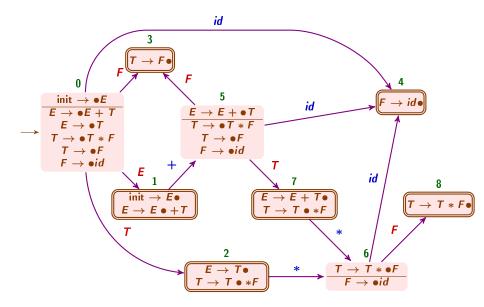
$$\delta(5, F) = 3, \delta(5, id) = 4$$

$$8 = \delta(6, F)$$

$$T \to T * F \bullet$$

$$\delta(6, id) = 4$$

L'AFD



Construction de la table d'analyse LR(0)

La table a en ligne les états de l'automate et en colonne le marqueur **\$**, les terminaux et variables de la grammaire.

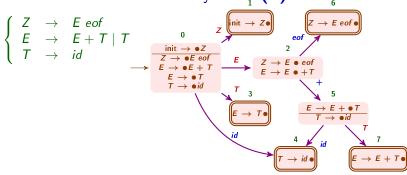
Pour chaque état ${\mathcal I}$ de l'automate :

- pour chaque transition $\mathcal{I} \xrightarrow{a} \mathcal{J}$ étiquetée par un terminal a ajouter l'action décaler \mathcal{J} à l'entrée table $[\mathcal{I}, a]$
- pour chaque transition $\mathcal{I} \xrightarrow{X} \mathcal{J}$ étiquetée par une variable X, enregistrer \mathcal{J} à l'entrée table $[\mathcal{I}, X]$

Pour chaque état d'acceptation ${\mathcal I}$ de l'automate :

- Si *I* contient l'item complet init → *S*•
 ajouter l'action accepter à l'entrée table[*I*, \$] et l'action rejeter à l'entrée table[*I*, \$] pour tout terminal a
- Pour tout autre item complet $X \to \alpha \bullet$ de \mathcal{I} , ajouter l'action réduire $X \to \alpha$ aux entrées table $[\mathcal{I}, a]$ pour tout a terminal ou marqueur de fin de mot

Construction de la table d'analyse $L_{R}(0)$



	\$	eof	+	id	Ε	T	F
0				d 4	2	3	1
1	accepter	rejeter	rejeter	rejeter			
2		d 6	d 5				
3	r $ extstyle E ightarrow extstyle T$	r $E o T$	r $E o T$	$r E \rightarrow T$			
4	r T o id	r T o id	r T o id	$r T \rightarrow id$			
5				d 4		7	
6	$r Z \rightarrow E eof$	$r Z \rightarrow E eof$	$r Z \rightarrow E eof$	$r Z \rightarrow E eof$			
7	$r E \rightarrow E + T$	$r E \rightarrow E + T$	$r E \rightarrow E + T$	$r E \rightarrow E + T$			

La table d'analyse LR(0)

$$\begin{cases} \text{init} \rightarrow E \\ E \rightarrow E + T \mid T \\ T \rightarrow T * F \mid F \\ F \rightarrow id \end{cases} \xrightarrow{\text{form}} F \text{ id} \xrightarrow{\text{for$$

	\$	+	*	id	E	T	F
0				d 4	1	2	3
1	accepter	rejeter d 5	rejeter	rejeter			
2	r $E o T$	r $E o T$	r $E ightarrow T$ d 6	r $E o T$			
3	r T o F	r T o F	r T o F	$r T \rightarrow F$			
4	r $F o id$	$r \; F o id$	r $F o id$	$r F \rightarrow id$			
5				d 4		7	3
6				d 4			8
7	$r E \rightarrow E + T$	$r \to E + T$	r $E ightarrow E + T$ d 6	$r E \rightarrow E + T$			
8	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$			10

Grammaire LR(0)

Définition

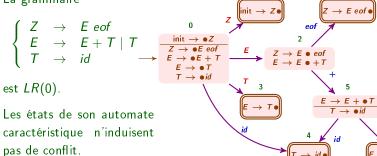
Une grammaire est LR(0) s'il existe au plus une action par entrée dans la table LR(0).

Une grammaire ne sera pas LR(0) si l'on a :

- soit un conflit décaler/réduire un état de l'AFD caractéristique contient conjointement un item non complet $X \to \alpha \bullet a\beta$ où a est un terminal et un item complet $Y \to \gamma \bullet$
- soit un conflit réduire/réduire un état de l'AFD caractéristique contient deux items complets $X \to \alpha \bullet$ et $Y \to \beta \bullet$

pas de conflit décaler/décaler possible, l'automate est déterministe





	\$	eof	+	id	E	T	Z
0				d 4	2	3	1
1	accepter	rejeter	rejeter	r ej et er			
2		d 6	d 5				
3	$r E \rightarrow T$						
4	$r T \rightarrow id$						
5				d 4		7	
6	$r Z \rightarrow E eof$						
7	$r E \rightarrow E + T$						

L'analyse est alors déterministe car une action au plus est possible à chaque étape.

Grammaire *LR*(0)

La grammaire
$$\left\{ \begin{array}{ll} E & \rightarrow & E+T \mid T \\ T & \rightarrow & T*F \mid F \\ F & \rightarrow & \textit{id} \end{array} \right.$$
 n'est pas $LR(0)$

Trois états engendrent des conflits du type décaler/réduire.

$$\begin{array}{c|c} \text{init} \to E \bullet \\ E \to E \bullet + T \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} E \to T \bullet \\ T \to T \bullet *F \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} E \to E + T \bullet \\ T \to T \bullet *F \end{array}$$

	\$	+	*	id	E	T	F
0				d 4	1	2	3
1	accepter	rejeter d 5	rejeter	rejeter			
2	r $E \rightarrow T$	r $E \rightarrow T$	$r E \rightarrow T$ $d 6$	r E → T			
3	$r T \rightarrow F$	$r T \rightarrow F$	$r T \rightarrow F$	$r T \rightarrow F$			
4	$r F \rightarrow id$	$r F \rightarrow id$	$r F \rightarrow id$	$r F \rightarrow id$			
5				d 4		7	3
6				d 4			8
7	$r E \rightarrow E + T$	$r E \rightarrow E + T$	$r E \rightarrow E + T$ $d 6$	$r E \rightarrow E + T$			
8	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$			

Analyseur LR(0)

Pour examiner un mot, l'analyseur LR(0) utilise la table d'analyse LR(0) et une pile.

Initialement la pile contient l'état initial 0. Le mot complété du marqueur de fin **\$** est lu de gauche à droite.

À chaque étape on examine le symbole courant c du mot analysé et l'état $m{q}$ au sommet de la pile

- Si table [q, c] = d'ecaler r alors empiler c puis r, et avancer dans la lecture du mot analysé
- Si table[q,c]= réduire $X \to \alpha$ alors dépiler $2|\alpha|$ symboles, étant donné r le nouvel état au sommet de la pile empiler X puis $\delta(r,X)$, et afficher $X \to \alpha$
- Si table [q, c] = accepter alors retourner SUCCÈS
- Sinon retourner ÉCHEC

Analyseur *LR*(0)

	\$	eof	+	id	Ε	T	Z
0				d 4	2	3	1
1	accepter	rejeter	rejeter	r ej et er			
2		d 6	d 5				
3	$r E \rightarrow T$						
4	$r T \rightarrow id$						
5				d 4		7	
6	$r Z \rightarrow E eof$						
7	$r E \rightarrow E + T$						

Mot analysé	Pile	Action
id + id eof \$	0	decaler 4
<pre>id +id eof\$</pre>	0 <i>id</i> 4	reduire $T \rightarrow id$ $\delta(0,T) = 3$
<pre>id +id eof\$</pre>	0 T 3	reduire $E \rightarrow T$ $\delta(0, E) = 2$
<pre>id +id eof\$</pre>	0 E 2	decaler 5
<pre>id+ id eof\$</pre>	0 E 2 + 5	decaler 4
id + id eof\$	0 E 1 + 5 id 4	reduire $T \rightarrow id$ $\delta(5, T) = 7$
id + id eof\$	0 E 1 + 5 T 7	reduire $E \rightarrow E + T$ $\delta(0, E) = 2$
id + id eof\$	0 E 2	decaler 6
id + id eof \$	0 E 2 eof 6	reduire $Z \rightarrow E \ eof \delta(0,Z) = 1$
id + id eof \$	0 Z 1	accepter

Grammaire **SLR**

On parle d'analyse *SLR* lorsque les ensembles Suivant sont pris en compte pour déterminer si une action réduire est possible ou non.

Une grammaire est alors dite *SLR* lorsque tous les conflits peuvent être tranchés par l'examen des ensembles Suivant.

$$\left\{ \begin{array}{ll} E & \rightarrow & E+T \mid T \\ T & \rightarrow & T*F \mid F \\ F & \rightarrow & \textit{id} \end{array} \right. \text{ n'est pas } LR(0)$$

car trois états engendrent des conflits du type décaler/réduire.

L'action réduire par une règle $X \to \alpha$ n'est envisagée que si le prochain symbole d'entrée est dans **Suivant**(X).

Construction de la table d'analyse *SLR*

La table a en ligne les états de l'automate et en colonne le marqueur **\$**, les terminaux et variables de la grammaire.

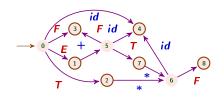
Pour chaque état ${\mathcal I}$ de l'automate :

- pour chaque transition $\mathcal{I} \xrightarrow{a} \mathcal{J}$ étiquetée par un terminal a ajouter l'action décaler \mathcal{J} à l'entrée table $[\mathcal{I}, a]$
- pour chaque transition $\mathcal{I} \xrightarrow{X} \mathcal{J}$ étiquetée par une variable X, enregistrer \mathcal{J} à l'entrée table $[\mathcal{I}, X]$

Pour chaque état d'acceptation ${\mathcal I}$ de l'automate :

- Si *I* contient l'item complet init → *S*•
 ajouter l'action accepter à l'entrée table[*I*,\$]
- Pour tout autre item complet X → α de I, ajouter l'action réduire X → α aux entrées table[I, a] pour tout terminal a dans Suivant(X)

La table d'analyse *SLR*



	Su	Suivant		
init	\$			
Ε	\$	+		
Τ	\$	+	*	
F	\$	+	*	

	\$	+	*	id	E	T	F
0				d 4	1	2	3
1	accepter	d 5					
2	r $m{ extbf{ extit{E}}} ightarrow m{ extbf{ extit{T}}}$	r $E o T$	d 6				
3	$r\; \textit{\textbf{T}} \to \textit{\textbf{F}}$	$r \; \mathcal{T} o \mathcal{F}$	$r \; \textit{\textbf{T}} \to \textit{\textbf{F}}$				
4	r $ extcolor{F} ightarrow extcolor{id}$	$r \; F o id$	$r \; F o id$				
5				d 4		7	3
6				d 4			8
7	$r E \rightarrow E + T$	$r E \rightarrow E + T$	d 6				
8	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$	$r T \rightarrow T * F$				

Analyseur **SLR**

L'analyseur SLR fonctionne comme l'analyseur LR(0).

Pour examiner un mot, l'analyseur **SLR** utilise la table d'analyse **SLR** et une pile.

Initialement la pile contient l'état initial 0. Le mot complété du marqueur \$ est lu de gauche à droite.

À chaque étape on examine le symbole courant c du mot analysé et l'état $m{q}$ au sommet de la pile

- Si table [q, c] = décaler r alors empiler c puis r, et avancer dans la lecture du mot analysé
- Si table[q,c]= réduire $X \to \alpha$ alors dépiler $2|\alpha|$ symboles, étant donné r le nouvel état au sommet de la pile empiler X puis $\delta(r,X)$, et afficher $X \to \alpha$
- Si table[q, c] =accepter alors retourner SUCCÈS
- Sinon retourner ÉCHEC

Analyseur **SLR**

	\$	+	*	id	Ε	T	F
0				d 4	1	2	3
1	acc	d 5					
2	r 2	r 2	d 6				
3	r 4	r 4	r 4				
4	r 5	r 5	r 5				
5				d 4		7	3
6				d 4			8
7	r 1	r 1	d 6				
8	r 3	r 3	r 4				

1	Ε	\rightarrow	E + T
2	Ε	\rightarrow	T
3	T	\rightarrow	T * F
4	T	\rightarrow	F
5	F	\rightarrow	id

Mot analysé	Pile	Action
id + id * id\$	0	decaler 4
id + id * id\$	0 <i>id</i> 4	reduire $F \rightarrow id$ $\delta(0, F) = 3$
id + id * id\$	0 F 3	reduire $T \rightarrow F$ $\delta(0,T) = 2$
id + id * id\$	0 T 2	reduire $E o T$ $\delta(0, E) = 1$
id + id * id\$	0 E 1	decaler 5
id + id * id\$	0 <i>E</i> 1 + 5	decaler 4
id + id * id\$	0 E 1 + 5 id 4	reduire $F \rightarrow id$ $\delta(5, F) = 3$

Analyseur **SLR**

	5	+	*	ıd	E	- 1	F
0				d 4	1	2	3
1	acc	d 5					
2	r 2	r 2	d 6				
3	r 4	r 4	r 4				
4	r 5	r 5	r 5				
5				d 4		7	3
6				d 4			8
7	r 1	r 1	d 6				
8	r 3	r 3	r 4				

Une méthode qui définit plus finement qu'avec les ensembles Suivant, les lettres pouvant suivre une variable pendant la construction.

On redéfinit l'AFN caractéristique pour l'analyse LR(1)

Les états sont maintenant des items LR(1) de la forme

$$[A \rightarrow \alpha \bullet \beta, a]$$
 où $A \rightarrow \alpha \beta$ une règle de la grammaire et a un terminal.

ce qui a déjà été analysé • ce qu'on attend , a terminal qui peut suivre A

L'état initial est celui qui contient [init $\rightarrow S \bullet$, \$]

Les états d'acceptation sont ceux avec des items $[Y o \delta ullet, c]$

Les transitions sont définies ainsi

$$[X \to \alpha \bullet a\beta, b] \xrightarrow{a} [X \to \alpha a \bullet \beta, b]$$

$$[X \to \alpha \bullet Y\beta, b] \xrightarrow{c} [X \to \alpha Y \bullet \beta, b]$$

$$[X \to \alpha \bullet Y\beta, b] \stackrel{\varepsilon}{\longrightarrow} [Y \to \bullet \delta, c]$$

pour toute production $Y \to \delta$ et tout c dans Premier (βb)

On déterminise ensuite l'AFN.

La construction de la table d'analyse LR(1) est similaire à celle de la table SLR sauf pour les réductions.

On ajoute l'action réduire $X \to \alpha$ à l'entrée table $[\mathcal{I}, a]$ uniquement si \mathcal{I} contient l'item $[X \to \alpha \bullet, a]$.

La grammaire est LR(1) si sa table est sans conflit. L'analyse est alors déterministe.

L'analyse LR(1) est plus puissante que les analyses SLR et LL(1).

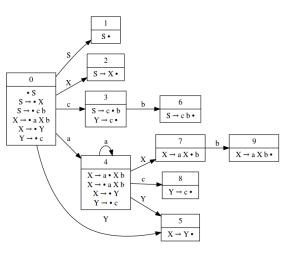
L'inconvénient est qu'on se retrouve avec un très grand nombre d'états. \leadsto Compromis : analyse LALR ...

La grammaire

$$\left(egin{array}{ccc} S &
ightarrow & X \mid cb \ X &
ightarrow & aXb \mid Y \ Y &
ightarrow & c \end{array}
ight)$$

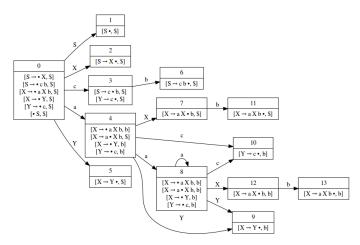
n'est pas SLR.

L'automate caractéristique des items LR(0) donné par Calgary présente un conflit décaler/réduire dans l'état 3. Ce conflit ne peut être tranché avec une analyse SLR car b appartient à Suivant(Y).



	 Ь	
3	$\begin{array}{c} decaler\mathfrak{6}\\ reduire\ \ Y\to c \end{array}$	

La grammaire
$$\left\{ \begin{array}{ll} S & \to & X \mid cb \\ X & \to & aXb \mid Y & \text{ est } LR(1). \\ Y & \to & c \end{array} \right.$$



L'automate caractéristique des items LR(1) ne présente pas de conflit.

La table d'analyse LR(1) construite avec Calgary a au plus une action par entrée.

State	c	b	a	\$	S	X	Y
0	shift(3)		shift(4)		1	2	5
1				accept			
2				$\mathrm{reduce}(S \to X)$			
3		shift(6)		$\mathrm{reduce}(Y \to \mathtt{c})$			
4	shift(10)		shift(8)			7	9
5				$\mathrm{reduce}(X \to Y)$			
6				$reduce(S \rightarrow c b)$			
7		shift(11)					
8	shift(10)		shift(8)			12	9
9		$\mathrm{reduce}(X \to Y)$					
10		$\mathrm{reduce}(Y \to \mathtt{c})$					
11				$reduce(X \rightarrow \mathbf{a} X \mathbf{b})$			
12		shift(13)					
13		$reduce(X \rightarrow a X b)$					

Analyse LR et ambiguïté

La grammaire $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid nb$ est ambiguë. Ce n'est donc pas une grammaire LR.

Cependant, on peut supprimer les conflits décaler/réduire en forçant l'application des règles de priorité et d'associativité des opérateurs.

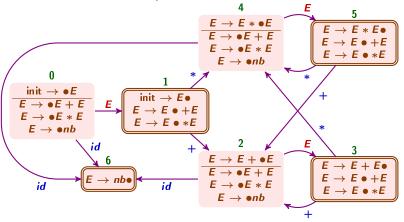
```
Pour un conflit décaler B \rightarrow Z \bullet op1 T
réduire A \rightarrow X op2 Y \bullet
```

- si op1 est prioritaire sur op2 on choisit l'action décaler $B \rightarrow Z \bullet op1 T$
- si op2 est prioritaire sur op1
 on choisit l'action réduire A → X op2 Y ●
- si *op*1 et *op*2 ont même priorité
 - privilégier l'associativité gauche

 ⇒ choisir l'action réduire A → X op2 Y •
 - privilégier l'associativité droite

 ⇒ choisir l'action décaler B → Z op1 T

L'automate caractéristique



L'état 1 induit deux conflits décaler/réduire qui se résolvent en inspectant la table des Suivant.

L'état 3 induit deux conflits décaler/réduire sur + et *.

L'état 5 induit deux conflits décaler/réduire sur + et *.

Supprimer les conflits

	\$	+	*	nb	E
0				d 6	1
1	accepter	d 2	d 4		
2				d 6	3
3	$r E \rightarrow E + E$	$ \begin{array}{c} \mathbf{r} \ \mathbf{E} \to \mathbf{E} + \mathbf{E} \\ \mathbf{d} \ 2 \end{array} $	$ r E \rightarrow E + E \\ $		
4				d 6	5
5	$r E \rightarrow E * E$	$ \begin{array}{c} r \ E \to E * E \\ d \ 2 \end{array} $	$ \begin{pmatrix} \mathbf{r} \ \mathbf{E} \to \mathbf{E} * \mathbf{E} \\ \mathbf{d} \ 4 \end{pmatrix} $		
6	r $E o nb$	r $E o nb$	r $E o nb$		

Lever les conflits et rendre l'analyse déterministe en appliquant les règles usuelles de priorité et d'associativité :

- priorité de la multiplication sur l'addition
- associativité gauche de l'addition
- associativité gauche de la multiplication