Series of Exercises # 5

1. Solve the following LP problem using the revised simplex method

$$\begin{array}{lrcrcrcl}
\text{maximize} & 3x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & & \\
\text{subject to} & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 4 \\
& 2x_1 & & & + & 3x_3 & \leq & 5 \\
& 2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & \leq & 7 \\
& x_1 & & & & & \geq & 0 \\
& & & x_2 & & & \geq & 0 \\
& & & & & x_3 & \geq & 0
\end{array}$$

2. Solve the following LP problem using the two-phase revised simplex method

$$\begin{array}{lrcrcl}
\text{maximize} & x_1 & + & 2x_2 & & \\
\text{subject to} & x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\
& & & x_2 & \leq & 3 \\
& x_1 & + & x_2 & \geq & 1 \\
& x1 & & & \geq & 0 \\
& & & x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

3. Consider the following linear program

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\text{maximize} & 2x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & \\
\text{subject to} & x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & \leq & 5 \\
& -4x_1 & - & x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & \leq & 1 \\
& 6x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & - & 3x_4 & \geq & 11 \\
& x_1 & & & & & & & \geq & 0 \\
& & & x_2 & & & & & \geq & 0 \\
& & & & & x_3 & & & \geq & 0 \\
& & & & & & & x_4 & \geq & 0
\end{array}$$

   (a) Show that with the feasible solution $\mathbf{x}_0^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ we can associate a basic feasible solution.

   (b) Starting from $\mathbf{x}_0$, solve the above linear program using the revised simplex method.

4. Consider the following primal linear program

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\text{maximize} & 3x_1 & + & x_2 & & & - & 2x_4 & & \\
\text{subject to} & 2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & - & 5x_4 & \leq & 2 \\
 & x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & + & 3x_4 & \geq & 3 \\
 & -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 7 \\
 & x_1 & & & & & & & \leq & 0 \\
 & & & x_2 & & & & & \geq & 0 \\
 & & & & & x_3 & & & \geq & 0 \\
 & & & & & & & x_4 & \leq & 0
\end{array}$$

   (a) Is the solution $\mathbf{x}_0^T = \begin{bmatrix}-2 & 5 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$ primal-feasible?

   (b) Associate with the solution $\mathbf{x}_0$ a basis.

   (c) Is $\mathbf{x}_0$ primal-optimal? If it is not, find a primal-optimal solution using the revised simplex method.

   (d) Write the dual linear program. Using the dual problem, check the obtained results.

5. Solve the problems from the second series of exercises using the revised simplex method

6. Solve the problems (except 6) from the third series of exercises using the revised simplex method

7. Solve the following LP problem using the revised simplex method with the eta factorization

$$\begin{array}{lrcrcr}
\text{maximize} & 3x_1 & + & x_2 & & \\
\text{subject to} & x_1 & - & x_2 & \leq & -1 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & -3 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & & & \geq & 0 \\
 & & & x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

8. Trois mines M_1, M_2 et M_3 sont susceptibles de fournir une extraction maximale journalière respectivement de 200, 500 et 300 tonnes. La production journalière est d'abord stockée dans un local abrité d'une contenance de $9000m^3$. Les volumes spécifiques des trois catégories de produits extraits sont respectivement 9, 10 et $11m^3$ par tonne.
   Le lendemain les minerais sont lavés. La laverie peut laver 80 tonnes par heure quand elle traite le minerais 1, 90 tonnes par heure pour le minerais 2

et 100 pour le minerais 3. Son volume horaire journalier est de 10 heures. Enfin les profits journaliers sont respectivement de 4, 5 et 6 u.m. par tonne.

(a) Modéliser ce problème comme un programme linéaire.

(b) Donner la signification des variables d'écart.

(c) Résoudre le problème en prenant comme solution réalisable initiale $(0, 500, 300)$.

(d) Le responsable de la laverie signale qu'un quart d'heure de travail effectif est en fait perdu chaque jour. La solution optimale change-t-elle ?