

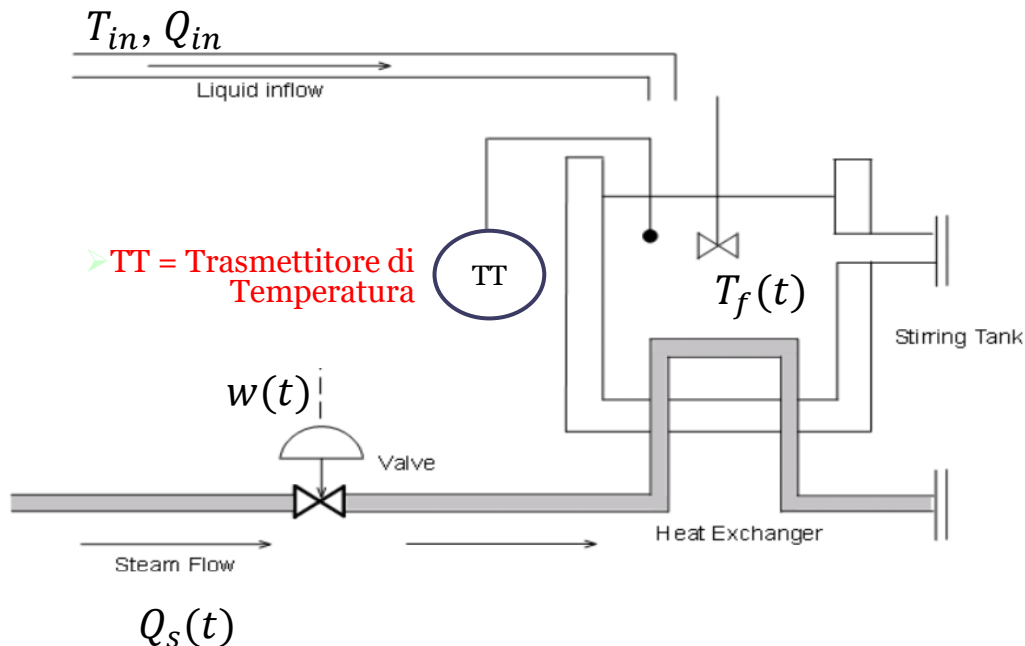
Controlli Automatici

Schemi avanzati per il controllo di processo. Parte prima

Controllo in cascata

Capita molto spesso che in un processo siano accessibili per misure oltre alla variabile di uscita anche un certo numero di variabili addizionali che nel legame ingresso-uscita si collocano in **posizione intermedia**. Tali misure aggiuntive possono essere impiegate per realizzare delle architetture più sofisticate rispetto ai sistemi di controllo «a loop singolo» trattati finora.

Esempio: scambiatore di calore



➤ Variabile di ingresso

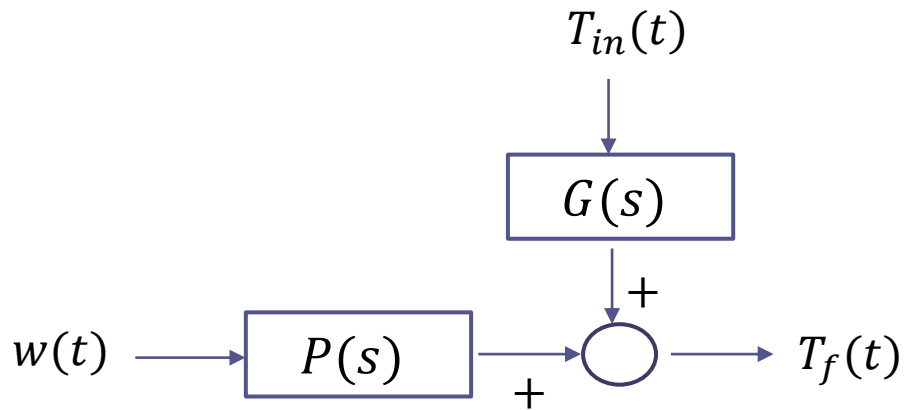
Segnale di comando $w(t)$ della valvola che modula l'adduzione del vapore ad alta temperatura

➤ Variabile di uscita

Temperatura $T_f(t)$ del liquido nel serbatoio

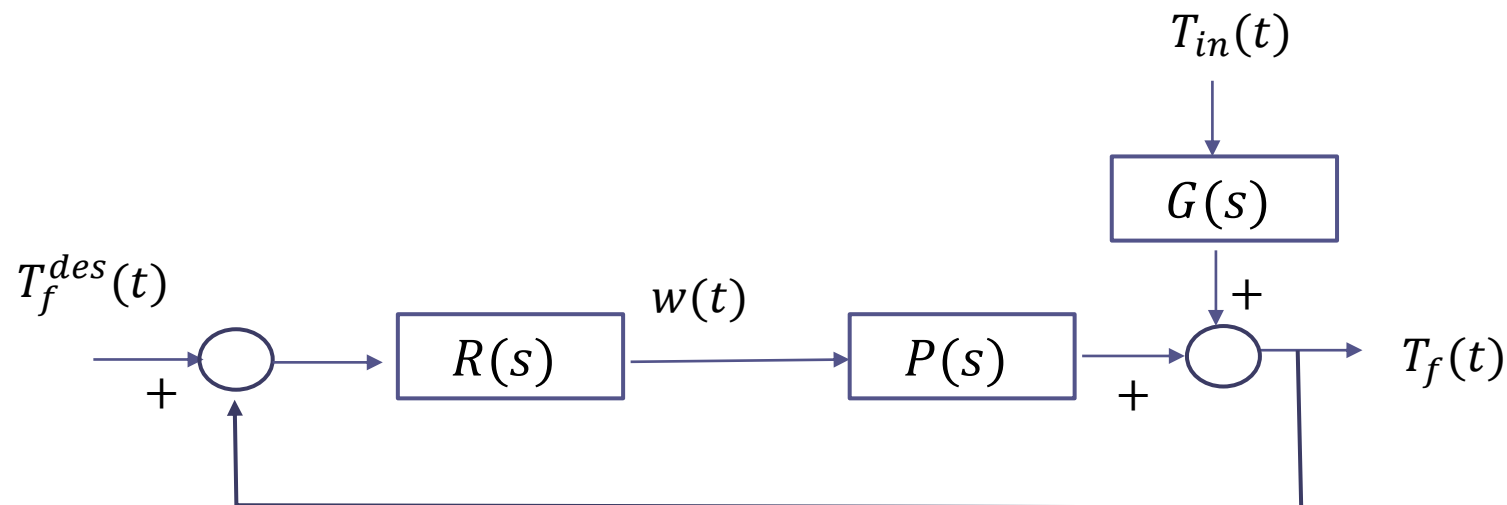
➤ Disturbo

Temperatura $T_{in}(t)$ del liquido che alimenta il serbatoio

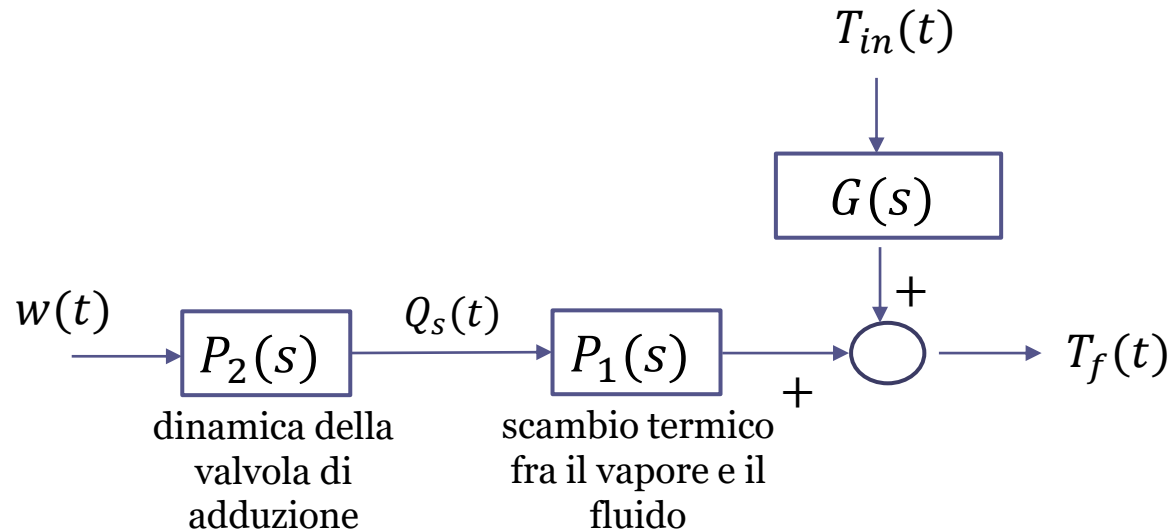


Rappresentazione mediante schema a blocchi. $P(s)$ include la dinamica della valvola di adduzione del vapore ed i fenomeni di scambio termico fra il vapore e il fluido nel serbatoio. $G(s)$ include gli effetti della miscelazione fra il fluido contenuto nel serbatoio ed il fluido in ingresso al serbatoio avente temperatura $T_{in}(t)$

Sulla base di quanto visto fino ad ora, potremmo ipotizzare la seguente configurazione «a loop singolo» per un sistema di controllo dello scambiatore.

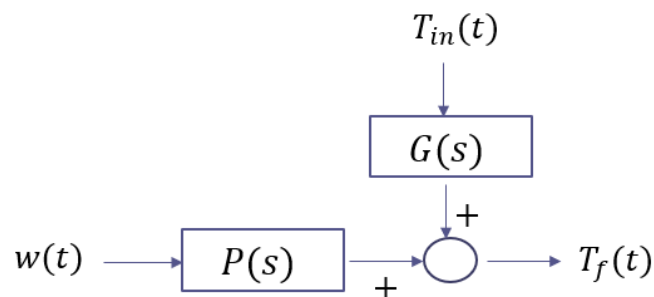


Una variabile **intermedia** misurabile con relativa facilità potrebbe essere la portata $Q_s(t)$ del vapore che transita nella tubazione.



Ovviamente la serie fra i due «sottoprocessi» $P_1(s)$ e $P_2(s)$ compone la FdT originale $P(s)$

$$P(s) = P_2(s)P_1(s)$$

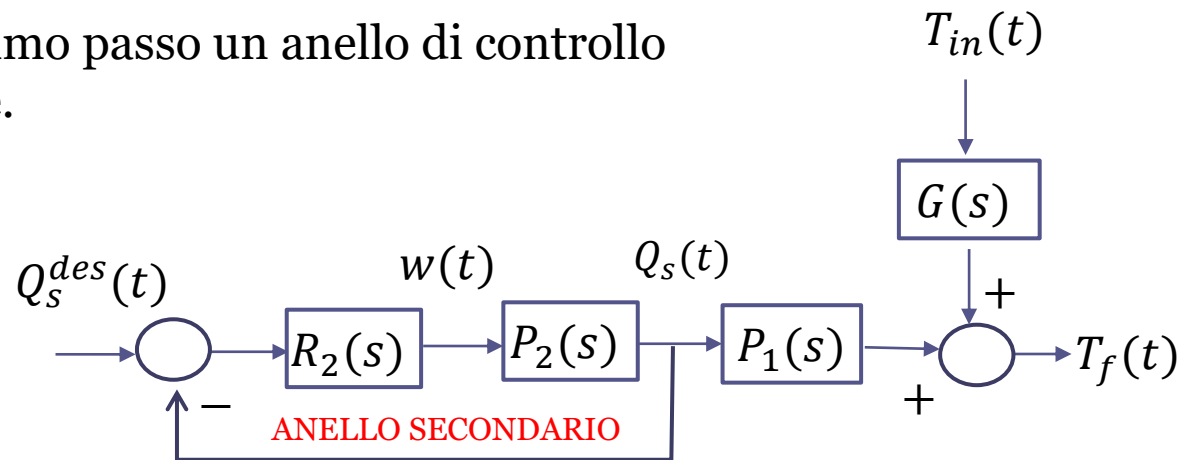


Ciò implica che le due FdT $P_1(s)$ e $P_2(s)$ siano inevitabilmente **più semplici** della FdT complessiva $P(s)$ (ordine inferiore, e grado relativo inferiore)

Che vantaggi possiamo trarre dalla misura addizionale ?

L'architettura di **controllo in cascata** prevede l'implementazione di **piu loop di controllo fra loro annidati**, in cui si retroazionano tutte le variabili misurabili. Vediamo come potrebbe strutturarsi un sistema di controllo in cascata per lo scambiatore di calore dell'esempio.

Viene richiuso come primo passo un anello di controllo della portata del vapore.

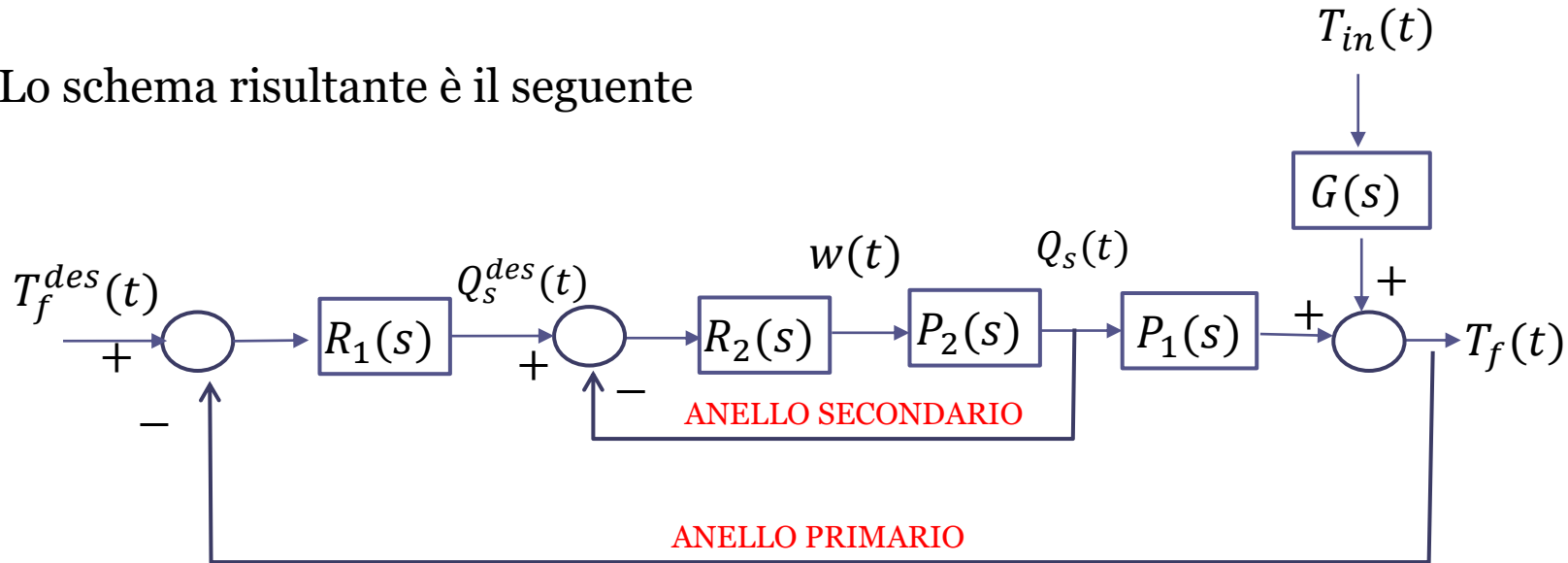


Essendo $P_2(s)$ più semplice rispetto a $P(s)$ risulta più agevole realizzare un sistema di controllo in retroazione con elevate caratteristiche in termini di precisione, robustezza e velocità di risposta (banda passante). L'anello interno di portata si chiama **anello secondario**

Come se ne determina il set-point $Q_s^{des}(t)$?

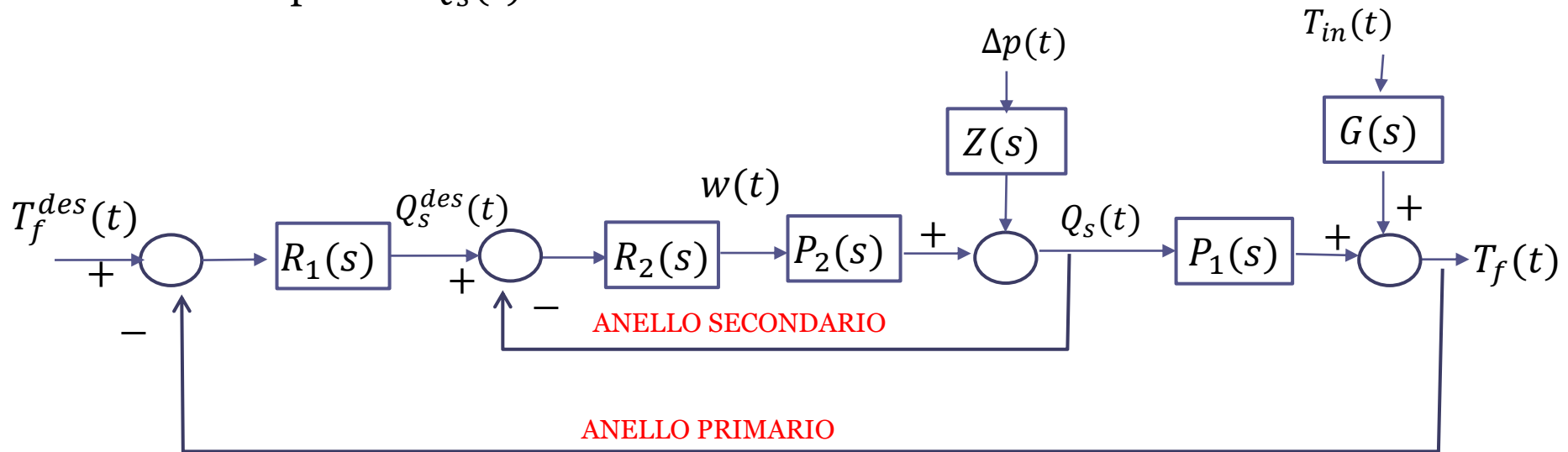
Il set-point $Q_s^{des}(t)$ dell'anello secondario di portata viene generato da un ulteriore anello di controllo che viene richiuso esternamente (**l'anello primario**) in cui viene retroazionata la temperatura $T_f(t)$

Lo schema risultante è il seguente



Lo schema in cascata consente di migliorare le prestazioni del sistema di controllo soprattutto per quanto concerne le proprietà di reiezione dei disturbi.

Una caratterizzazione maggiormente approfondita del processo in esame porterebbe ad individuare altre significative grandezze disturbanti. Ad esempio, variazioni di pressione $\Delta p(t)$ nella linea di adduzione del vapore si traducono in un disturbo sulla portata $Q_s(t)$



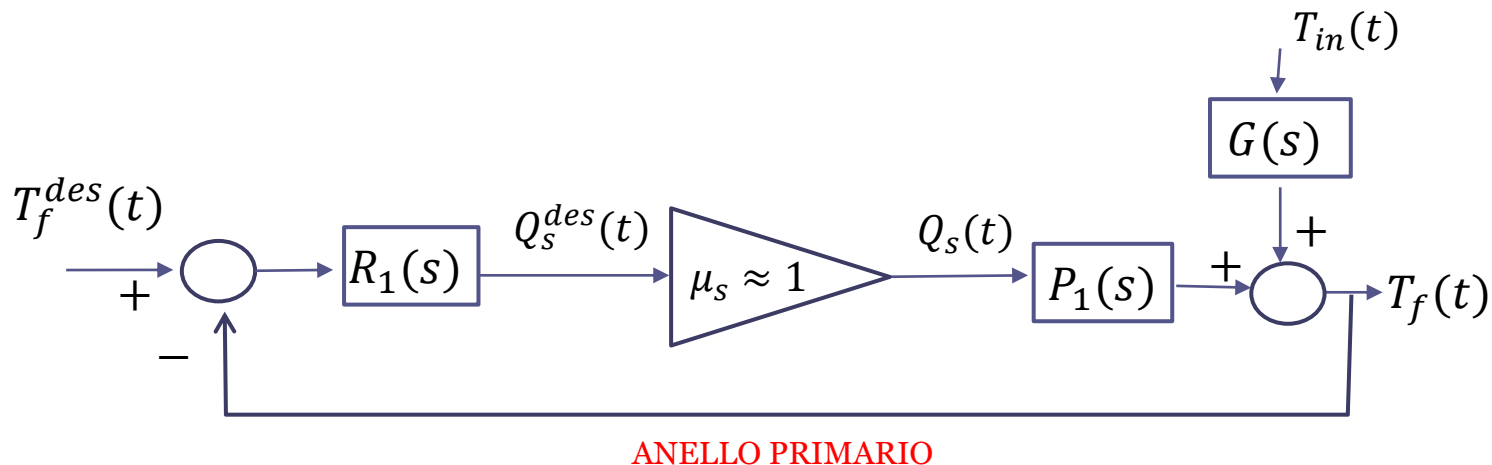
Un sistema di controllo in cascata è in grado di fronteggiare e compensare i disturbi sull'anello secondario in maniera molto più efficace rispetto ad un sistema di controllo ad anello singolo.

Esso implementa in qualche modo il paradigma del «**divide et impera**». L'anello secondario gestisce il sottoprocesso $P_2(s)$ ed opera la compensazione degli effetti del disturbo $\Delta p(t)$. L'anello primario gestisce invece il sottoprocesso $P_1(s)$ ed opera la compensazione degli effetti del disturbo $T_{in}(t)$

Quali linee guida devono essere seguite nel progetto dei due regolatori $R_1(s)$ ed $R_2(s)$ affinché il principio del «divide et impera» funzioni correttamente ed il sistema di controllo in cascata abbia prestazioni soddisfacenti ?

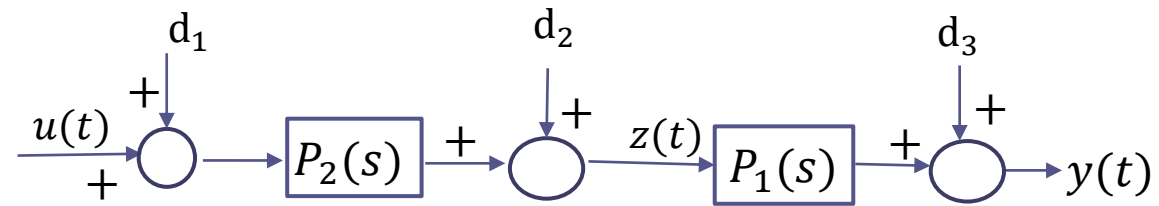
Il principale requisito che deve essere garantito è che **l'anello secondario abbia una banda passante sufficientemente superiore** (almeno **5 volte**) rispetto a quella dell'anello primario.

Se tale requisito è garantito, l'anello secondario opera all'interno della banda passante dell'anello primario come se fosse un blocco **istantaneo** (si veda la figura sottostante, in cui $\mu_s = 1$ se l'anello secondario è un sistema di controllo di tipo 1 e $\mu_s \approx 1$ se l'anello secondario è un sistema di controllo di tipo 0 con guadagno sufficientemente elevato). Il regolatore $R_1(s)$ può pertanto essere progettato riferendosi al solo sottoprocesso $P_1(s)$ (cioè considerando istantaneo l'anello secondario, e ignorandolo) e di fatto **i disturbi agenti sull'anello secondario vengono compensati in maniera molto più efficace**, grazie alle superiori caratteristiche dell'anello secondario.

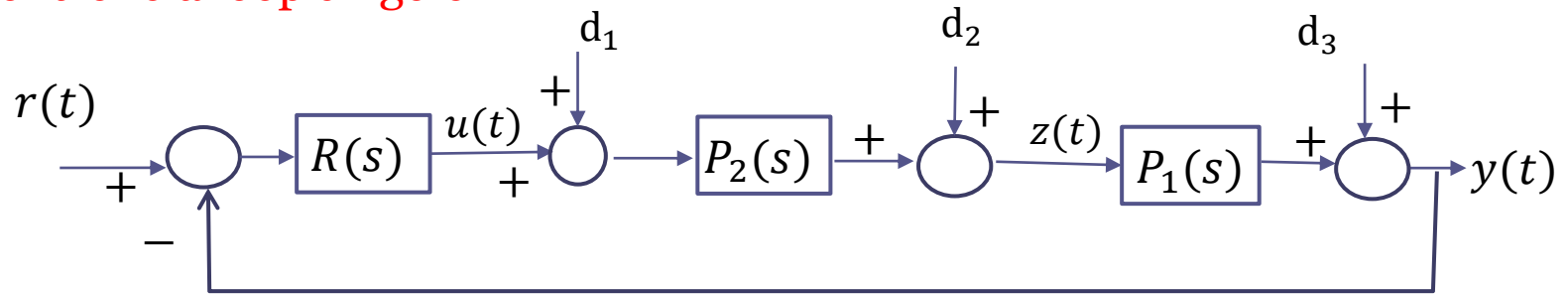


In termini più generali:

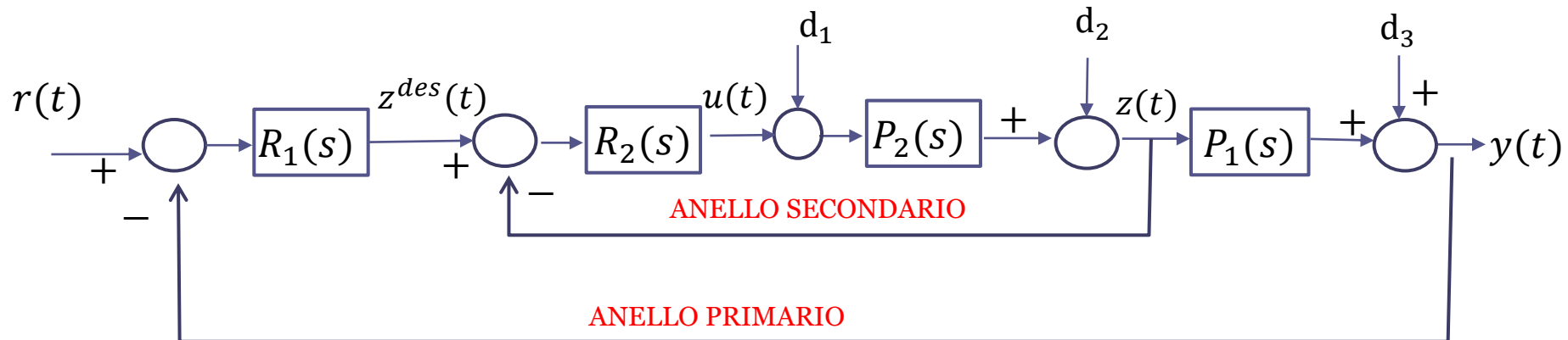
Sistema a ciclo aperto

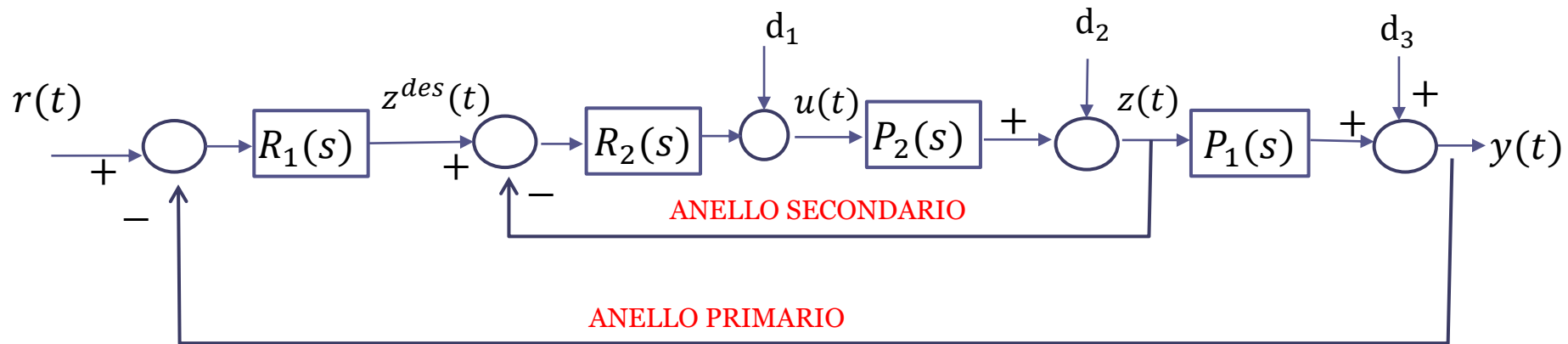


Sistema di controllo a loop singolo



Sistema di controllo in cascata





$$W_{z^{des}}^z(s) = \frac{R_2(s)P_2(s)}{1 + R_2(s)P_2(s)}$$

FdT a ciclo chiuso dell'anello secondario

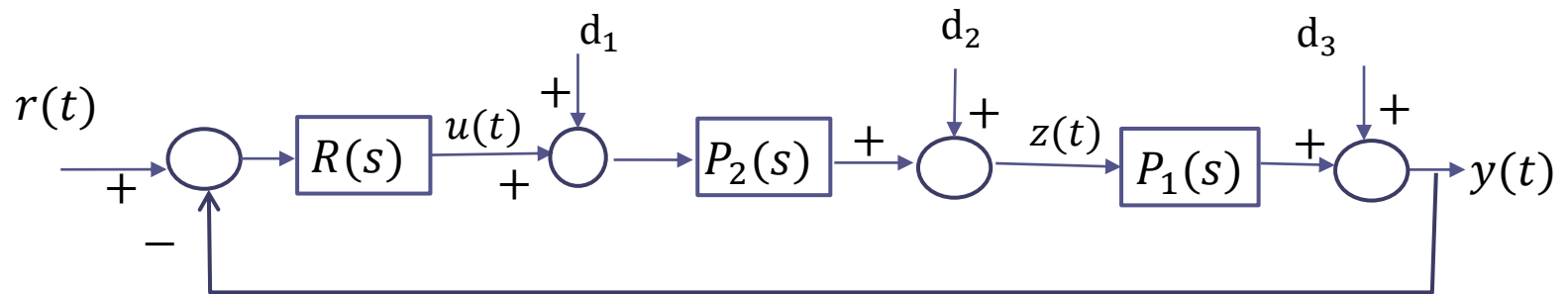
$$W_r^y(s) = \frac{R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

FdT a ciclo chiuso dell'anello primario

Se nella banda di frequenze in cui opera l'anello primario vale l'approssimazione $W_{z^{des}}^z(s) \approx 1$ allora:

$$W_r^y(s) \approx \frac{R_1(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)P_1(s)}$$

Sistema di controllo a loop singolo



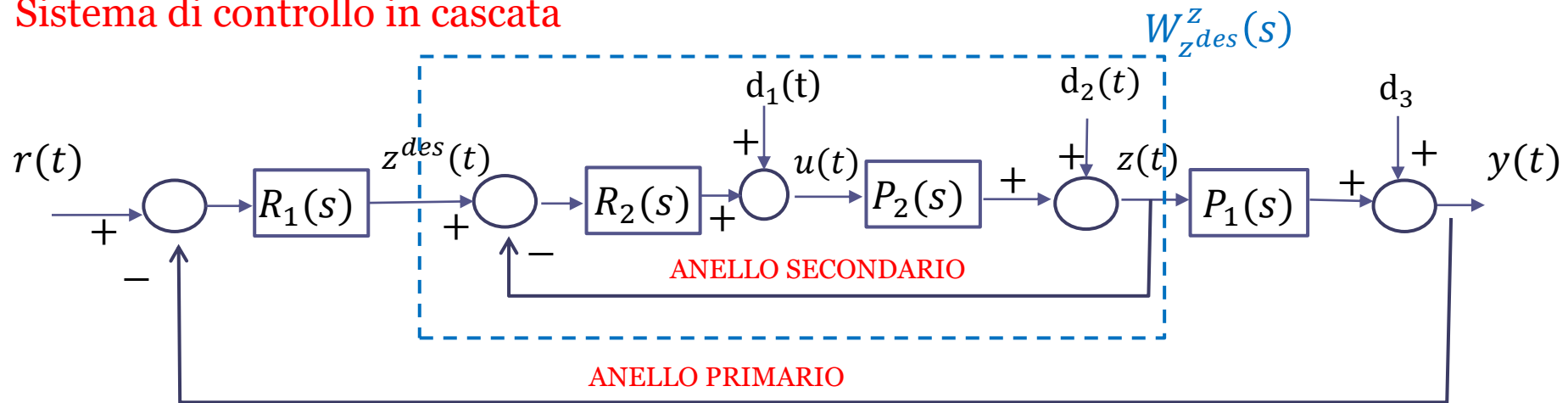
$$W_r^y(s) = \frac{R(s)P_2(s)P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_1}^y(s) = \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = \frac{P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_3}^y(s) = \frac{1}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

Sistema di controllo in cascata



$$W_r^y(s) = \frac{R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

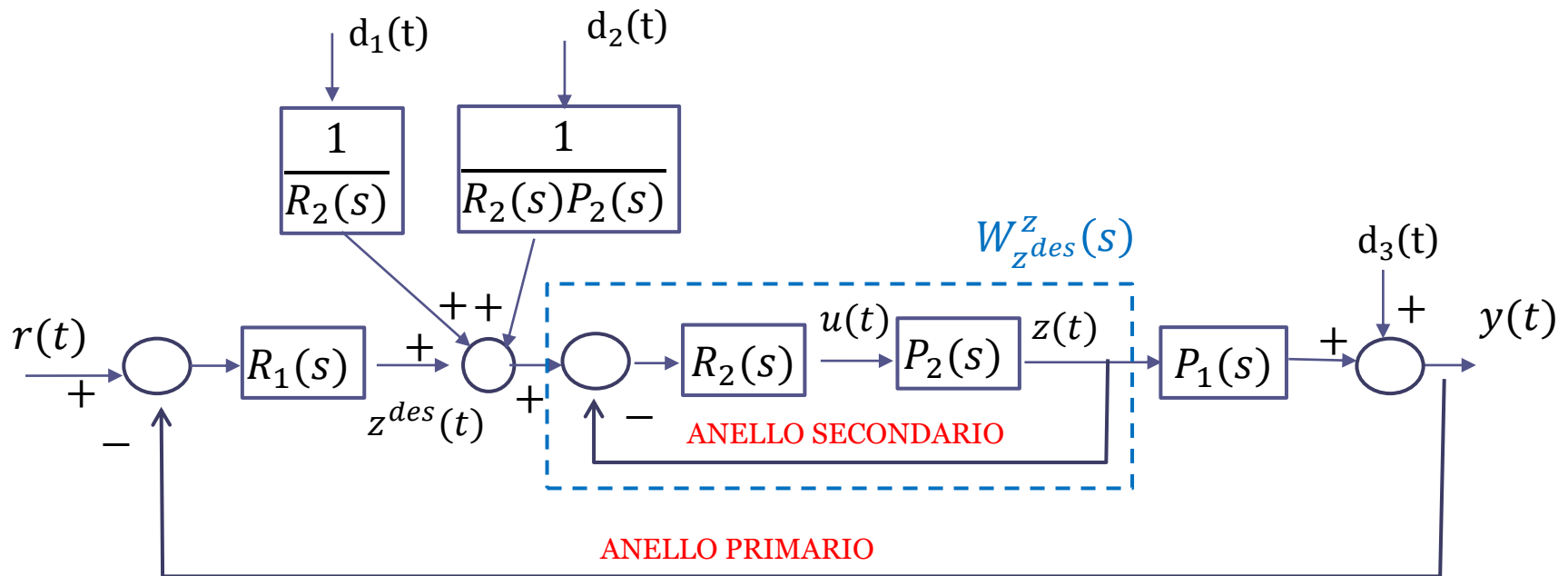
$$W_{z^{des}}^z(s) = \frac{R_2(s)P_2(s)}{1 + R_2(s)P_2(s)}$$

$$W_{d_1}^y(s) = \frac{1}{1 + R_2(s)P_2(s)} \cdot \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = \frac{1}{1 + R_2(s)P_2(s)} \cdot \frac{P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

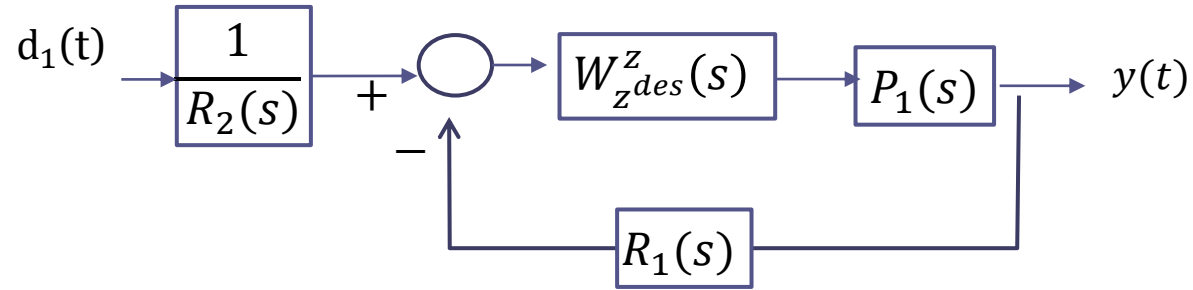
$$W_{d_3}^y(s) = \frac{1}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

La seguente rappresentazione equivalente, in cui il punto di inserzione dei disturbi $d_1(t)$ e $d_2(t)$ è traslato a monte dell'anello secondario, consente di determinare più agevolmente le relative FdT a ciclo chiuso $W_{d_1}^y(s)$ e $W_{d_2}^y(s)$

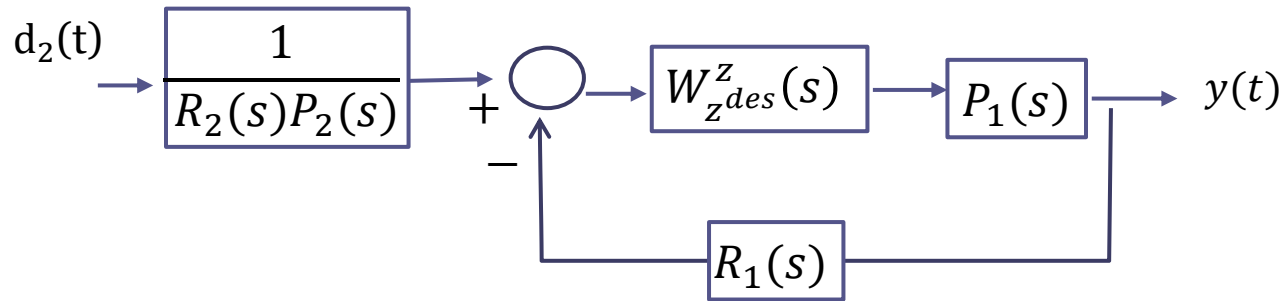


Nella successiva slide lo schema viene ulteriormente elaborato e semplificato. In particolare si riportano **tre schemi distinti** ciascuno dei quali evidenzia il modo con cui ciascuno dei disturbi influenzi la variabile di uscita

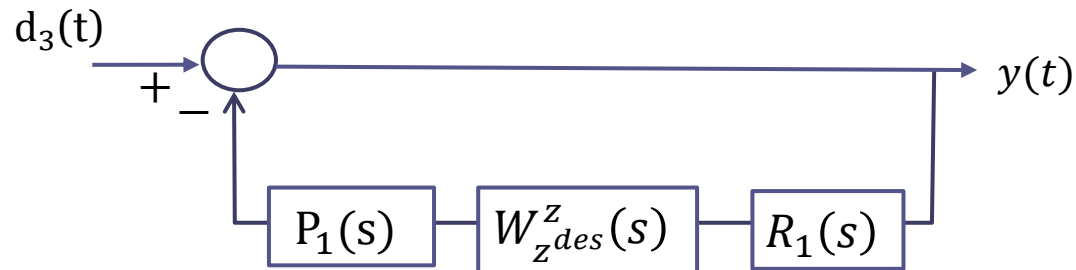
Schema equivalente $d_1(t)$



Schema equivalente $d_2(t)$



Schema equivalente $d_3(t)$



Sistema di controllo a loop singolo

$$W_r^y(s) = \frac{R(s)P_2(s)P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_1}^y(s) = \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = \frac{P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_3}^y(s) = \frac{1}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

Sistema di controllo in cascata

$$W_r^y(s) = \frac{R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

$$W_{z^{des}}^z(s) = \frac{R_2(s)P_2(s)}{1 + R_2(s)P_2(s)}$$

$$W_{d_1}^y(s) = \frac{1}{1 + R_2(s)P_2(s)} \cdot \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = \frac{1}{1 + R_2(s)P_2(s)} \cdot \frac{P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_3}^y(s) = \frac{1}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

Si supponga che i sistemi di controllo ad anello singolo e in cascata siano progettati in modo da garantire la medesima risposta al set point, cioè valga

$$R(s)P_2(s)P_1(s) = R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)$$

$$W_{z^{des}}^z(s) \equiv \frac{R_2(s)P_2(s)}{1 + R_2(s)P_2(s)}$$

In tale condizione, anche la risposta al disturbo d_3 sarà coincidente nei sistemi di controllo ad anello singolo ed in cascata.

Si noti che vale la seguente relazione

$$\frac{1}{1 + R_2(s)P_2(s)} = 1 - W_{z^{des}}^z(s)$$

Sistema di controllo a loop singolo

$$W_{d_1}^y(s) = \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = \frac{P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

Sistema di controllo in cascata

$$W_{d_1}^y(s) = [1 - W_{z^{des}}^z(s)] \cdot \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = [1 - W_{z^{des}}^z(s)] \cdot \frac{P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

Sistema di controllo a loop singolo

$$W_{d_1}^y(s) = \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = \frac{P_1(s)}{1 + R(s)P_2(s)P_1(s)}$$

Sistema di controllo in cascata

$$W_{d_1}^y(s) = [1 - W_{z^{des}}^z(s)] \cdot \frac{P_2(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

$$W_{d_2}^y(s) = [1 - W_{z^{des}}^z(s)] \cdot \frac{P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

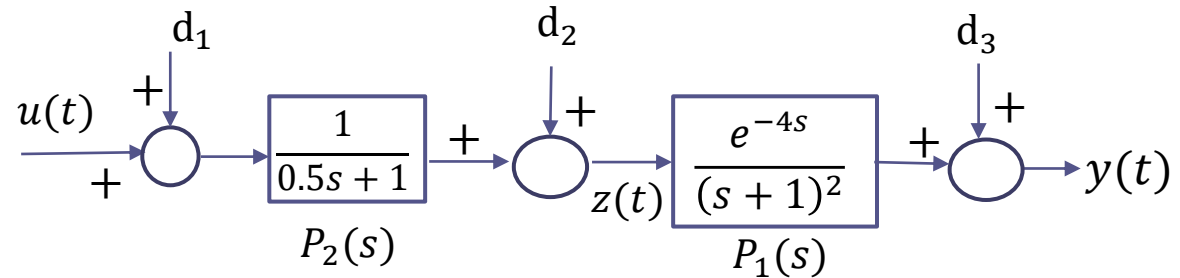
Le FdT a ciclo chiuso relative ai disturbi d_1 e d_2 nel sistema di controllo in cascata sono pari al prodotto fra le rispettive FdT del sistema di controllo a loop singolo moltiplicate per il fattore $[1 - W_{z^{des}}^z(s)]$, che nella banda dell'anello primario è un termine **circa uguale a zero** per effetto della relazione approssimata

$$W_{z^{des}}^z(s) \approx 1$$

che vale, ricordiamolo, unicamente nell'intervallo di frequenze corrispondenti alla banda passante dell'anello primario

Vediamo un esempio

Sistema a ciclo aperto



Processo complessivo

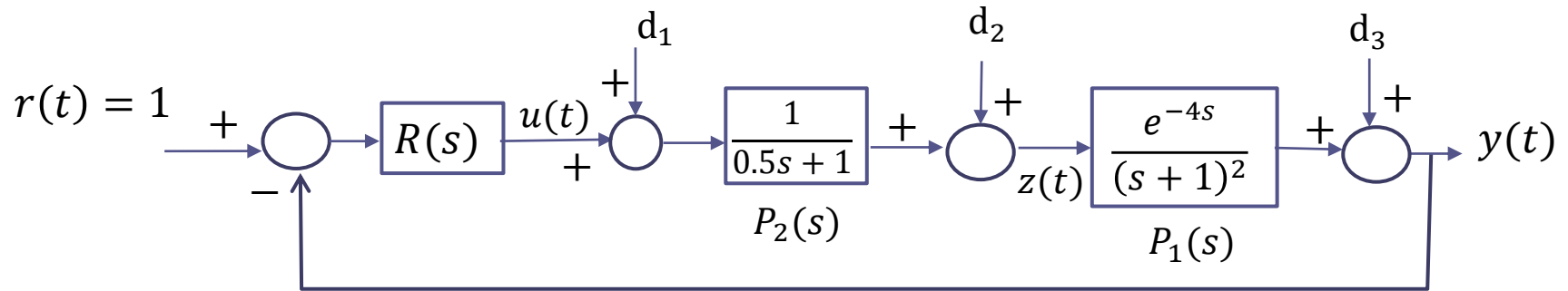
$$P(s) = P_2(s)P_1(s) = \frac{1}{0.5s + 1} \cdot \frac{e^{-4s}}{(s + 1)^2}$$

Il processo ha variabile di ingresso $u(t)$, uscita primaria $y(t)$, e vi è la possibilità di misurare e retroazionare l'uscita secondaria $z(t)$

Il processo è inoltre soggetto a tre variabili disturbanti che si inseriscono in punti differenti.

Confrontiamo fra loro le prestazioni di un sistema di controllo ad anello singolo e di un sistema di controllo in cascata.

Sistema di controllo a loop singolo



$$R(s) = \frac{0.2(s + 1)}{s}$$

Controllore PI

I disturbi a gradino unitario intervengono in istanti di tempo differenti

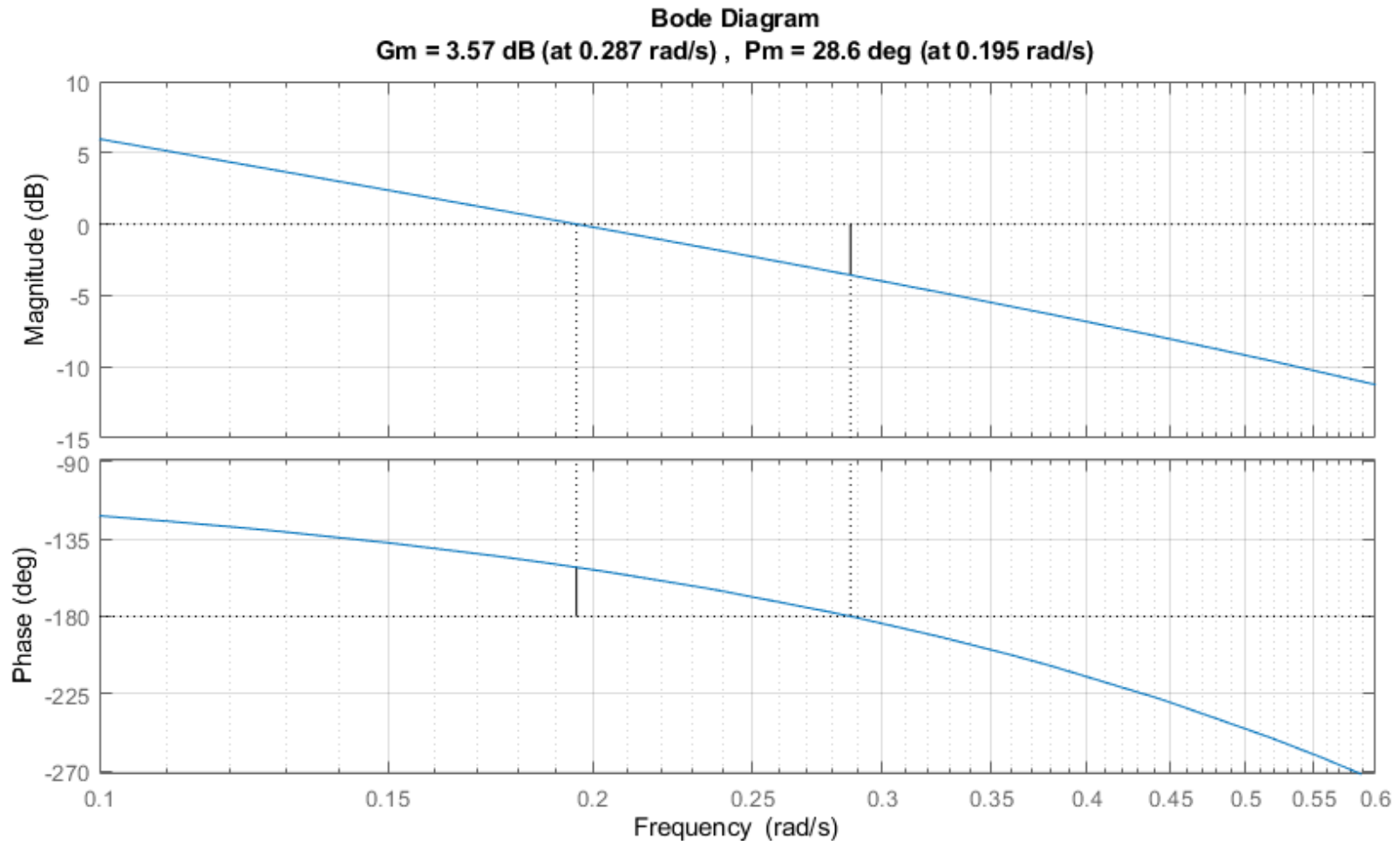
$$T_{d1} = 150$$

$$T_{d2} = 350$$

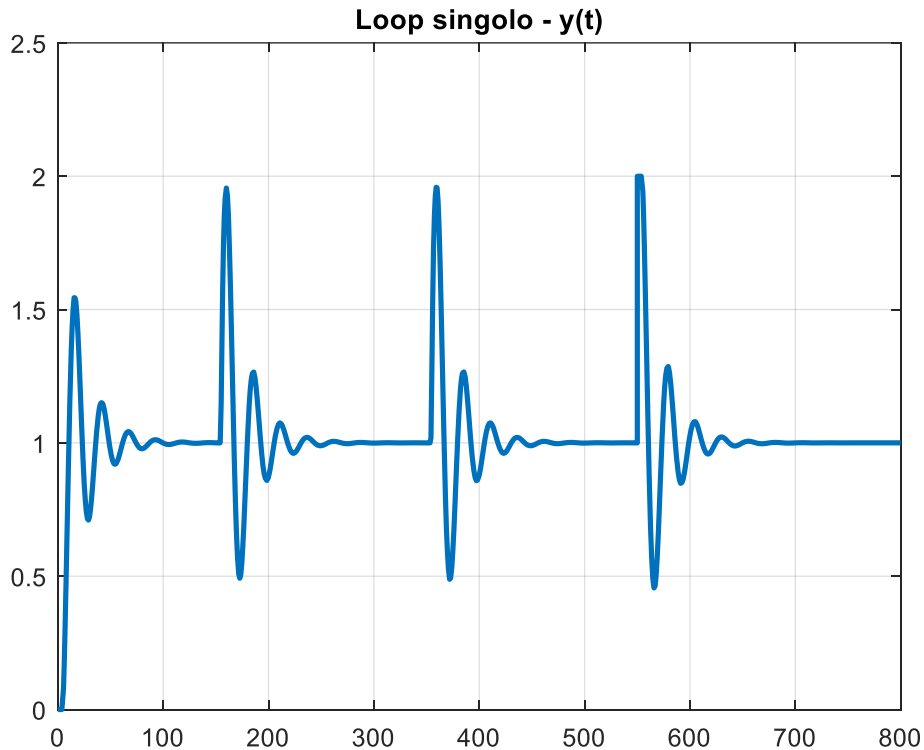
$$T_{d3} = 550$$

Diagrammi di Bode della FdT a ciclo aperto $R(s)P_1(s)P_2(s)$.

Il criterio di Bode mostra come il sistema di controllo a loop singolo sia asintoticamente stabile a ciclo chiuso.

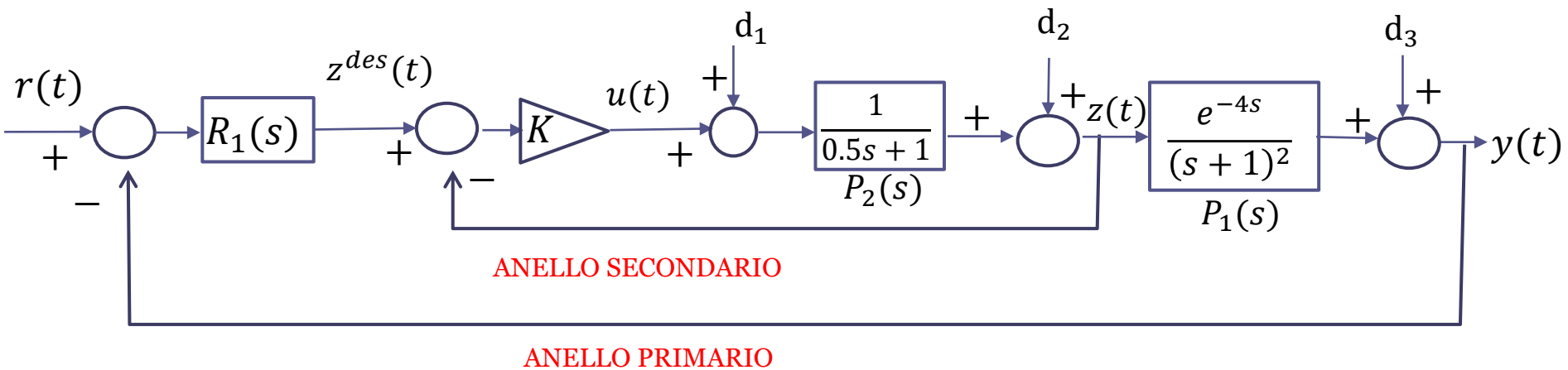


Evoluzione temporale dell'uscita



Il sistema di controllo di tipo 1 con il polo nell'origine nel regolatore garantisce la precisione statica ed è in grado di operare la reiezione di tutti e tre gli ingressi disturbanti costanti. La relativa dinamica è piuttosto scadente. Ciò è da ascrivere all'elevato valore del ritardo presente nel processo.

Sistema di controllo in cascata



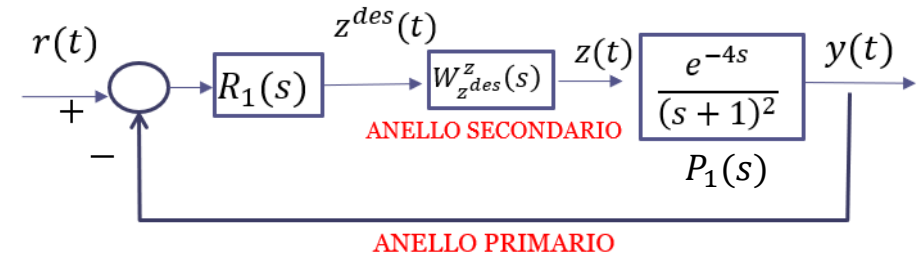
$$R_1(s) = \frac{0.2(s+1)}{s}$$

Utilizziamo come regolatore dell'anello primario lo stesso regolatore $R(s)$ impiegato nel sistema di controllo ad anello singolo.

$$R_2(s) = K = 100$$

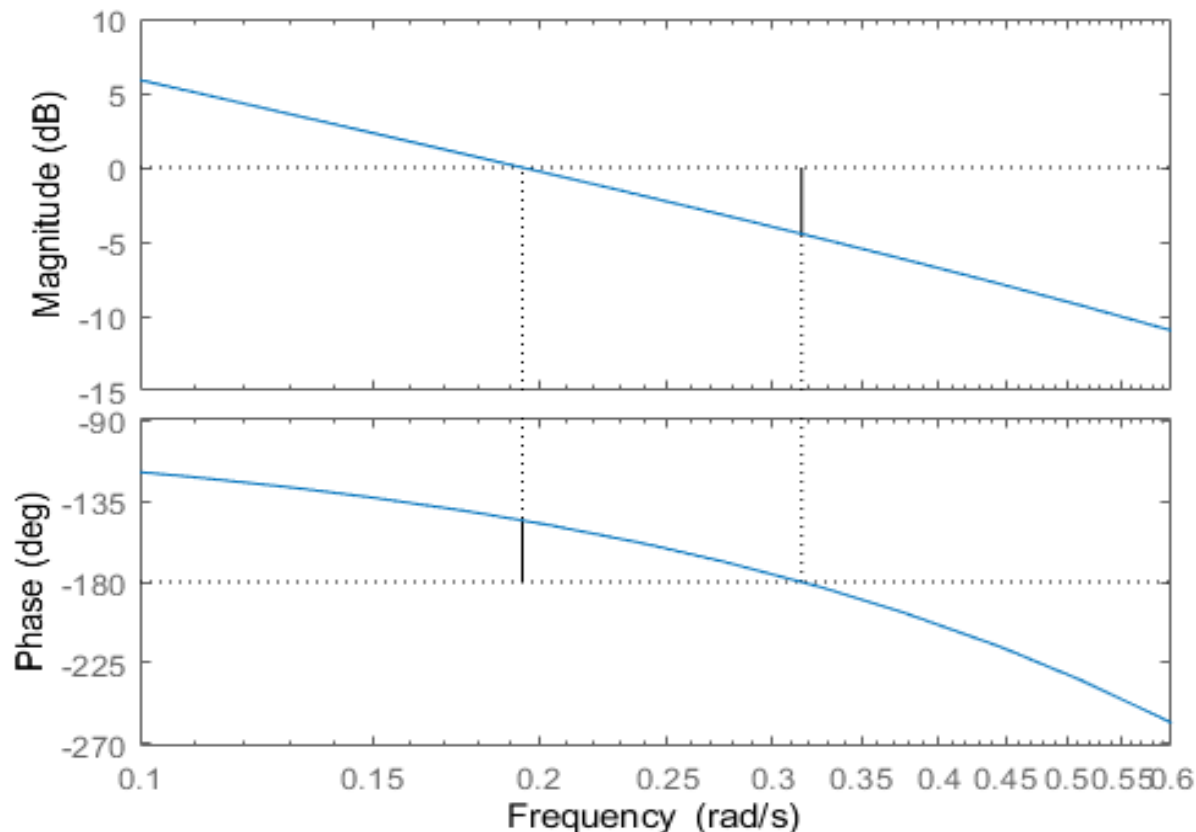
Valutiamo se il sistema di controllo risulti essere asintoticamente stabile a ciclo chiuso e se il criterio di progetto che impone che la banda passante dell'anello secondario debba essere almeno 5 volte più elevata di quella dell'anello primario sia soddisfatto

Diagrammi di Bode della FdT a ciclo aperto $R_1(s)W_{z_{des}}^z(s)P_1(s)$.



Bode Diagram

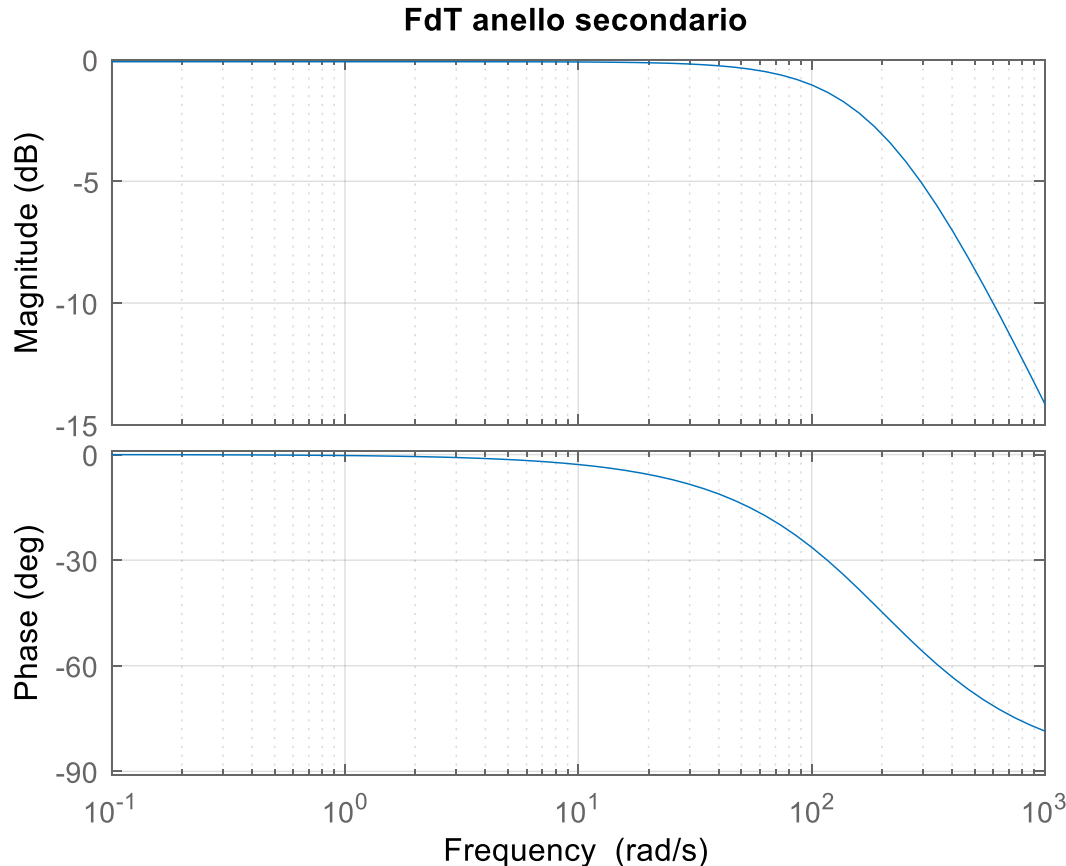
Gm = 4.46 dB (at 0.316 rad/s) , Pm = 34.4 deg (at 0.194 rad/s)



Il criterio di Bode mostra come il sistema di controllo in cascata sia asintoticamente stabile a ciclo chiuso.

Diagrammi di Bode della FdT a ciclo chiuso dell'anello **secondario**

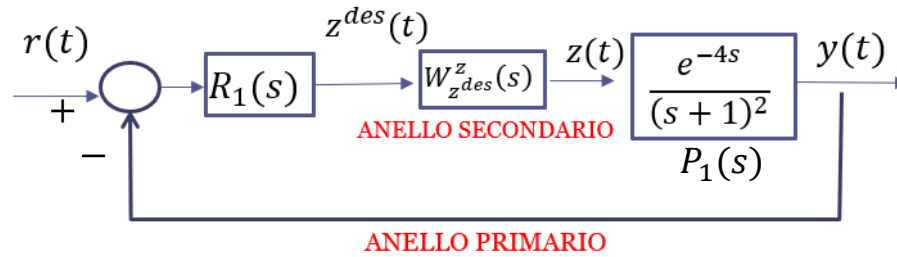
$$W_{z^{des}}^z(s) = \frac{\frac{K}{0.5s + 1}}{1 + \frac{K}{0.5s + 1}} = \frac{K}{0.5s + 1 + K} = \frac{100}{0.5s + 101} = \frac{\mu_s}{0.005s + 1} \quad \mu_s \cong 0.99$$



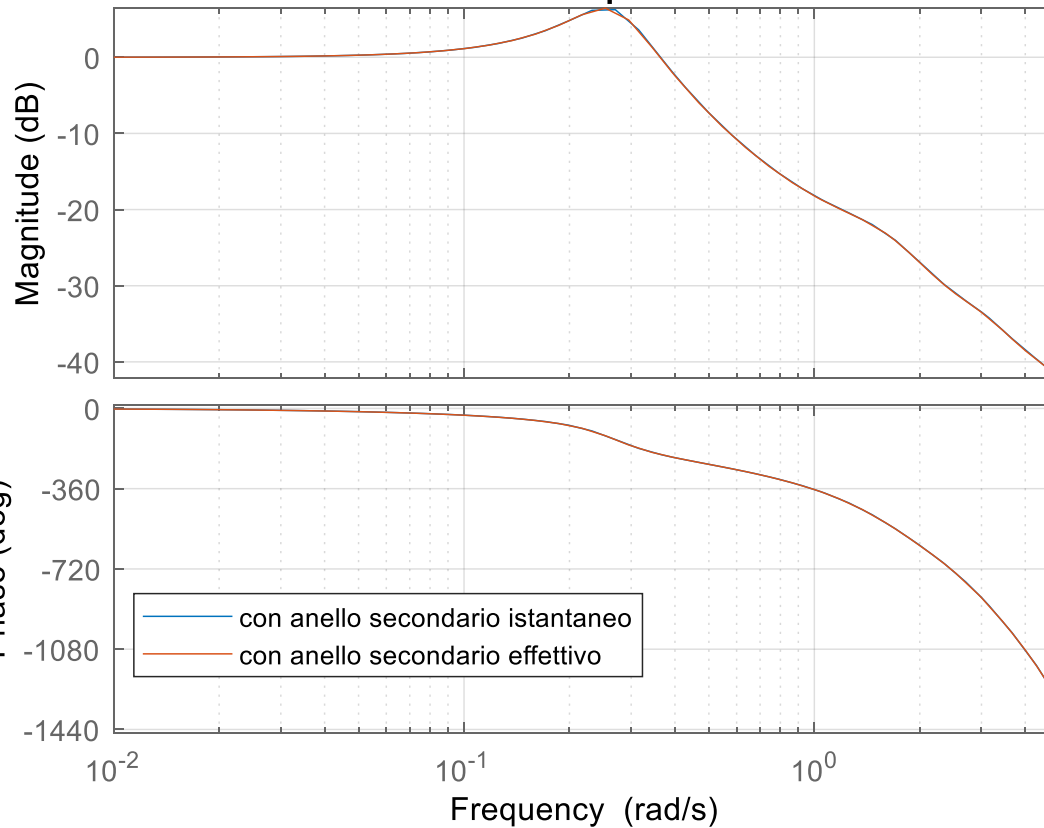
Il polo di $W_{z^{des}}^z(s)$ sta in -200

La banda passante dell'anello secondario è pari a circa 200 rad/s

Il guadagno statico μ_s è lievemente minore di 1 in quanto il sistema di controllo dell'anello secondario è di tipo zero.



FdT anello primario

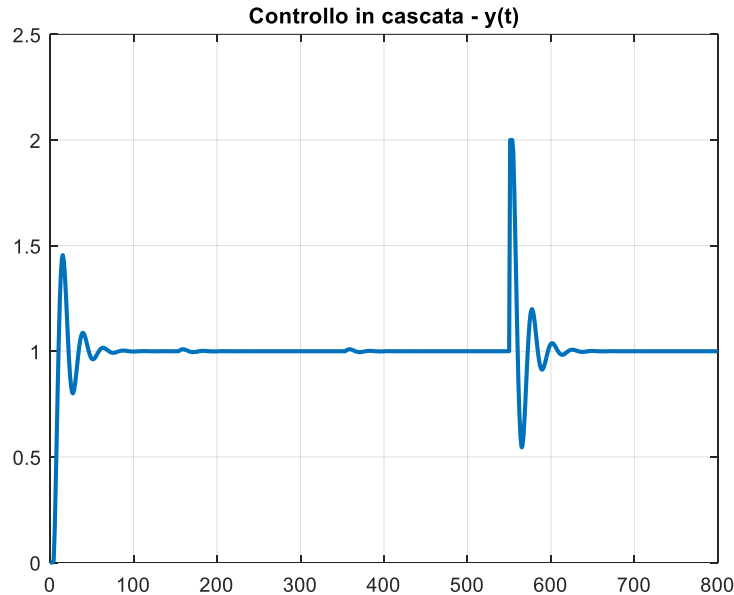


$$W_r^y(s) = \frac{R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}{1 + R_1(s)W_{z^{des}}^z(s)P_1(s)}$$

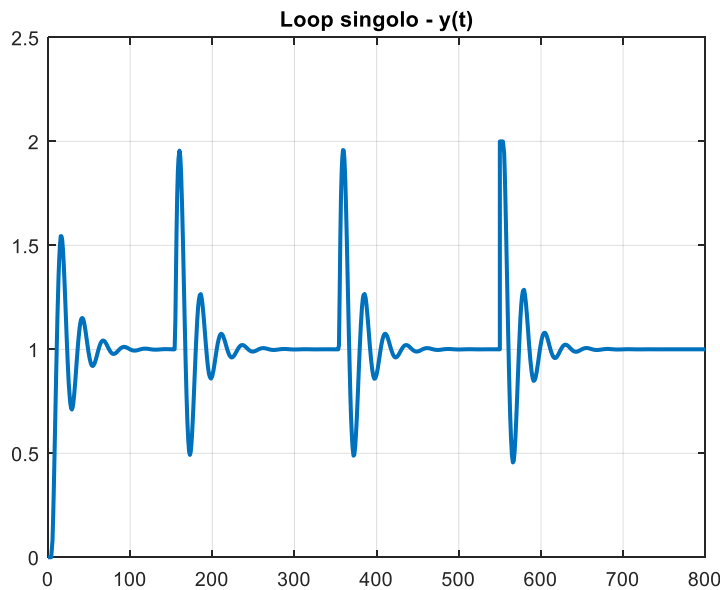
$$W_r^y(s) = \frac{R_1(s)\mu_s P_1(s)}{1 + R_1(s)\mu_s P_1(s)}$$

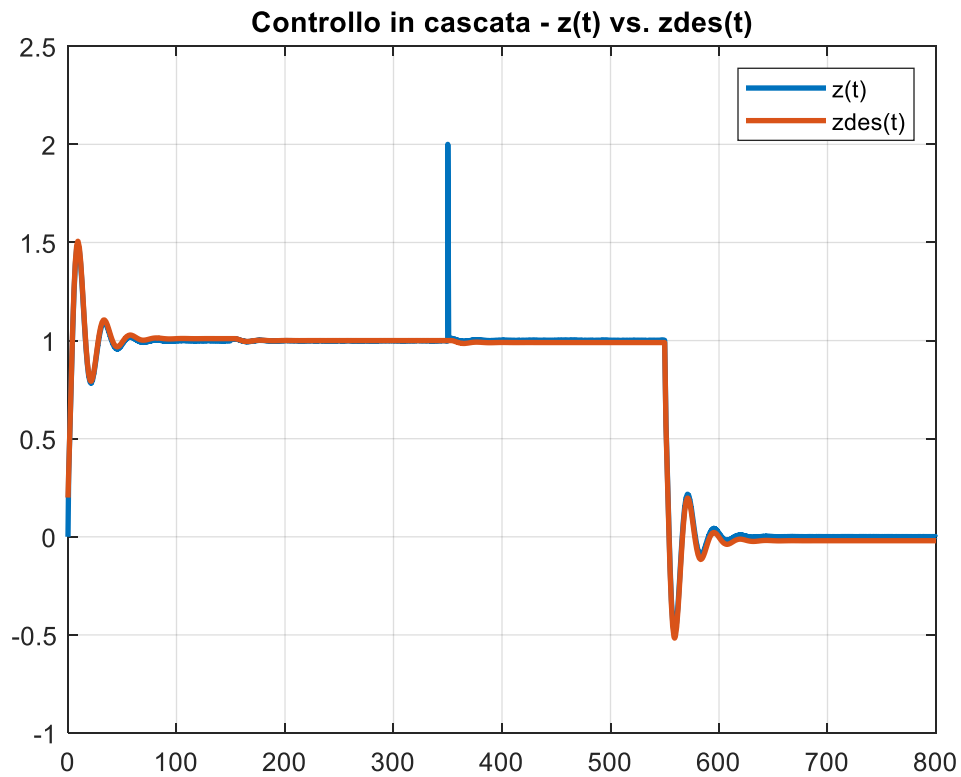
La banda passante dell'anello primario è circa pari a 0.4 rad/s

Evoluzione temporale dell'uscita



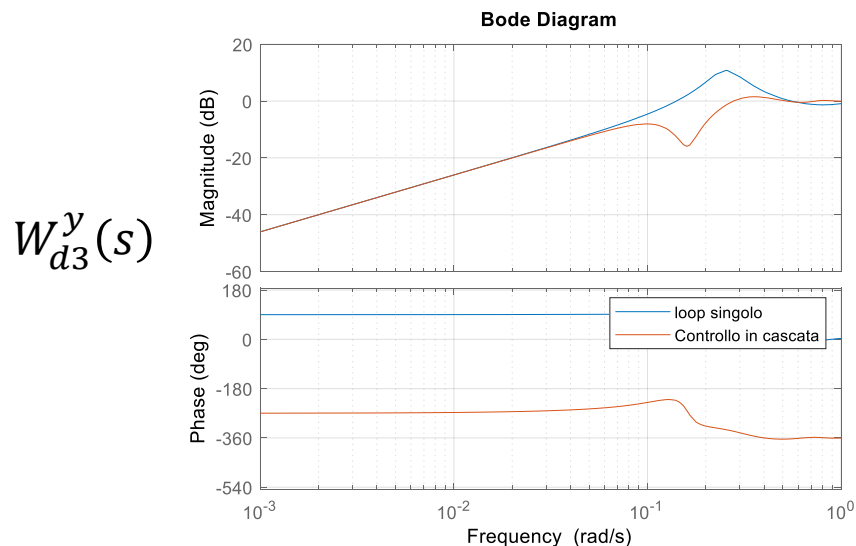
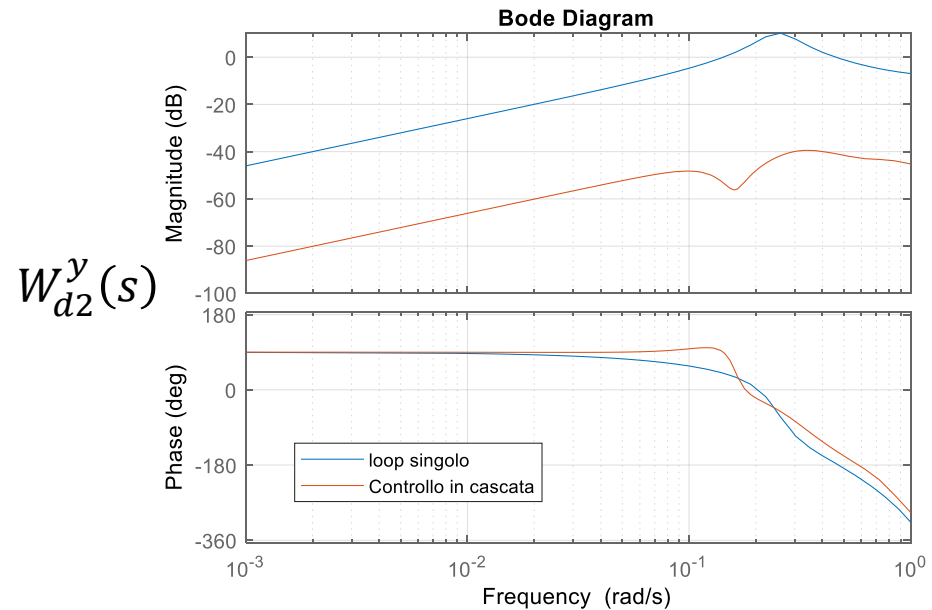
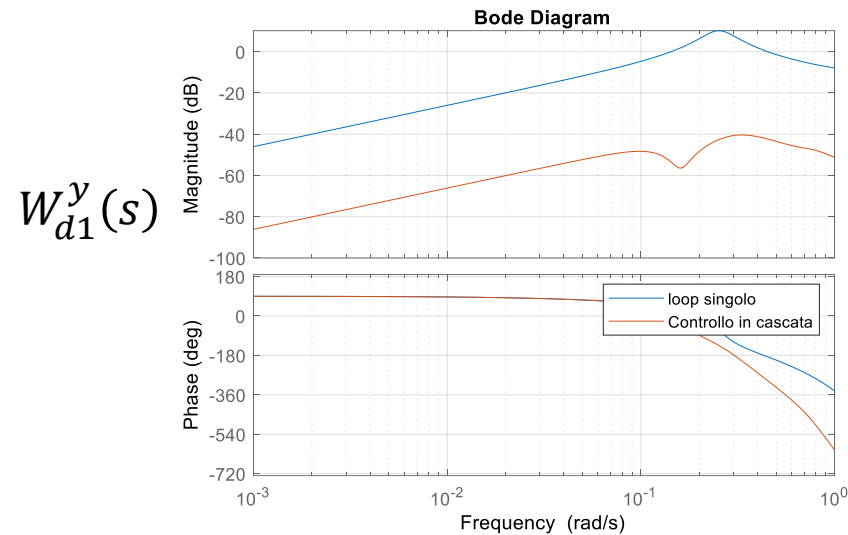
L'architettura in cascata migliora notevolmente le proprietà di reiezione dei disturbi d_1 e d_2 che intervengono nell'anello secondario lasciando pressoché inalterato il legame a ciclo chiuso fra il disturbo d_3 (che interviene nell'anello primario) e l'uscita e fra il set point e l'uscita





Nel sistema di controllo in cascata la variabile $z(t)$ ed il suo set point $z_{des}(t)$ sono molto prossime

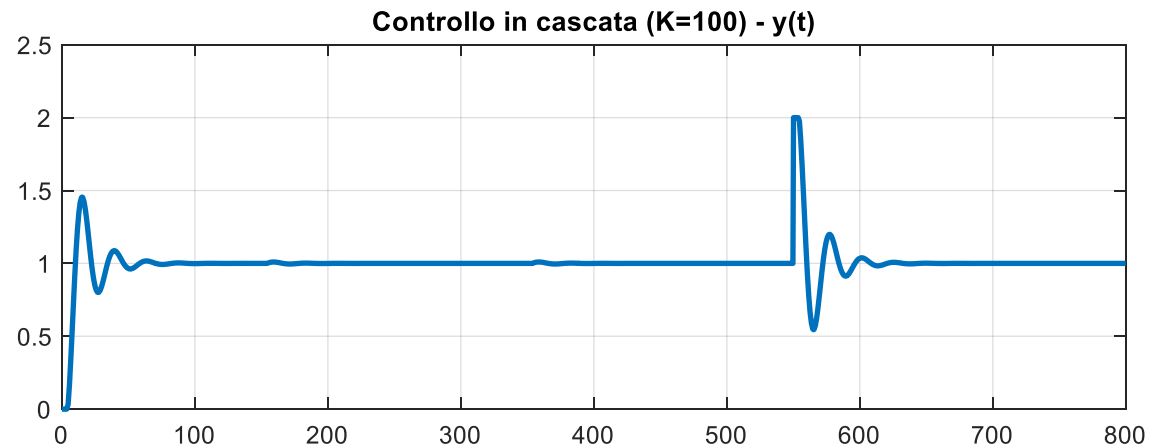
FdT a ciclo chiuso fra i disturbi e l'uscita



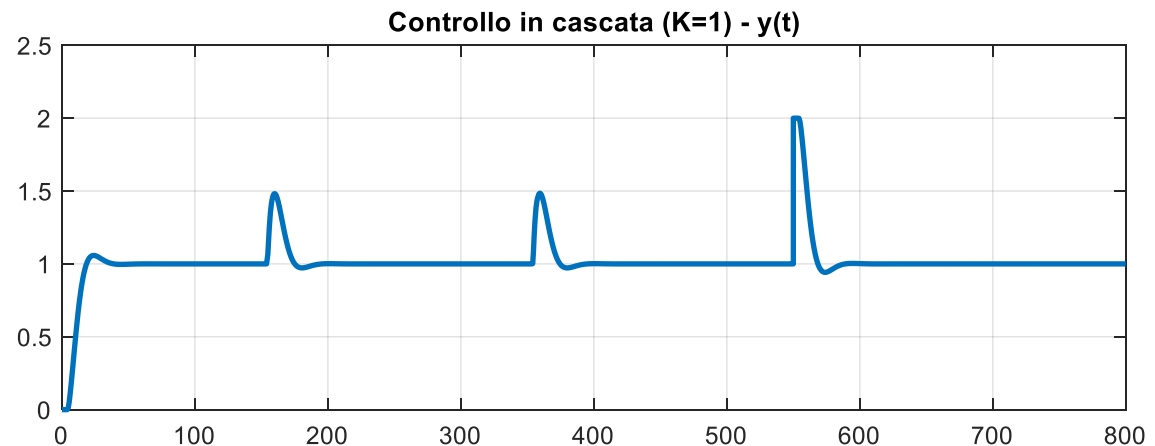
Si noti come le FdT $W_{d1}^y(s)$ e $W_{d2}^y(s)$ del sistema di controllo in cascata presentino nella banda dell'anello primario un significativa attenuazione dei moduli rispetto alle corrispondenti FdT del sistema di controllo ad anello singolo.

Evoluzione temporale dell'uscita in corrispondenza di due valori differenti per il guadagno del regolatore $R_2(s) = K$

$$R_2(s) = K = 100$$



$$R_2(s) = K = 1$$



Progetto di un sistema di controllo in cascata

Il dato di ingresso maggiormente rilevante è la banda passante desiderata ω_b^{des} per l'anello **primario** del sistema a ciclo chiuso

Fase 1 Come primo passo si progetta il regolatore $R_2(s)$ dell'anello secondario con l'anello primario aperto, in modo da conferire all'anello **secondario** (caratterizzato dalla FdT a ciclo chiuso $W_z^{des}(s) = \frac{R_2(s)P_2(s)}{1+R_2(s)P_2(s)}$) una banda passante almeno pari a $5\omega_b^{des}$

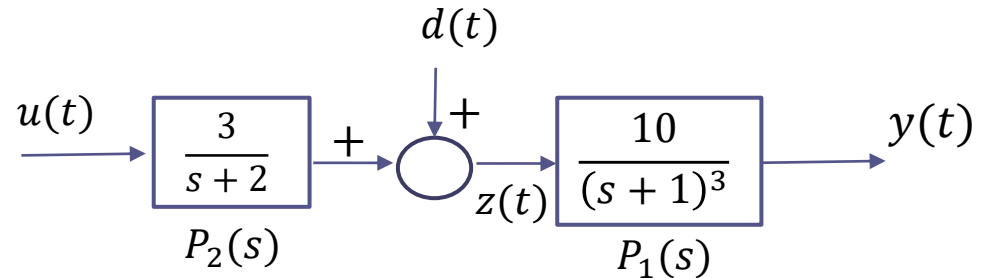
Tale progetto si effettua con riferimento al solo sottoprocesso $P_2(s)$

Non è indispensabile che il sistema di controllo dell'anello secondario goda della precisione statica.

Fase 2 Come secondo passo si progetta il regolatore $R_1(s)$ dell'anello primario ignorando la presenza dell'anello **secondario** (ipotizzando che sia caratterizzato da una FdT a ciclo chiuso $W_z^{des}(s) = \frac{R_2(s)P_2(s)}{1+R_2(s)P_2(s)}$ **istantanea ed unitaria**) in modo da conferire alla FdT a ciclo chiuso dell'anello primario una banda passante prossima a ω_b^{des} e nel contempo garantire il soddisfacimento delle specifiche sul comportamento transitorio e di regime. Tale progetto si effettua con riferimento al solo sottoprocesso $P_1(s)$

Esempio di **progetto** di un sistema di controllo in cascata

Sistema a ciclo aperto



Specifiche:

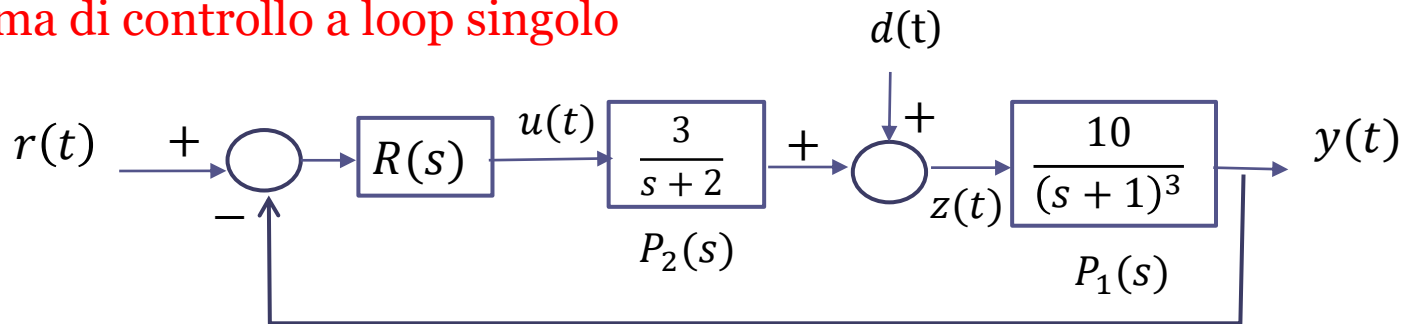
- S1 Precisione statica
- S2 Reiezione disturbo costante
- S3 Banda passante $\omega_b^{des} \approx 0.2 \frac{rad}{s}$
- S4 Risposta al gradino monotona crescente

Il processo ha variabile manipolabile di ingresso $u(t)$, uscita primaria $y(t)$, e vi è la possibilità di misurare e retroazionare l'uscita secondaria $z(t)$

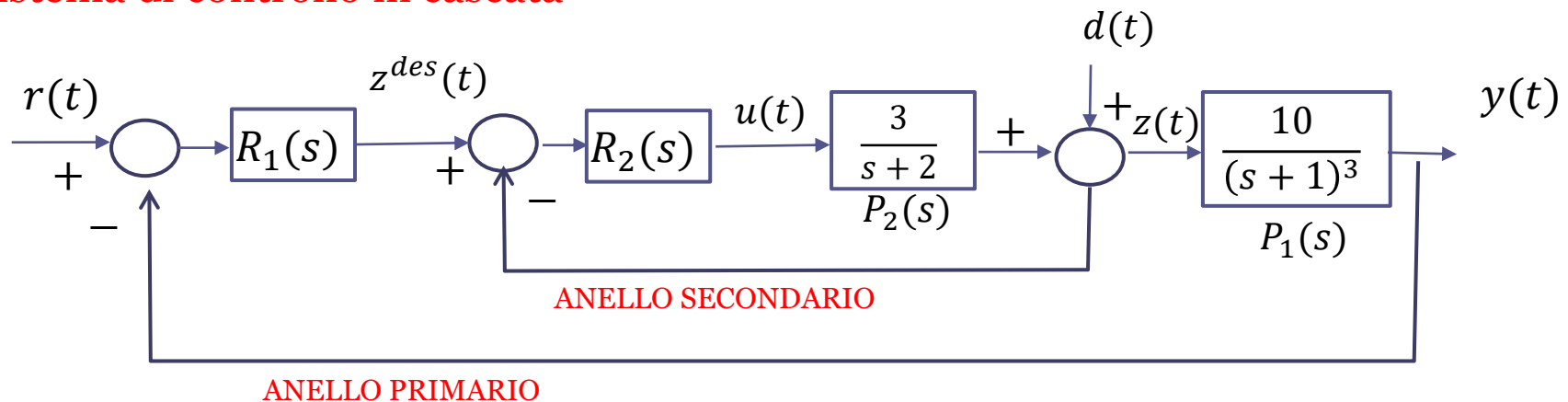
Il processo è inoltre soggetto ad una variabile disturbante $d(t)$ che si sovrappone all'uscita del sottoprocesso $P_2(s)$

Confrontiamo fra loro le prestazioni di un sistema di controllo ad anello singolo che retroaziona la sola uscita $y(t)$ e di un sistema di controllo in cascata che retroaziona $y(t)$ nell'anello primario e $z(t)$ nell'anello secondario.

Sistema di controllo a loop singolo



Sistema di controllo in cascata



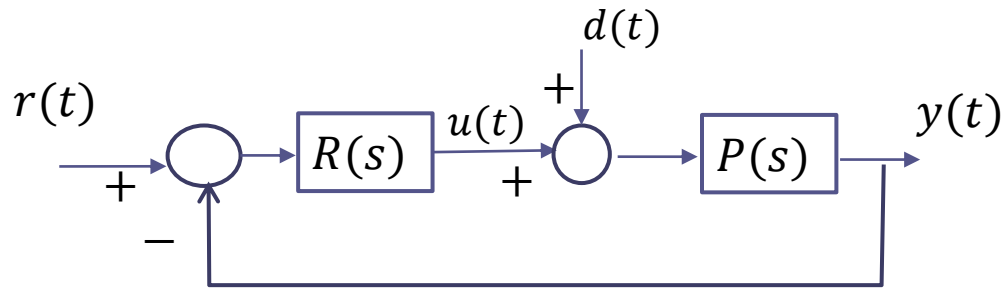
Progetto di un sistema di controllo (in cascata) mediante sintesi diretta

La sintesi diretta è una metodologia alternativa per il progetto di controllori rispetto agli approcci visti fino ad ora.

Si declina con riferimento ad un sistema di controllo in single loop, ma può essere facilmente applicata al progetto di sistemi di controllo in cascata.

Ne descriviamo il principio di funzionamento senza scendere in dettagli implementativi eccessivamente approfonditi.

Sintesi diretta per un sistema di controllo single-loop



La sintesi diretta fissa, come passo preliminare, una funzione di trasferimento **desiderata** $W_d(s)$ per il sistema a ciclo chiuso

$$W_d(s) = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}$$

Successivamente, e molto banalmente, si valuta quale debba essere la FdT $R(s)$ del regolatore tale da garantire che la FdT a ciclo chiuso coincida con la FdT desiderata $W_d(s)$

La risposta è:

$$W_d(s) = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} \quad \longleftrightarrow \quad R(s) = \frac{W_d(s)}{1 - W_d(s)} \cdot \frac{1}{P(s)}$$

Si verifica facilmente che tale scelta per il regolatore conduce alla FdT desiderata a ciclo chiuso

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{\frac{W_d(s)}{1 - W_d(s)} \cdot \frac{1}{P(s)} P(s)}{1 + \frac{W_d(s)}{1 - W_d(s)} \cdot \frac{1}{P(s)} P(s)} = \frac{\frac{W_d(s)}{1 - W_d(s)}}{1 + \frac{W_d(s)}{1 - W_d(s)}} \\ &= \frac{W_d(s)}{1 - W_d(s) + W_d(s)} = W_d(s) \end{aligned}$$

Vincoli sulla scelta della $W_d(s)$

Il primo e fondamentale vincolo sulla scelta per la FdT desiderata $W_d(s)$ è che **il suo grado relativo deve essere non inferiore al grado relativo del processo $P(s)$**

Se la FdT desiderata $W_d(s)$ viola tale requisito si ottiene un regolatore $R(s)$ non fisicamente realizzabile.

Nella pratica **sceghieremo sempre $W_d(s)$ avente grado relativo pari a quello del processo $P(s)$.**

Se il processo $P(s)$ ha tutti i poli e tutti gli zeri e parte reale negativa (processo «a fase minima») non sussistono altri vincoli.

Se il processo $P(s)$ ha poli e/o zeri a parte reale positiva o nulla sussistono ulteriori vincoli e accorgimenti operativi, che non trattiamo.

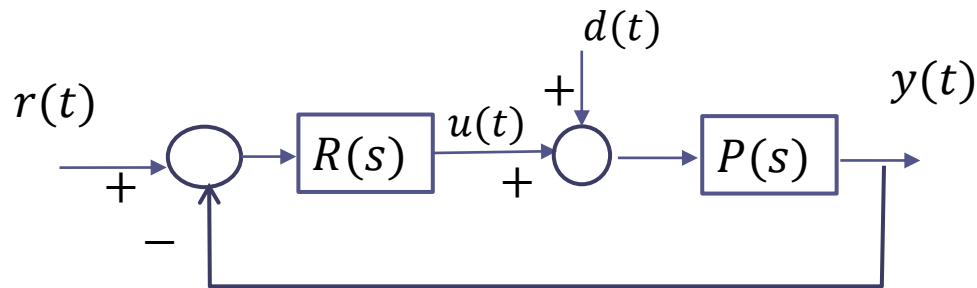
Per garantire la **precisione statica** il modello $W_d(s)$ dovrà essere scelto tale da avere **guadagno statico unitario**.

Se il processo non contiene poli nell'origine, la scelta di una FdT a ciclo chiuso con guadagno statico unitario conduce automaticamente ad un controllore avente (almeno) un polo nell'origine, che quindi garantisce anche la reiezione di un disturbo costante.

La principale limitazione di tale approccio è il fatto che se il processo è descritto da una FdT di ordine elevato la sintesi diretta produce dei controllori aventi FdT altrettanto complesse (il controllore «eredita» la complessità del processo)

Applichiamo il metodo della sintesi diretta per il progetto di un sistema di controllo in cascata e di un sistema di controllo a loop singolo con riferimento all'esempio precedentemente introdotto.

Esempio preliminare sintesi diretta di un sistema di controllo ad anello singolo



$$P(s) = \frac{2(s + 1)}{(s + 2)(s + 3)}$$

Specifiche

S1 Precisione statica

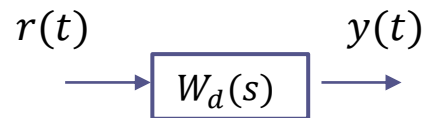
S2 Reiezione disturbo costante

S3 Risposta al gradino monotona crescente

S4 $T_{a1\%} \leq 0.5s$

- S1 Precisione statica
- S2 Reiezione disturbo costante
- S3 Risposta al gradino monotona crescente
- S4 $T_{a1\%} \leq 0.5s$

Il processo ha grado relativo unitario. Dobbiamo pertanto scegliere una FdT desiderata a ciclo chiuso avente anch'essa grado relativo unitario



$$W_d(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

S1 è soddisfatta perché $W_d(s)$ ha guadagno statico unitario

S2 è soddisfatta perché non essendoci poli nell'origine nel processo, ed avendo $W_d(s)$ guadagno statico unitario, il regolatore conterrà sicuramente almeno un polo nell'origine

S3 è soddisfatta perché un processo STC esibisce una risposta al gradino monotona crescente

S4 è soddisfatta se $5\tau \leq 0.5$

Scegliamo: $\tau = 0.1$

$$W_d(s) = \frac{1}{0.1s + 1}$$

Determiniamo la FdT del regolatore $R(s)$ tale da garantire che la FdT a ciclo chiuso fra il set-point e l'uscita sia effettivamente pari alla $W_d(s)$.

$$P(s) = \frac{2(s+1)}{(s+2)(s+3)} \quad W_d(s) = \frac{1}{0.1s+1}$$

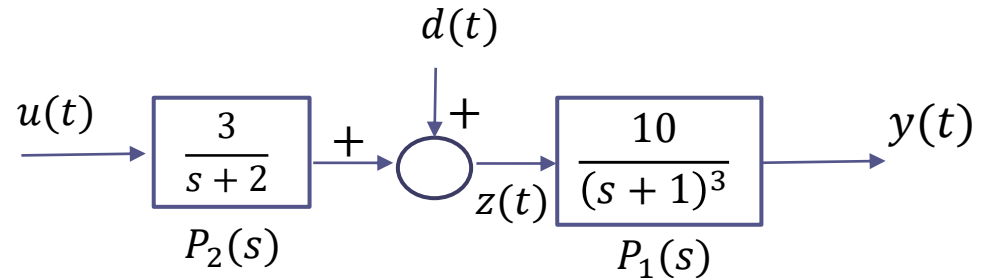
Impieghiamo la formula precedentemente introdotta

$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{W_d(s)}{1 - W_d(s)} \cdot \frac{1}{P(s)} = \frac{\frac{1}{0.1s+1}}{1 - \frac{1}{0.1s+1}} \cdot \frac{(s+2)(s+3)}{2(s+1)} \\ &= \frac{1}{0.1s+1-1} \cdot \frac{(s+2)(s+3)}{2(s+1)} = \frac{(s+2)(s+3)}{0.2s(s+1)} = \frac{5(s+2)(s+3)}{s(s+1)} \end{aligned}$$

La sintesi diretta ha condotto ad un regolatore $R(s)$ del secondo ordine (così come il processo) con un polo nell'origine.

Esempio di progetto di un sistema di controllo in cascata

Sistema a ciclo aperto



Specifiche

- S1 Precisione statica
- S2 Reiezione disturbo costante
- S3 Banda passante $\omega_b^{des} \approx 0.2 \frac{rad}{s}$
- S4 Risposta al gradino monotona crescente

Il processo ha variabile di ingresso $u(t)$, uscita primaria $y(t)$, e vi è la possibilità di misurare e retroazionare l'uscita secondaria $z(t)$

Il processo è inoltre soggetto ad una variabile disturbante $d(t)$ che si sovrappone all'uscita del sottoprocesso $P_2(s)$

Progetto del sistema di controllo **in cascata**

Anello secondario

Dobbiamo determinare una FdT a ciclo chiuso desiderata per l'anello secondario tale da avere una banda passante 10 volte superiore a quella imposta per l'anello primario (pari quindi a $\omega_{bs}^{des} = 10 \omega_b^{des} = 2 \text{ rad/s}$)

Poiché il sottoprocesso $P_2(s) = \frac{3}{s+2}$ ha grado relativo pari ad uno, dovremo scegliere una FdT desiderata $W_{2d}(s)$ avente **grado relativo unitario**.

$$W_{2d}(s) = \frac{1}{\tau_2 s + 1}$$

Banda passante di un sistema del primo ordine

$$G_1(s) = \frac{\mu}{1 + sT} \quad \omega_b = \frac{1}{T}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_{bs}^{des}} = \frac{1}{2}$$

Verifichiamo che la FdT

$$W_{2d}(s) = \frac{1}{0.5s + 1}$$

ha effettivamente la banda passante desiderata $\omega_{bs}^{des} = 2 \text{ rad/s}$

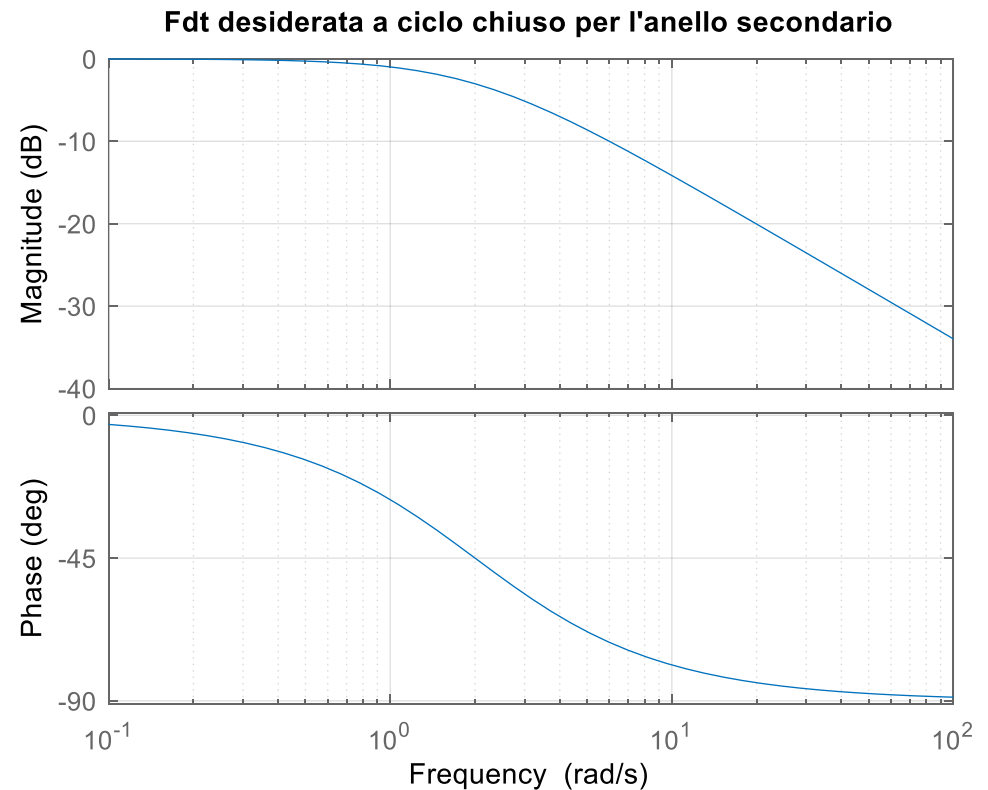
```
close all, clear all, clc
```

```
s=tf('s');  
W2d=1/(0.5*s+1)
```

```
figure  
bode(W2d),grid  
title('Fdt desiderata a ciclo... chiuso  
per l''anello secondario')
```

```
B_W2d=bandwidth(W2d)
```

```
W2d =  
  
      1  
-----  
    0.5 s + 1  
  
Continuous-time transfer function.  
  
B_W2d =  
  
    1.9953
```



$$W_{2d}(s) = \frac{1}{0.5s + 1}$$

$$P_2(s) = \frac{3}{s + 2}$$

Ora determiniamo la FdT del regolatore $R_2(s)$ dell'anello secondario tale da garantire che la FdT a ciclo chiuso dell'anello secondario sia effettivamente pari alla $W_{2d}(s)$. A tal fine applichiamo la formula precedentemente introdotta

$$R_2(s) = \frac{W_{2d}(s)}{1 - W_{2d}(s)} \cdot \frac{1}{P_2(s)} = \frac{\frac{1}{0.5s + 1}}{1 - \frac{1}{0.5s + 1}} \cdot \frac{1}{P_2(s)} = \frac{1}{0.5s} \cdot \frac{s + 2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{s + 2}{s}$$

La sintesi diretta ha condotto ad un regolatore per l'anello secondario di tipo **PI**

Codice Matlab che implementa le analisi svolte fino ad ora e calcola in maniera automatica il regolatore $R_2(s)$

```
%% CONTROLLO IN CASCATA - anello secondario

close all, clear all, clc

s=tf('s');

W2d=1/(0.5*s+1)

figure
bode(W2d),grid
title('Fdt desiderata a ciclo chiuso per l''anello secondario')

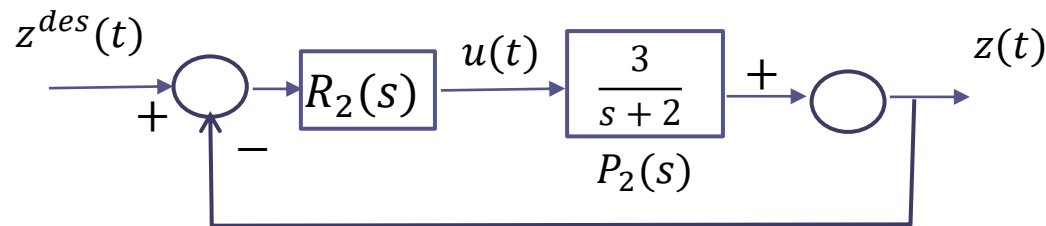
%la funzione bandwidth calcola la banda passante di un sistema LTI
B_W2d=bandwidth(W2d)

P2=3/(s+2);
R2=W2d/(1-W2d)*(1/P2);

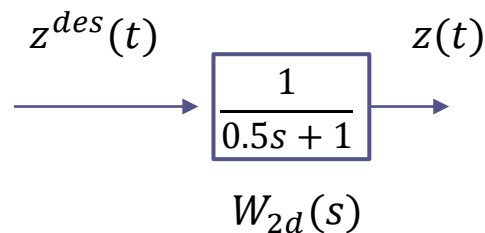
%la funzione minreal serve a semplificare i poli e gli zeri coincidenti
%presenti in R2 calcolato poco sopra, risultato di approssimazioni
%numeriche
R2=minreal(R2)

%la funzione tfdata, utilizzata con la seguente sintassi
% estrae da una FdT i polinomi a numeratore e a denominatore.
[nR2 dR2]=tfdata(R2,'v');
```

Ora mediante Simulink simuliamo preliminarmente il solo anello secondario in assenza di disturbo, per verificare che effettivamente esso si comporta a ciclo chiuso come la FdT $W_{2d}(s)$



ANELLO SECONDARIO

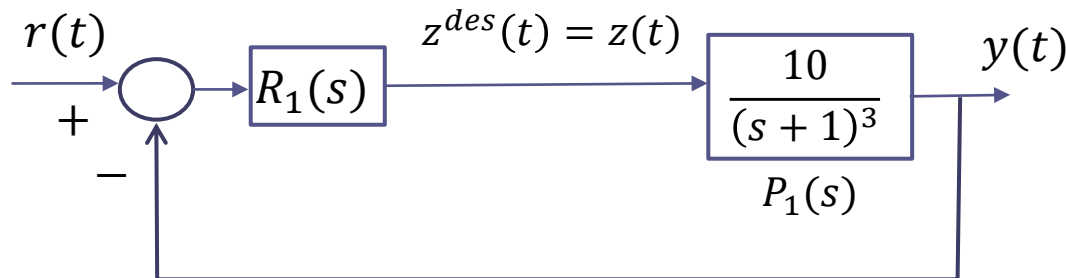


Progetto del sistema di controllo **in cascata**

Anello primario

Dobbiamo determinare una FdT desiderata per l'anello primario tale da avere una banda passante $\omega_b^{des} = 0.2 \text{ rad/s}$

Per il progetto del regolatore $R_1(s)$ dell'anello primario, consideriamo istantaneo (e unitario) l'anello secondario



ANELLO PRIMARIO

Poiché il sottoprocesso $P_1(s)$ ha **grado relativo pari a 3**, dovremo scegliere una FdT desiderata $W_{1d}(s)$ avente grado relativo pari a 3 e **guadagno statico unitario** in modo da garantire il soddisfacimento delle specifiche S1 ed S2. La FdT desiderata avrà inoltre tutti i **poli reali negativi** in modo da garantire il soddisfacimento della specifica S4

$$W_{1d}(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)^3}$$

Usiamo Matlab per individuare **per tentativi** il valore di τ tale da assegnare a $W_{1d}(s)$ il valore desiderato $\omega_b^{des} = 0.2 \text{ rad/s}$ per la banda passante

Si ottiene $\tau = 2.5s$ $W_{1d}(s) = \frac{1}{(2.5s + 1)^3}$

Ora determiniamo la FdT del regolatore $R_1(s)$ dell'anello primario tale da garantire che la FdT a ciclo chiuso dell'anello primario (con l'anello secondario supporto unitario) sia effettivamente pari alla $W_{1d}(s)$.

$$R_1(s) = \frac{W_{1d}(s)}{1 - W_{1d}(s)} \cdot \frac{1}{P_1(s)} = \frac{1}{(2.5s + 1)^3 - 1} \cdot \frac{(s + 1)^3}{10} = \frac{0.1(s + 1)^3}{(2.5s + 1)^3 - 1}$$

$$= \frac{0.1s^3 + 0.3s^2 + 0.3s + 0.1}{s[15.62s^2 + 18.75s + 7.5]}$$

La sintesi diretta ha condotto ad un regolatore $R_1(s)$ per l'anello primario del terzo ordine con un **polo nell'origine**.

Codice Matlab che implementa la progettazione dell'anello primario e calcola in maniera (semi) automatica il regolatore $R_1(s)$

```
%% CONTROLLO IN CASCATA - anello primario
```

```
close all
```

```
clc
```

```
s=tf('s');
```

```
disp('Sintesi anello primario')
```

```
tau1=2.5;
```

```
W1d=1/(tau1*s+1)^3
```

```
Bw_ext=bandwidth(W1d)
```

```
P1=10/(s+1)^3;
```

```
R1=W1d/(1-W1d)*(1/P1);
```

```
R1=minreal(R1)
```

```
%la funzione minreal non è in questo caso in grado di operare correttamente la  
%semplificazione dei poli e degli zeri coincidenti di R1  
%calcoliamo R1 in un altro modo:
```

```
R1=0.1*(s+1)^3/((tau1*s+1)^3-1)
```

```
R1 =
```

$$\frac{0.1 s^3 + 0.3 s^2 + 0.3 s + 0.1}{15.62 s^3 + 18.75 s^2 + 7.5 s}$$

```
Continuous-time transfer function.
```

Progetto del sistema di controllo **a loop singolo**

Dobbiamo determinare una FdT desiderata a ciclo chiuso tale da avere una banda passante $\omega_b^{des} = 0.2 \text{ rad/s}$

Poiché il processo $P(s)$ ha grado relativo pari a 4, dovremo scegliere una FdT desiderata $W_d(s)$ avente **grado relativo pari a 4 e guadagno statico unitario** in modo da garantire il soddisfacimento delle specifiche S1 ed S2. La FdT desiderata avrà inoltre **tutti i poli reali negativi** in modo da garantire il soddisfacimento della specifica S4

$$W_d(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^4}$$

Usiamo Matlab per determinare **per tentativi** il valore di τ tale da assegnare a $W_d(s)$ il valore desiderato ω_b^{des} per la banda passante

Si ottiene $\tau = 2.1 \text{ s}$

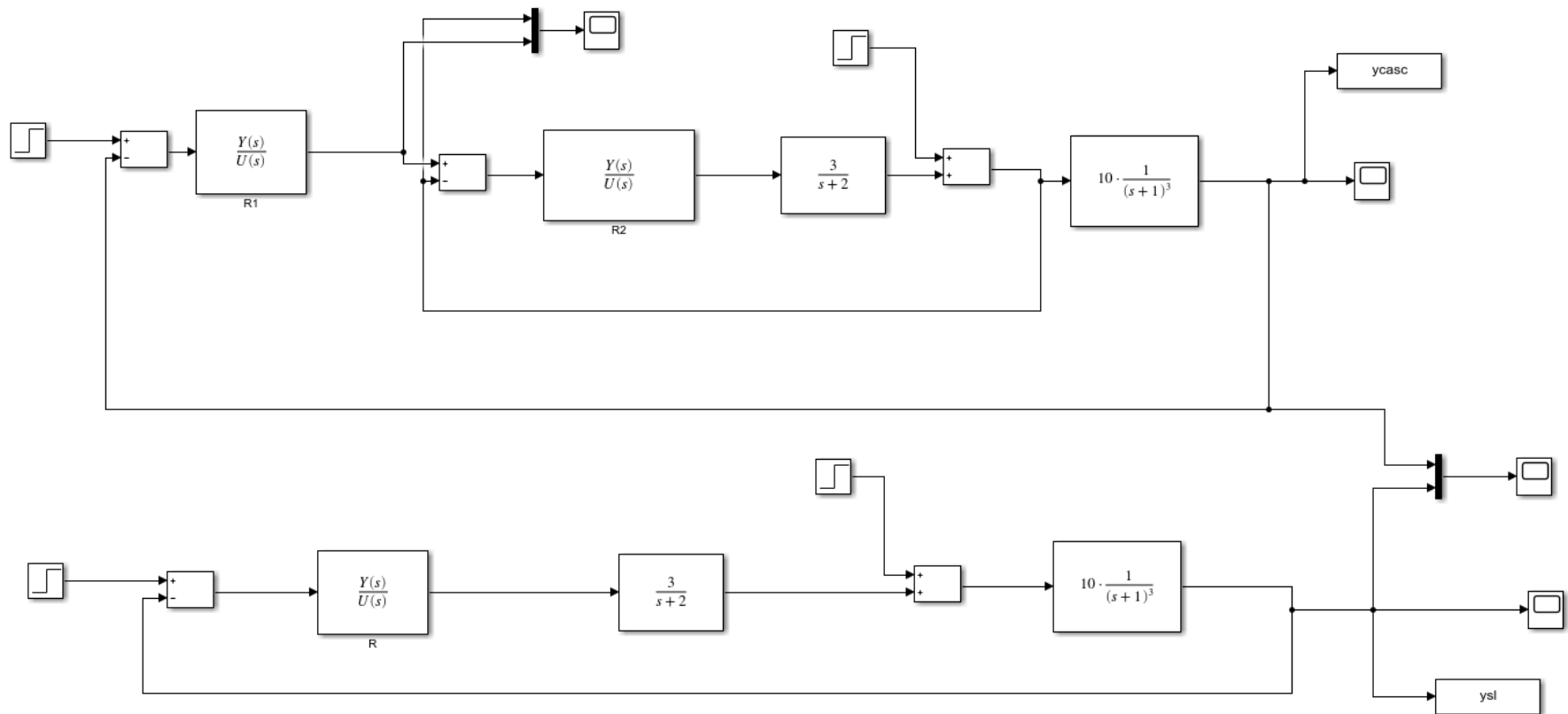
$$W_d(s) = \frac{1}{(2.1s + 1)^4}$$

$$P(s) = \frac{30}{(s + 2)(s + 1)^3}$$

Determiniamo la FdT del regolatore $R(s)$ tale da garantire che la FdT a ciclo chiuso fra il set-point e l'uscita sia effettivamente pari alla $W_d(s)$. Applicando la formula:

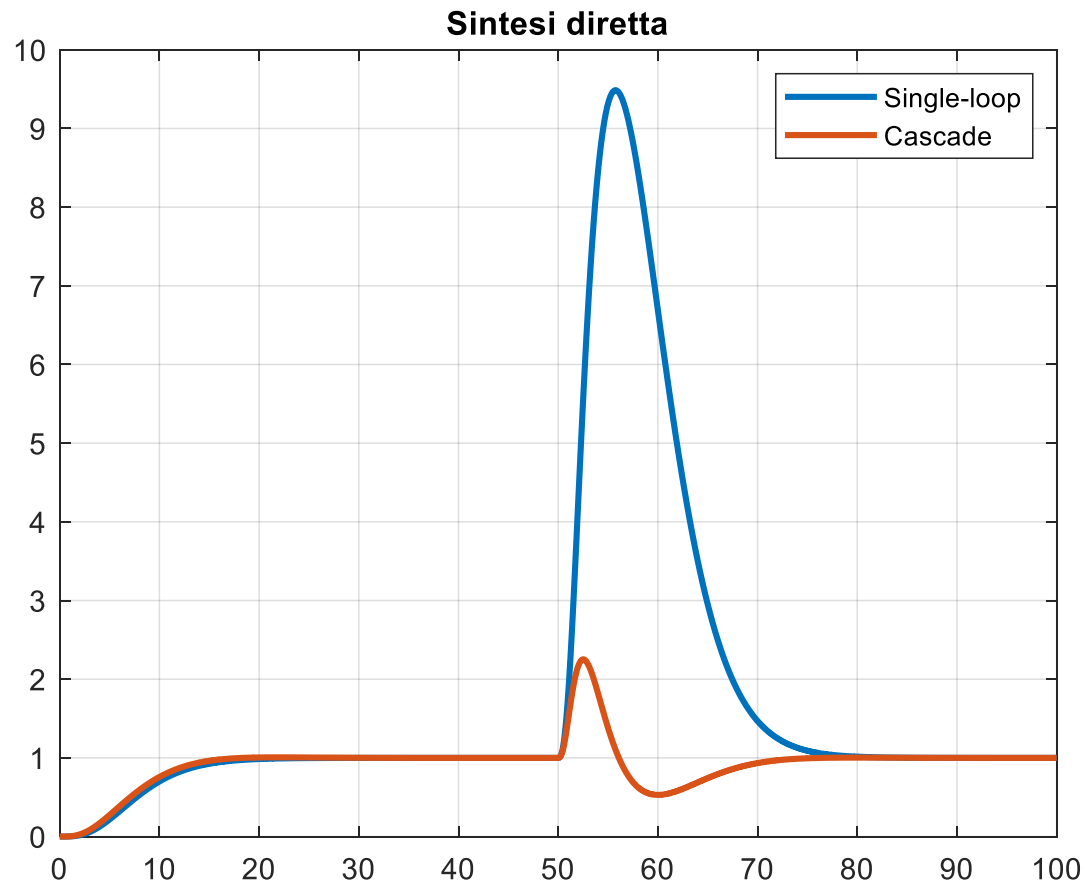
$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{W_d(s)}{1 - W_d(s)} \cdot \frac{1}{P(s)} = \frac{\frac{1}{(2.1s + 1)^4}}{1 - \frac{1}{(2.1s + 1)^4}} \cdot \frac{(s + 2)(s + 1)^3}{30} \\ &= \frac{1}{(2.1s + 1)^4 - 1} \cdot \frac{(s + 2)(s + 1)^3}{30} \\ &= \frac{s^4 + 5s^3 + 9s^2 + 7s + 2}{s[583.4s^3 + 1111s^2 + 793.8s + 252]} \end{aligned}$$

La sintesi diretta ha condotto ad un regolatore $R(s)$ del quarto ordine per l'anello primario con un polo nell'origine.



FILES: CascControlExSlides_SintesiDiretta2022.slx
 CascadeControlSlides2022_SintesiDiretta.m

Confronto prestazionale fra i sistemi di controllo a loop singolo e in cascata progettati mediante **Sintesi diretta**



Riepilogo

Il controllo in cascata risulta particolarmente utile quando il processo ha caratteristiche tali da rendere problematico il progetto di un sistema di controllo a loop singolo ad elevate prestazioni, caratteristiche quali:

Grado relativo elevato

Poli o zeri nel semipiano destro

Ritardi elevati rispetto alle costanti di tempo del sistema

Il controllo in cascata risulta inoltre particolarmente performante rispetto allo schema tradizionale ad anello singolo quando la variabile secondaria può essere scelta in modo tale che i disturbi maggiormente rilevanti e le principali non linearità agiscano sull'anello secondario

Il sensore di misura utilizzato per trasdurre la variabile secondaria deve avere banda passante commisurata a quella (elevata) dell'anello di controllo secondario. La regolazione in cascata è una funzionalità standard dei regolatori commerciali.

Applicazioni tipiche dei sistemi di controllo in cascata

Anello secondario di portata - esempi

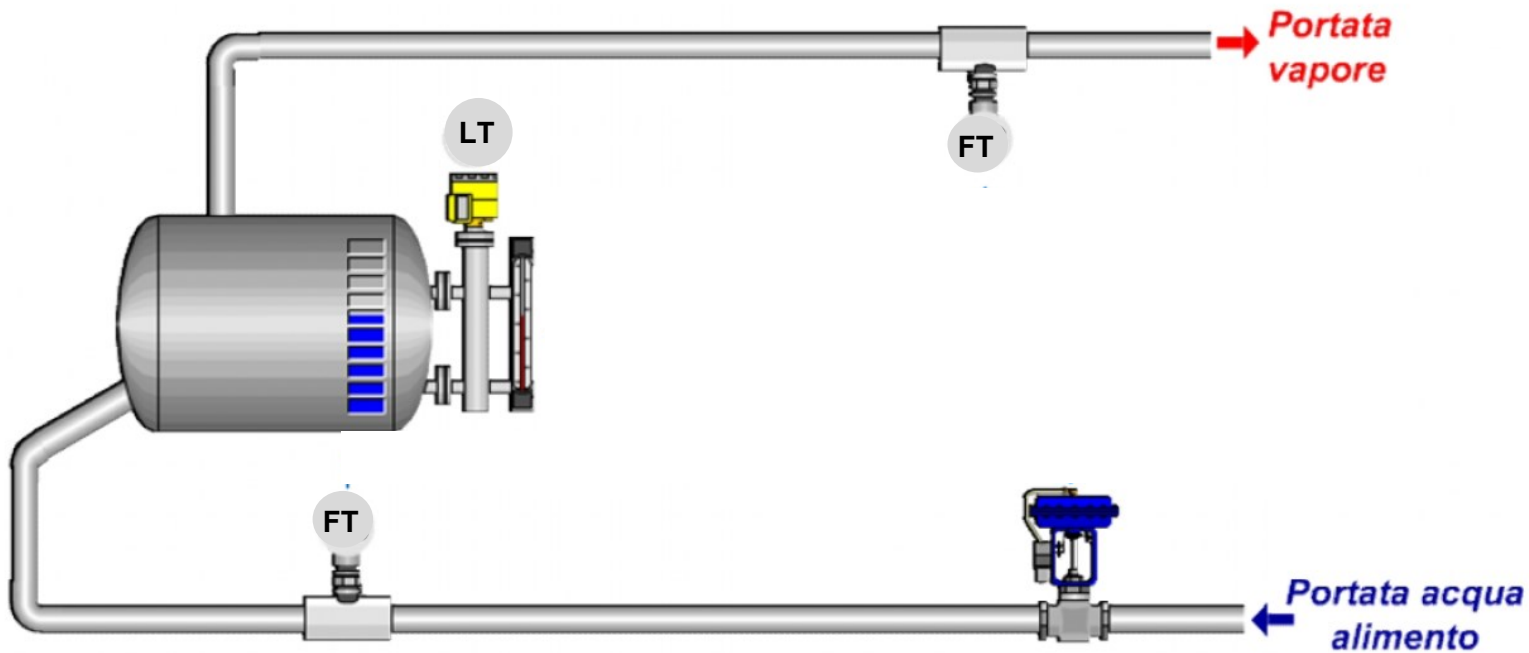
La portata di un fluido è la variabile che agisce direttamente sul livello di un serbatoio, sulla concentrazione di un prodotto chimico, sulla temperatura di uscita di uno scambiatore di calore o di un impianto solare termodinamico (il problema della regolazione di quest'ultima tipologia di processi sarà approfondita nel seguito) ed in molti altri ambiti ancora.

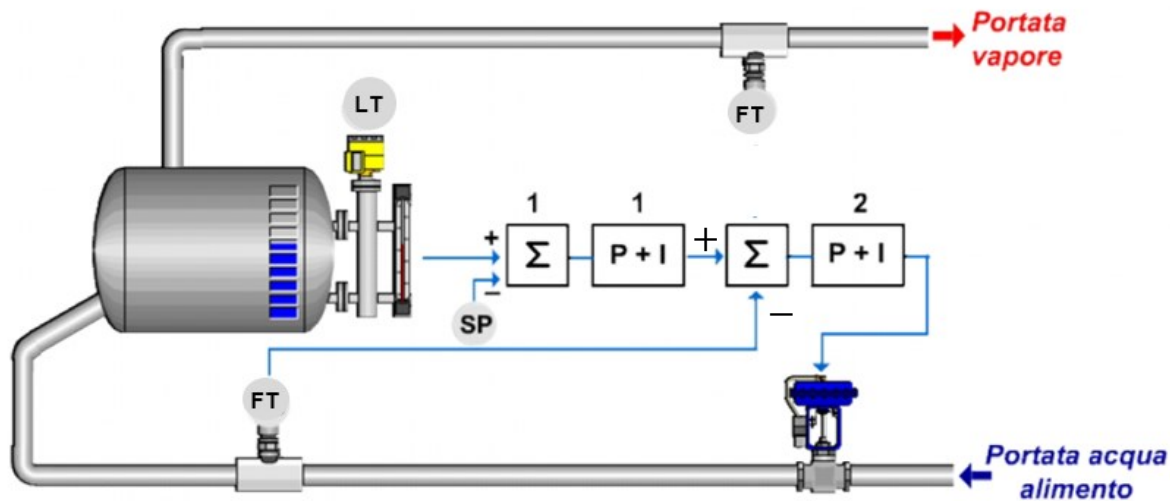
Essa però non è mai una variabile direttamente manipolabile, essendo modulata con l'ausilio di servovalvole e/o pompe/compressori.

E' molto frequente pertanto la realizzazione di regolazioni di livello, concentrazione, pressione, temperatura impiegando sistemi di controllo in cascata con anello secondario di portata, che può essere realizzato ad elevata banda passante.

Nel controllo di **caldaie** (generatori di vapore) di medie e grandi dimensioni ci sono diverse regolazioni che vengono implementate mediante controllo in cascata con anello secondario di portata

Regolazione del **livello** nel corpo cilindrico della caldaia





Tale regolazione si implementa mediante un **sistema di controllo in cascata** con **anello primario di livello** ed **anello secondario di portata dell'acqua di alimento**.

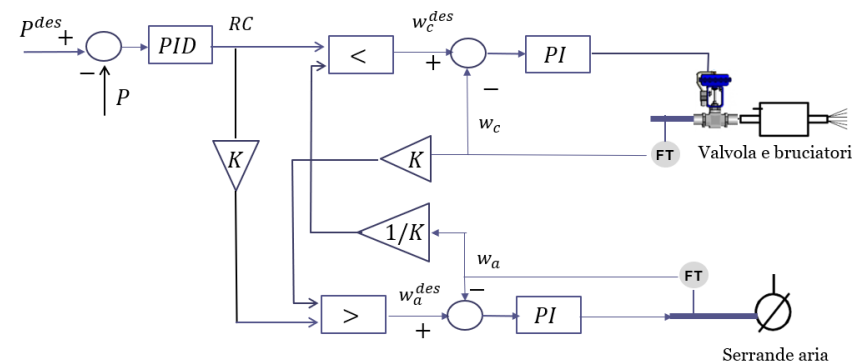
In realtà la regolazione si implementa in maniera ancora più sofisticata, mediante uno schema che viene detto «**regolazione a tre elementi**» in cui viene retroazionata anche la portata del vapore. Tale schema prevede l'impiego congiunto del controllo in cascata e di una ulteriore architettura che vedremo più avanti denominata «**compensazione dei disturbi misurabili**». Quando sarà stata introdotta tale architettura vedremo in maggiore dettaglio la regolazione a tre elementi del livello dell'acqua nel corpo cilindrico di una caldaia.

- Regolazione di **pressione** nel corpo cilindrico della caldaia

Tale regolazione si inquadra all'interno di una complessa architettura di **controllo della combustione** finalizzata al mantenimento di un corretto rapporto aria/combustibile. Tale regolazione avviene modulando congiuntamente la portata del combustibile e la portata dell'aria (quest'ultima viene variata agendo sulle serrande aria del ventilatore premente posto all'inizio del circuito aria fumi)

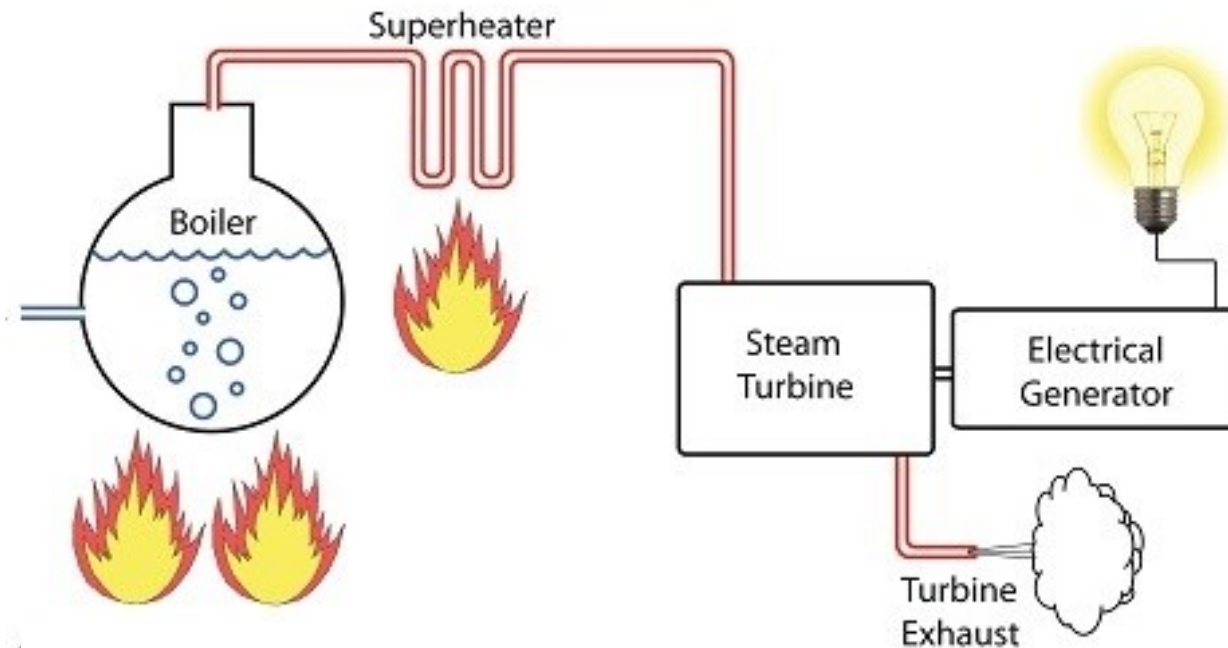
Il relativo sistema di controllo prevede un anello primario di pressione e **due anelli secondari di portata**, uno sulla portata del combustibile ed uno sulla portata dell'aria.

Tali anelli secondari risultano essere fra loro **accoppiati** secondo uno schema complessivo che prevede l'impiego di due architetture avanzate che non abbiamo ancora introdotto: il **controllo di rapporto** (ratio control) ed il **controllo con selettore** (override control). Vedremo in maggiore dettaglio tale schema di controllo un pò più avanti, a valle della descrizione delle architetture «ratio control» ed «override control».

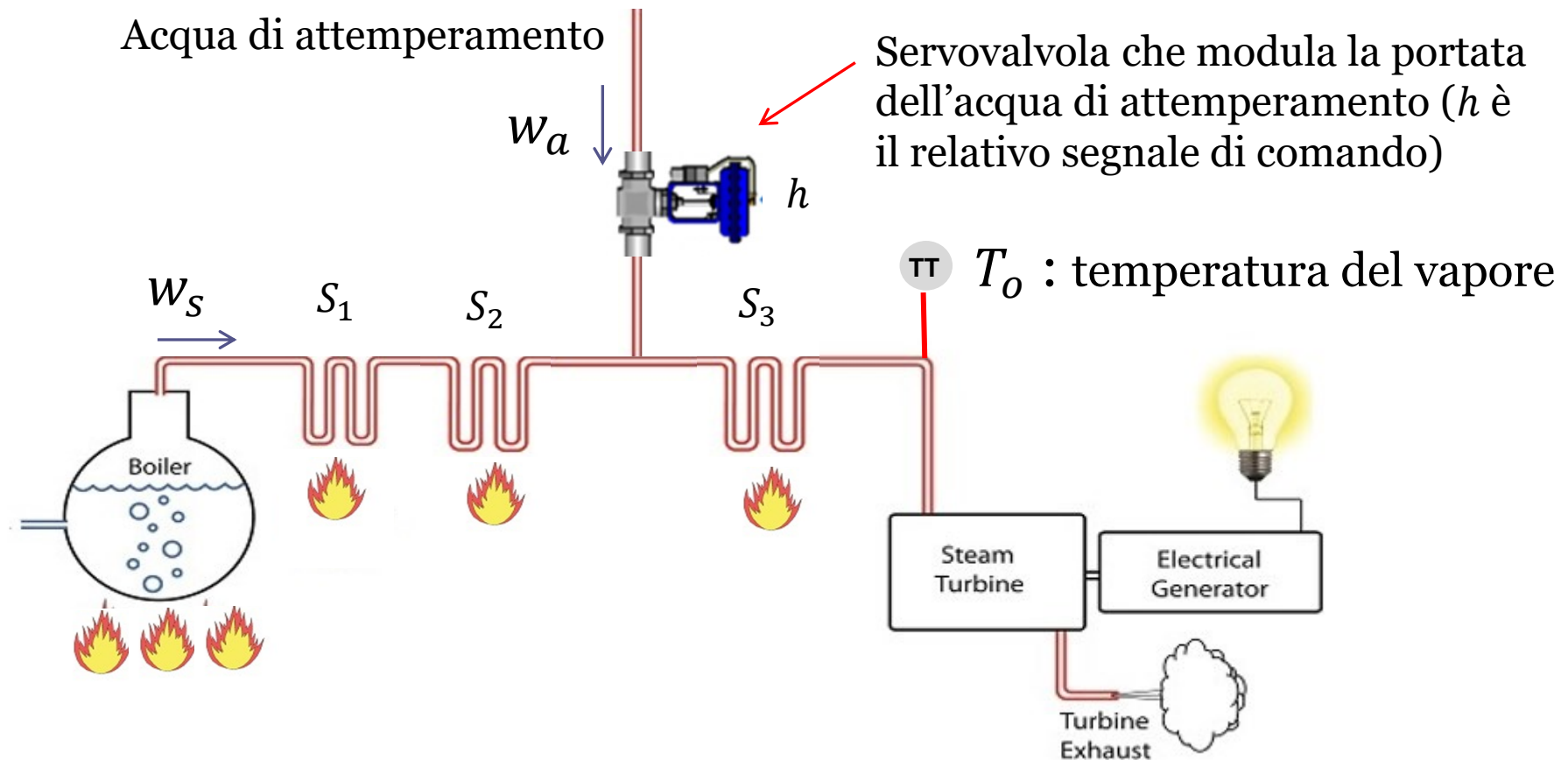


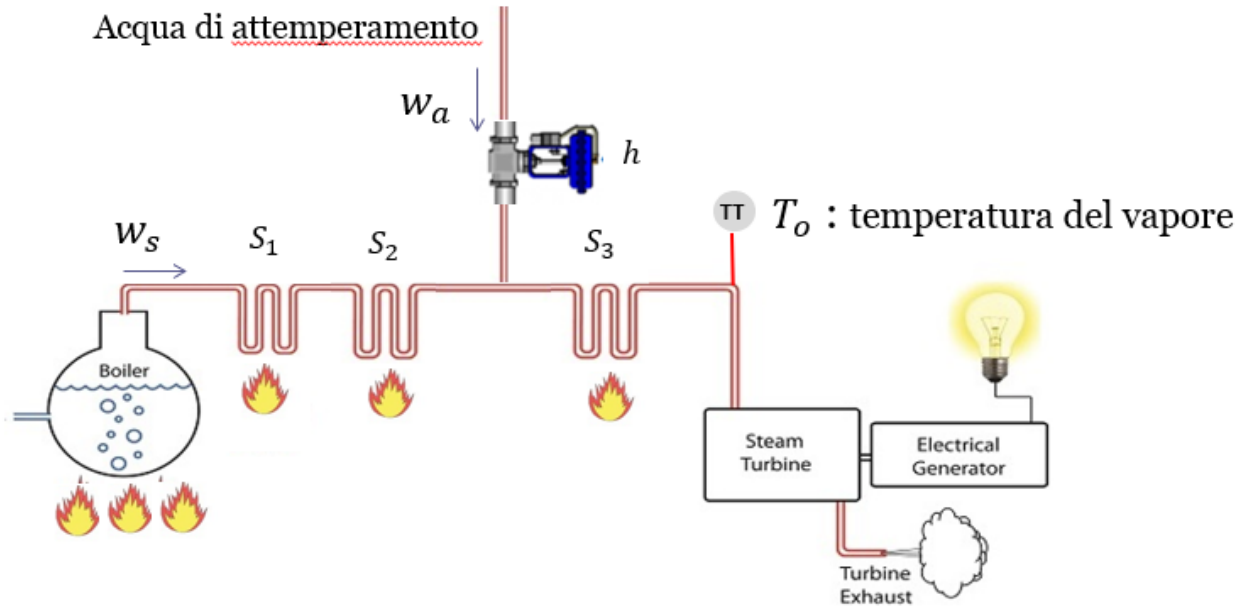
- Regolazione di **temperatura** del vapore surriscaldato

Negli impianti di produzione di energia elettrica con turbine a vapore, il vapore estratto dalla caldaia viene successivamente fatto transitare attraverso uno scambiatore di calore a più stadi (surriscaldatore, super-heater) mediante il quale sfruttando la potenza termica residua presente nei fumi di scarico viene surriscaldato fino al valore di temperatura prevista per l'immissione del vapore in turbina.



La regolazione fine della temperatura del vapore surriscaldato si effettua iniettando nella corrente del vapore una portata di acqua, detta **acqua di attemperamento** che vaporizzando a contatto del vapore lo «attempera» cioè ne riduce la temperatura. Portate anche molto ridotte di acqua di attemperamento sono sufficienti a ridurre la temperatura del vapore di alcune decine di gradi. Variando quindi la portata w_a **si riesce ad operare una efficace regolazione della temperatura T_o del vapore all'uscita del terzo stadio surriscaldatore.**



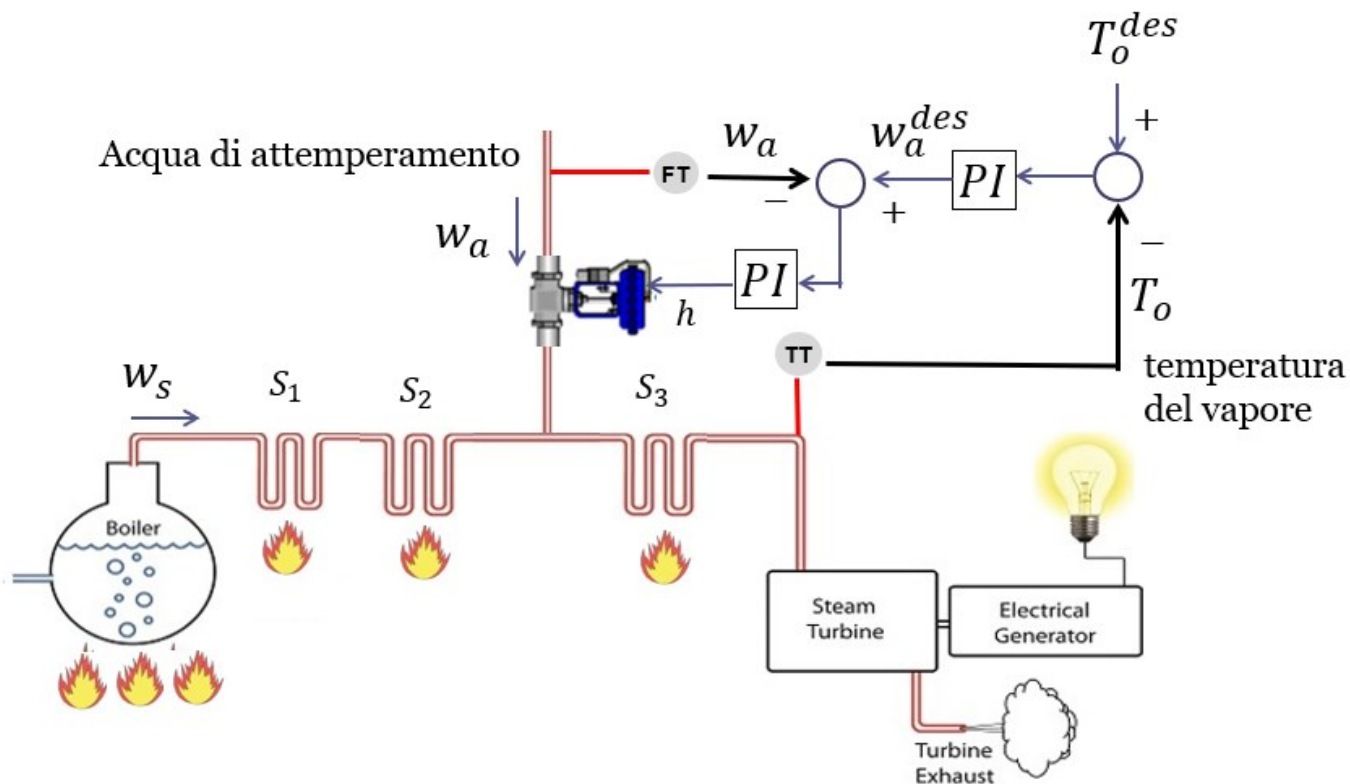


L'acqua di attemperamento non può essere iniettata nella corrente del vapore all'ingresso della turbina. Essa deve essere miscelata alla corrente del vapore all'ingresso dell'ultimo stadio di surriscaldamento affinché sia garantita la sua completa evaporazione prima dell'immissione in turbina. La presenza di gocce danneggerebbe infatti rapidamente le pale della turbina.

Per effetto di ciò, il legame fra il segnale di comando h della valvola e la temperatura T_o del vapore all'ingresso della turbina presenta dinamiche significative, un elevato ritardo, ed una forte variabilità dei parametri in dipendenza del punto di lavoro (il valore della portata del vapore influenza in modo significativo sia il guadagno che il valore del ritardo)

La regolazione della temperatura T_o mediante un sistema di controllo a loop singolo non è pertanto in grado di garantire prestazioni dinamiche soddisfacenti ed una efficace reiezione dei disturbi e delle non linearità

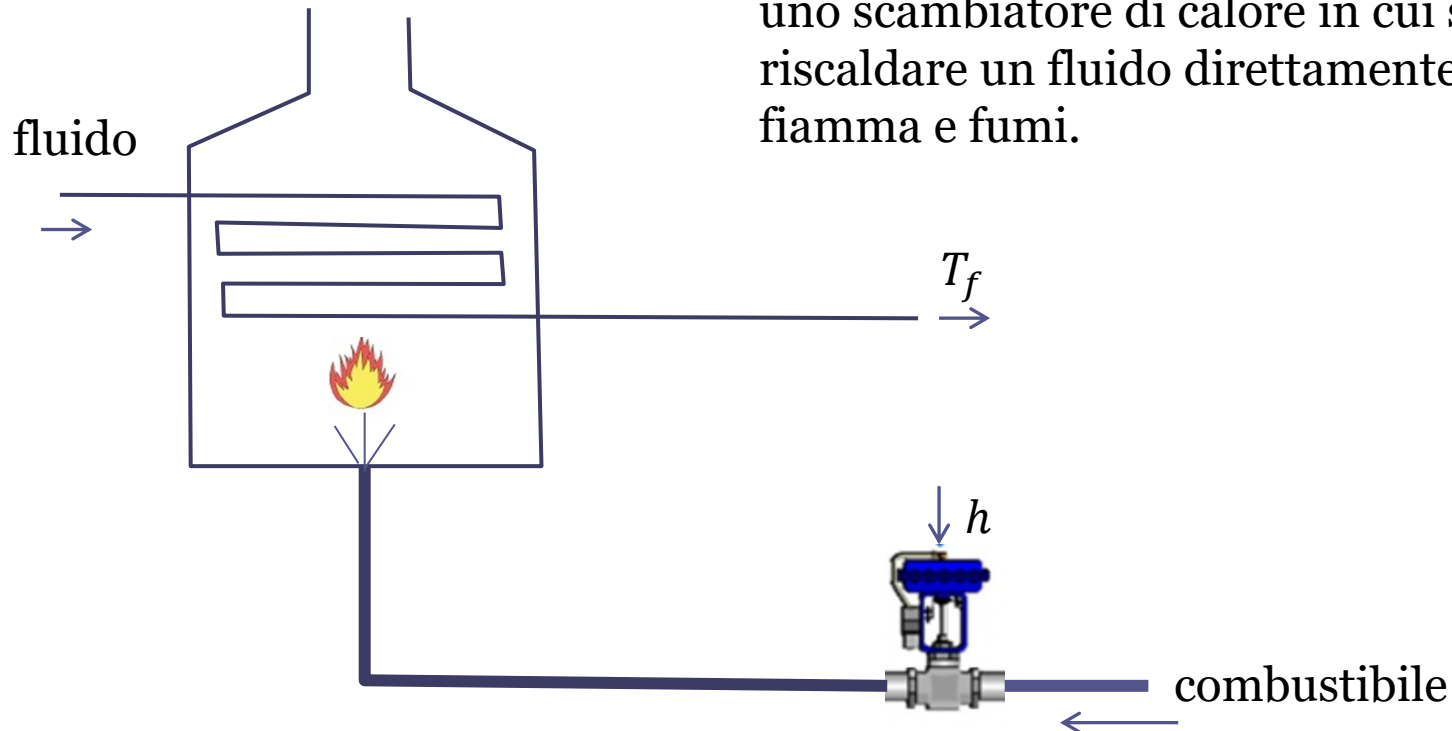
Si fa uso di un sistema di controllo in cascata con anello primario di temperatura ed anello secondario di portata di acqua di attemperamento



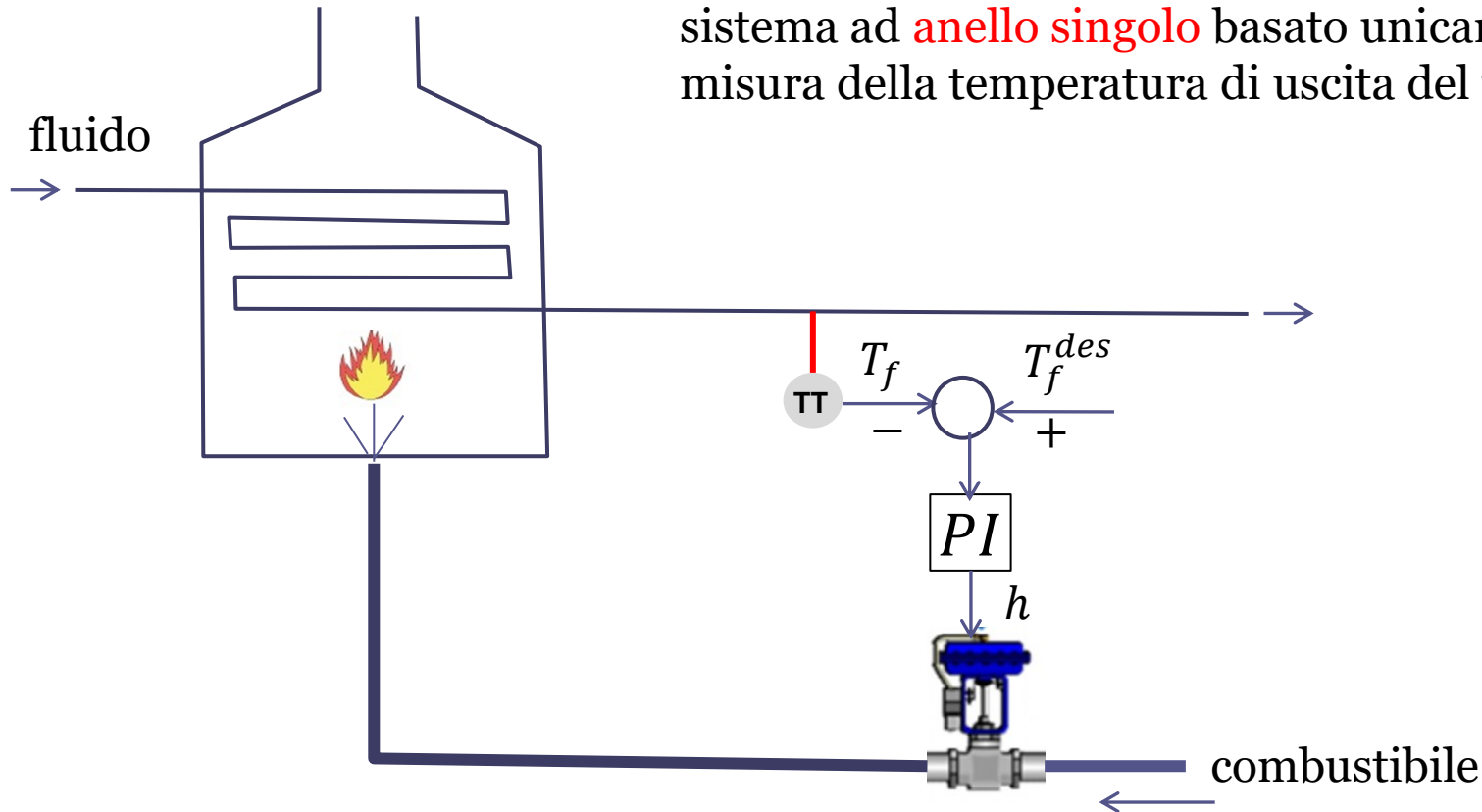
Scelta della variabile ausiliaria

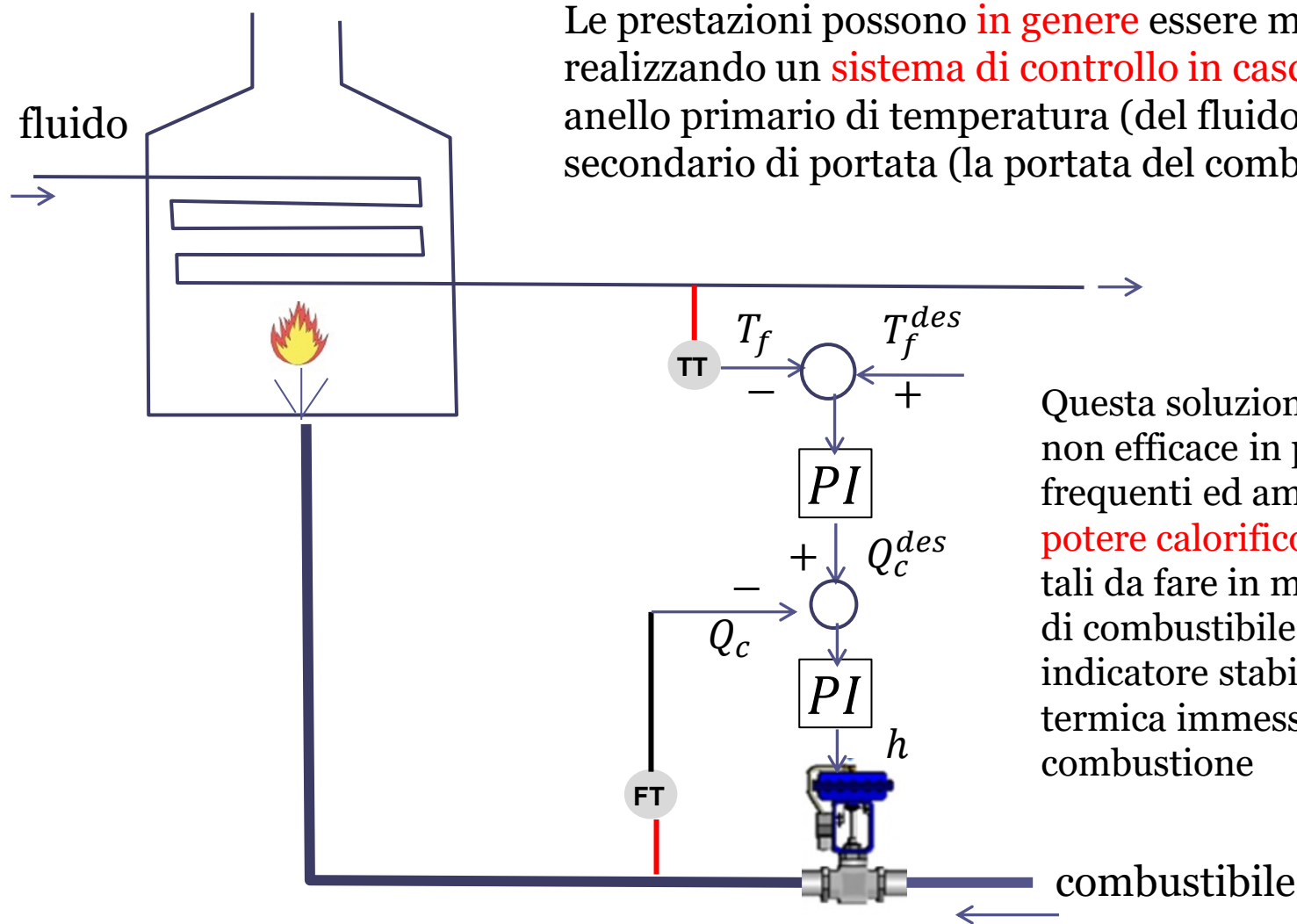
Non è sempre evidente quale sia la variabile ausiliaria più indicata per l'implementazione di un sistema di controllo in cascata.

Un esempio illustrativo di tale problematica è uno scambiatore di calore in cui si desidera riscaldare un fluido direttamente investito da fiamma e fumi.



La prima e più banale configurazione che si potrebbe ipotizzare per il relativo sistema di controllo è un sistema ad **anello singolo** basato unicamente sulla misura della temperatura di uscita del fluido





Le prestazioni possono **in genere** essere migliorate realizzando un **sistema di controllo in cascata** con anello primario di temperatura (del fluido) ed anello secondario di portata (la portata del combustibile)

Questa soluzione potrebbe risultare non efficace in presenza di frequenti ed ampie **variazioni del potere calorifico del combustibile**, tali da fare in modo che la portata di combustibile non sia più un indicatore stabile della potenza termica immessa in camera di combustione

