TD 1 Mathématiques Terminale D **PrepaReussite**

Exercice 1 :

1. a. Déterminer le nombre complexe a tel que : a(1+i) = 1+3i, puis calcule ia^2.

b. Montrer que l'équation $Z^2 - (1+3i)Z - 4 + 3i = 0$, Z ϵ ℂ a pour solutions a et ia.

2. Dans le plan complexe rapporter au repère orthonormal direct $(O;\ \vec{u}, \vec{v}\ )$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points A et B d'affixes respectives

a = 2+i et b = -1+2i.

a. Placer A et B dans le repère.

b. Vérifier que b = ia et en déduire la nature exacte du triangle OAB.

3. Soit C le point d'affixe c = 1+$\frac{1}{2}$i.

a. Déterminer l'affixe d du point D tel que le triangle OCD soit isocèle et tel que

Mes $(\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD})$ = π/2

b. On note J, K, L et M les milieux respectifs de [AB], [DA], [CD] et [BC].

Déterminer la nature exacte du quadrilatère JKLM et Justifier la réponse.

Exercice 2 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\ \vec{u}, \vec{v}\ )$

Partie A

1. Soient z et z' deux nombres complexes. Compléter les propriétés sur les modules et arguments suivantes :

a. $|z^n\ |$ = ... ; b. Si z' non nul, alors $|\frac{z}{z'}|$ = ... ;

c. arg (z^n) = ..., n un entier naturel ; d. Si z' non nul, alors arg $(\frac{z}{z'})$ =... ;

2. Soient A, B, C et D des points du plan deux `a deux distincts, d'affixes respectives z_a, z_b, $z_c$et z_d. Donner l'interprétation géométrique de :

a. $|z_b - z_a\ |$; b. arg $(\frac{z_d - z_c}{z_b - z_c})$.

3. Rappeler la formule de Moivre.

Partie B

Soit s une transformation du plan qui a tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que z' = a^3z + a^2 , où a ∈ ℂ.

1. On donne a = $\frac{1}{2}$+ i$\frac{\sqrt{3}}{2}$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de s.

2. Déterminer les nombres complexes a pour lesquels :

a. s est une translation.

b. s est une rotation d'angle 3π/2.

c. s est une homothétie de rapport −8.

EXERCICE 3 :

Partie A :

Pour tout complexe z on note $f(z) = z^5 + 2z^4 + 2z^3 - z^2 - 2z - 2$.

1) Déterminer le polynôme Q tel que, quel que soit $z \in \mathbb{C}$, $f(z) = (z^3 - 1)Q(z)$.

2) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : f(z) = 0.

3) Ecrire les solutions de (E) sous forme trigonométrique puis les représenter dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Partie B :

Considérons les points A, B, C et D du plan P tels que : $A = (-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$, $B\ (-1 + i)$, $C\ (-1 - i)$ et $D\ (-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}.)$.

1) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$

2) Soit r la rotation de centre le point Ω d'affixe 1 qui transforme A en D. Déterminer l'écriture complexe de r.

3) Quelle est la nature du triangle ΩAD?

4) Déterminer l'affixe du centre du cercle circonscrit au triangle ΩAD.

5) On pose $un = {z_a}^n$, $n \in \mathbb{N}*$ où z_a est l'affixe du point A. Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle un est un réel.

6) Donner la forme algébrique de u2019.