

Metody Obliczeniowe Fizyki i Techniki

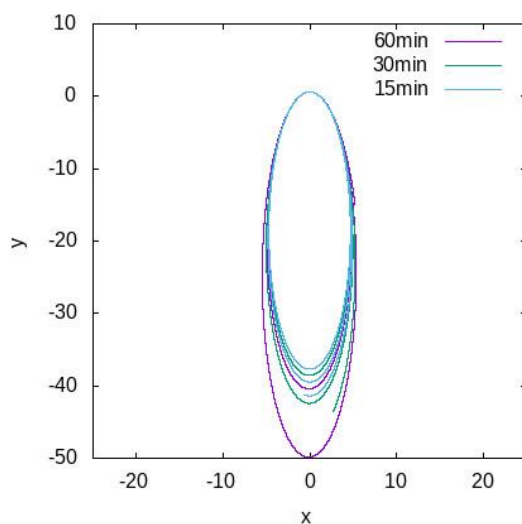
Projekt 2: Rozwiązywanie równań dynamiki Newtona z automatyczną kontrolą błędu i dobozem kroku czasowego

Karol Fułat

Dla wszystkich rysunków x , y , r są podane w jednostkach jednej jednostki astronomicznej, t oraz dt w dniach.

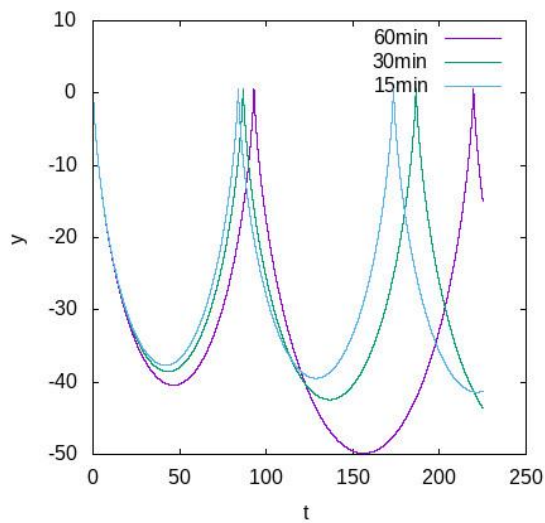
1. Jawny schemat Eulera.

Symulację wykonano dla 3 obrotów komety Halleya wokół Słońca ($T = 75$ lat). Na rysunku 1 przedstawiono trajektorię komety $y(x)$ dla trzech różnych kroków czasowych: $dt = 60, 30, 15$ minut.



Rysunek 1. Trajektoria komety dla różnych kroków czasowych, obliczona za pomocą jawnego schematu Eulera.

Rysunek drugi przedstawia zależność $y(t)$ przy tych samych krokach czasowych.

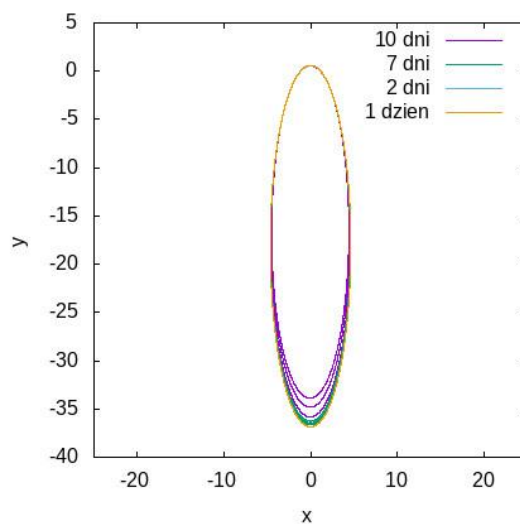


Rysunek 2. Zależność $y(t)$ dla różnych kroków czasowych, obliczona za pomocą jawnego schematu Eulera.

Z powyższych rysunków widać, że metoda Eulera obarczona jest dużymi błędami, które rosną dla coraz większych kroków czasowych.

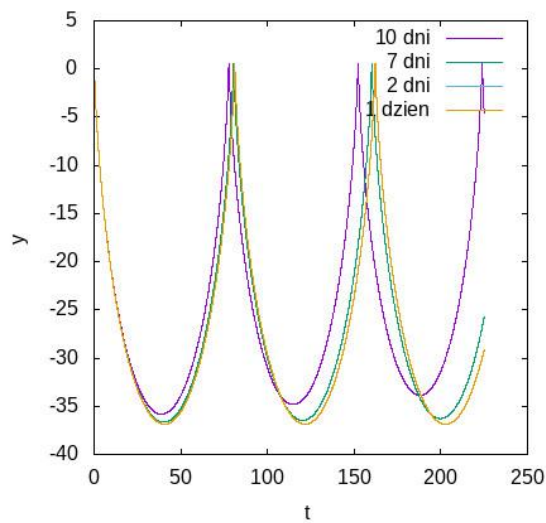
2. Metoda RK4.

W tym punkcie powtórzono symulację z poprzedniego punktu wykorzystując metodę RK4. Rysunek 3 przedstawia trajektorię komety dla różnych kroków czasowych: $dt = 1, 2, 7, 10$ dni.



Rysunek 3. Trajektoria komety dla różnych kroków czasowych, obliczona za pomocą metody RK4.

Na rysunku 4 przedstawiono wykres $y(t)$ dla różnych kroków czasowych.

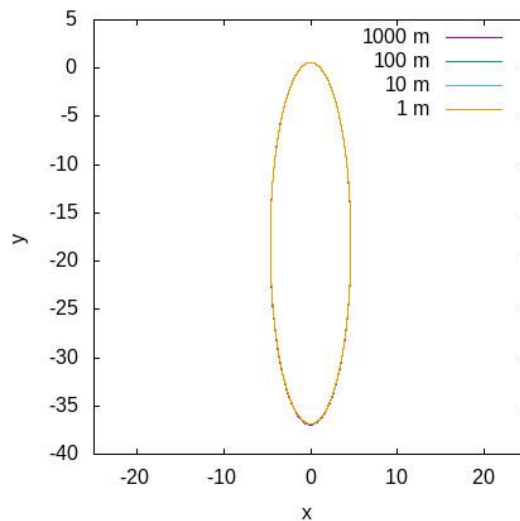


Rysunek 4. Zależność $y(t)$ dla różnych kroków czasowych, obliczona za pomocą metody RK4.

Na powyższych rysunkach widać większą dokładność metody RK4 niż jawnego schematu Eulera. Kroki czasowe są dużo większe, dają one dokładniejsze wyniki. Przy kroku czasowym $dt = 10$ dni widać, że metoda RK4 uzyskuje niedokładne rezultaty.

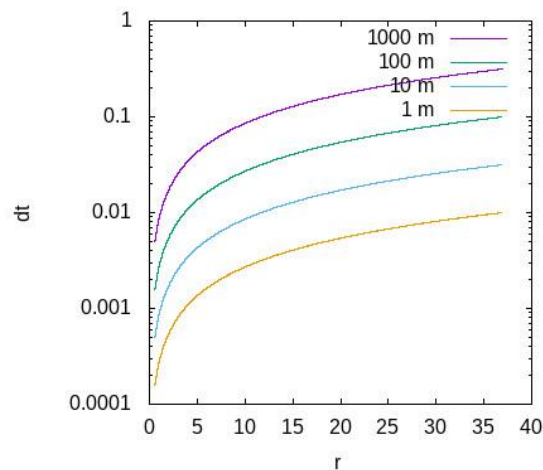
3. Metoda Eulera z automatycznym doбором kroku czasowego.

Zaimplementowano automatyczny dobór kroku czasowego do schematu Eulera. Rysunek 5 przedstawia trajektorię komety dla tolerancji kroku 1000, 100, 10, 1 metr.



Rysunek 5. Trajektoria komety dla różnych wartości tolerancji błęd, obliczona za pomocą jawnego schematu Eulera z automatycznym doбором kroku czasowego.

Na rysunku 6 przedstawiono wykres wartości kroku czasowego od odległości komety od Słońca. Oś rzędnych jest w skali logarytmicznej.

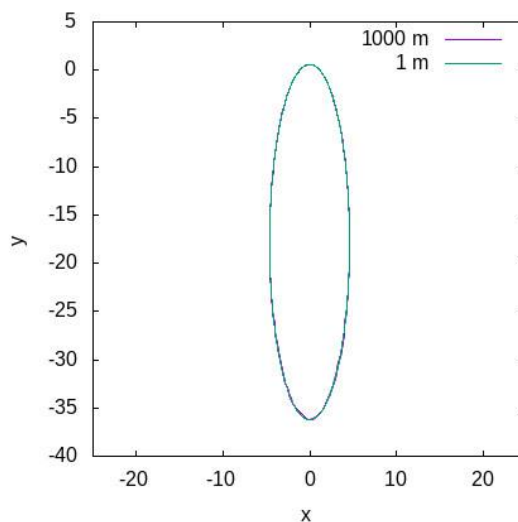


Rysunek 6. Zależność kroku czasowego dt od odległości od Słońca r dla różnych tolerancji błęd dla schematu Eulera z automatycznym doбором kroku czasowego.

Implementacja automatycznego doboru kroku czasowego w metodzie Eulera powoduje wzrost dokładności. Krok czasowy jest tym większy im większa jest odległość od Słońca.

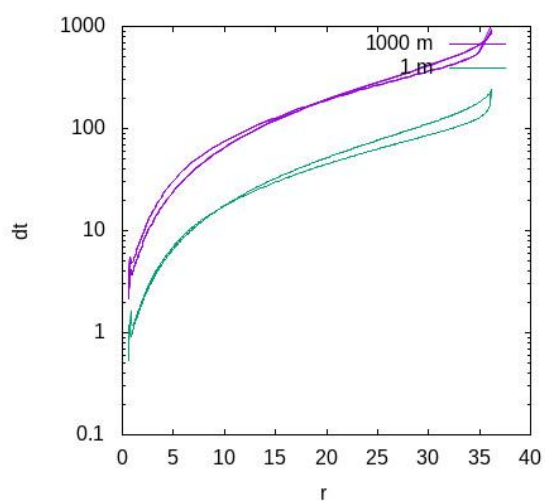
4. Metoda RK4 z automatycznym doбором kroku czasowego.

Automatyczny dobór kroku czasowego dla metody RK4 symulowano dla tolerancji 1000 metrów i 1 metr. Rysunek 7 przedstawia trajektorię komety.



Rysunek 7. Trajektorja komety dla różnych wartości tolerancji błęd, obliczona za pomocą metody RK4 z automatycznym doбором kroku czasowego.

Na rysunku 8 przedstawiono wykres wartości kroku czasowego od odległości komety od Słońca. Oś rzędnych jest w skali logarytmicznej.



Rysunek 8. Zależność kroku czasowego dt od odległości od Słońca r dla różnych tolerancji błęd dla metody RK4 z automatycznym doбором kroku czasowego.

Z powyższych rysunków widać, że dla dużej tolerancji błęd uzyskujemy większe wartości kroków czasowych. Metoda ta daje poprawne wyniki, a program wykonuje się w krótkim czasie.