Par Bou Orm Khodor, Delamotte Hippolyte, Rappaport Thomas, et Mateos Esteban

ARE 2019

SORBONNE UNIVERSITÉ
CRÉATEURS DE FUTURS DEPUIS 1257

Dynamiques de populations et modèles proies-prédateurs

Introduction

- Notre modèle paramétré de la dynamique des populations de proies prédateurs:

  Des individus qui évoluent selon leur âge, leur faim et l'espace où ils évoluent (Modèle simplifié de la réalité)

- Le modèle de Lotka Volterra:

$$\begin{cases} N(0) = N_0 \quad P(0) = P_0 \\ \dfrac{dN}{dt} = aN - bNP \\ \dfrac{dP}{dt} = -cP + dNP \end{cases}$$

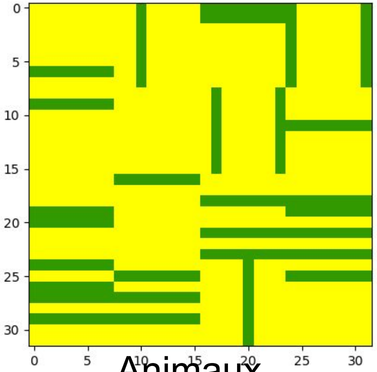
Problématique

1. Quels paramètres sont les plus impactant quand à l’évolution d’une population?
2. De simples équations sont elle suffisantes pour décrir la réalité?
3. Les comportements individuels aboutissent ils à des comportements généraux de groupe (cf, Game of life)?
4. Les paramètres généraux d'âge, de faim et de sexe sont ils trop réducteurs ou sont ils suffisants pour un modèle réaliste?
5. Quelles sont les différences entre nos deux modèles

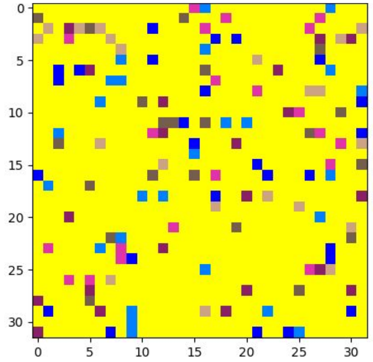
Premier modèle

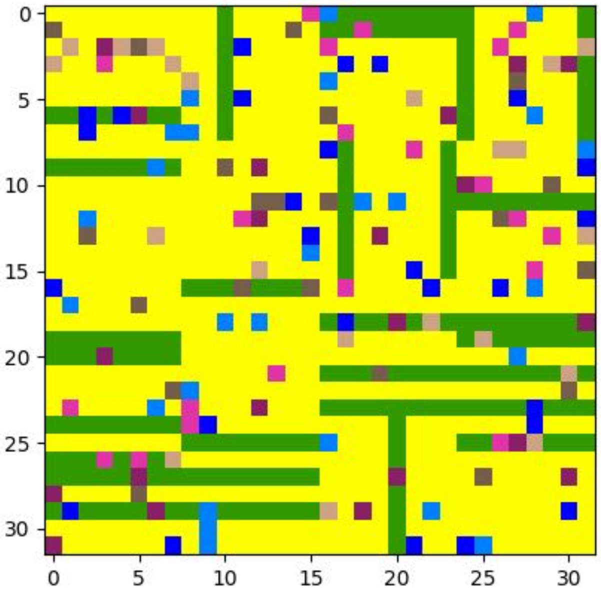
Légende :
Bleu = Prédateur “ultime”
Violet = Prédateur intermédiaire
Marron = Proies

Plantes



Animaux



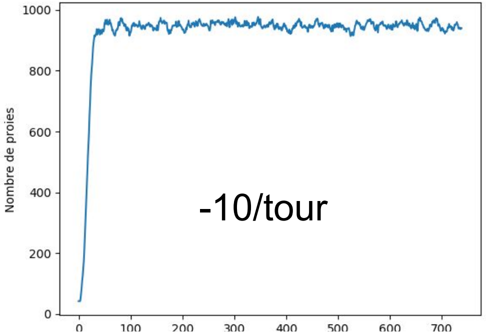


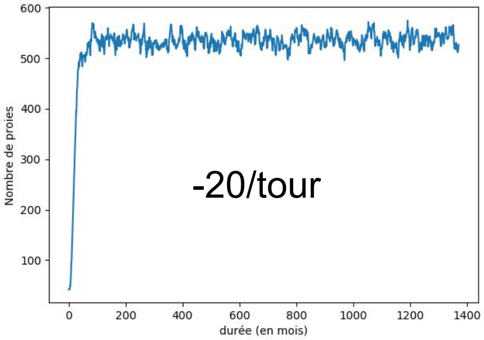
Résultat

Les paramètres et leur importance

La dimension du terrain
L'âge maximal
La faim
Le temps de gestation
Le périmètre de vision
Âge de maturité sexuelle
Perte d'énergie unité de temps
Nombre d'individus initial
La probabilité de la végétation sur le terrain

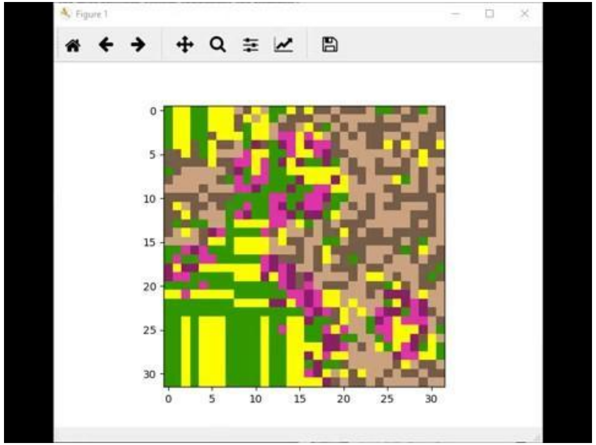
Exemple : Modification du paramètre de perte d'énergie



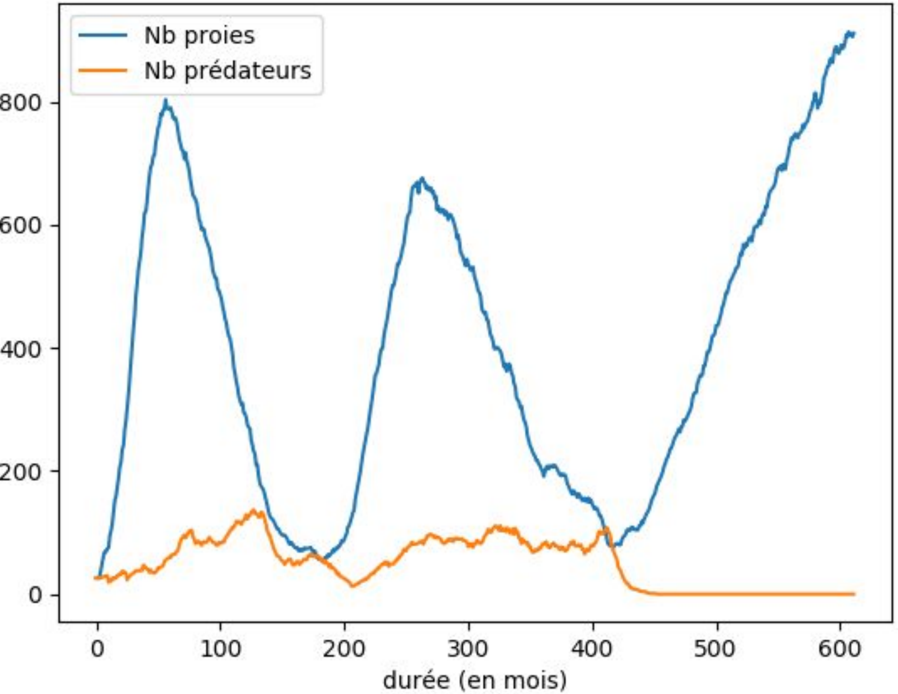


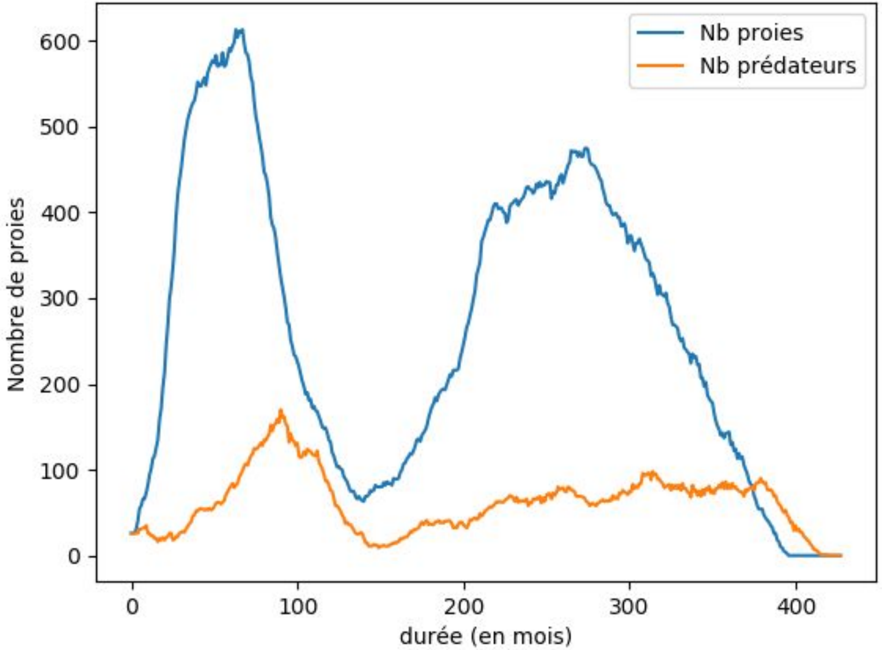
Résultats du premier modèle

Avec les mêmes paramètres à chaque fois :

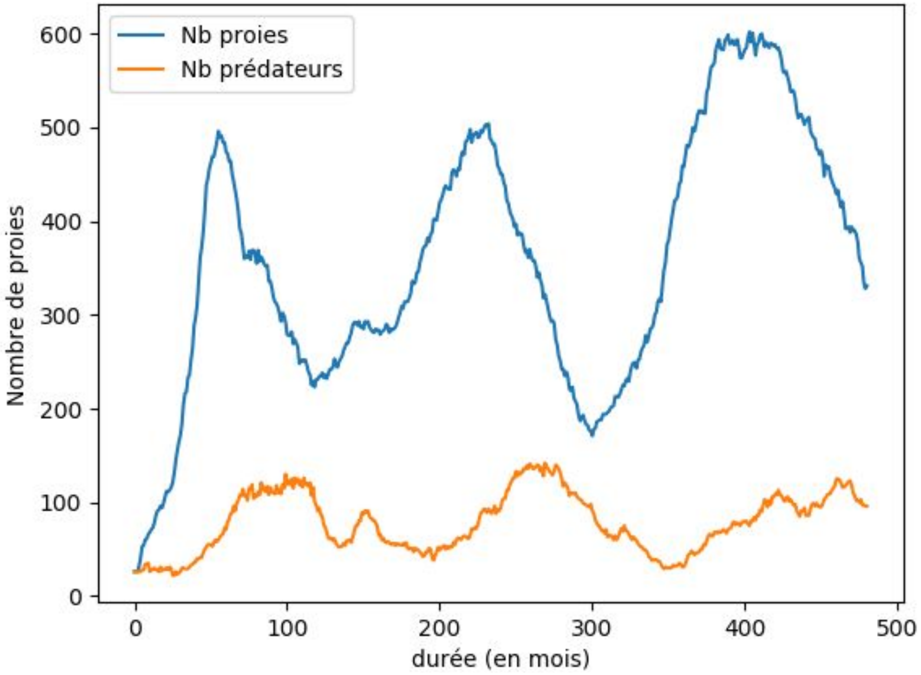


Survie des proies/Victoire des prédateurs



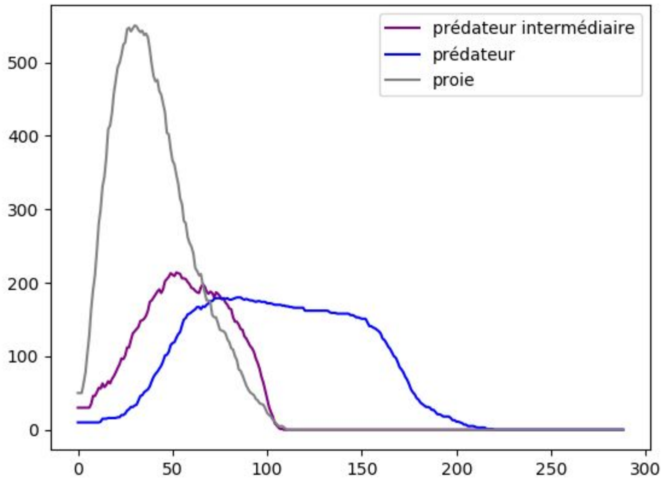


A l’équilibre

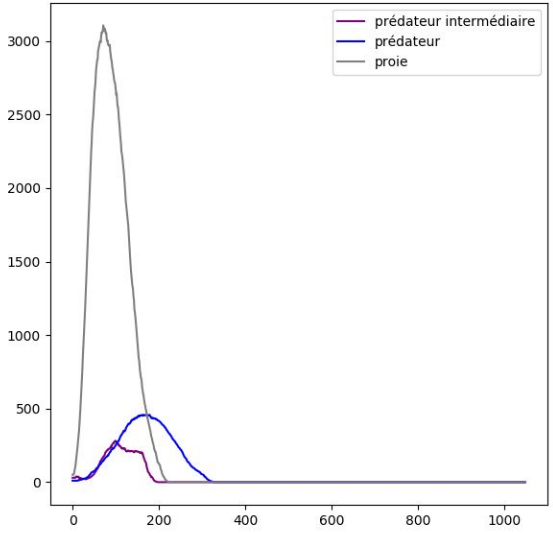


Problème à partir de 3 espèces :

Prédateur “ultime” gagne très fréquemment
Cependant, équilibre instable presque trouvable :



Terrain 32x32

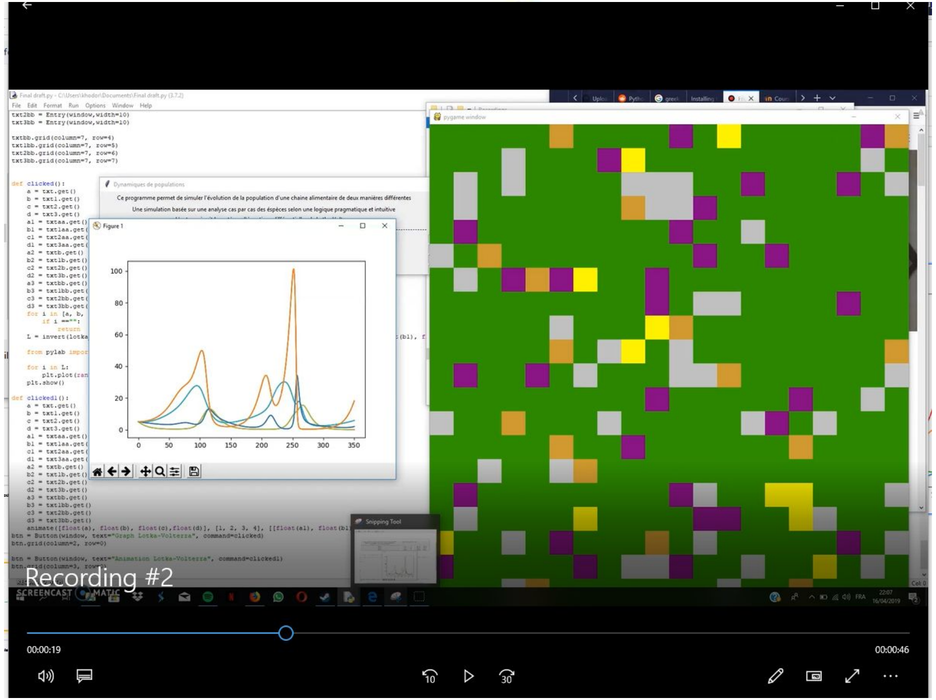


Terrain 64x64

Deuxième modèle

$$\begin{cases} N(0) = N_0 \quad P(0) = P_0 \\ \dfrac{dN}{dt} = aN - bNP \\ \dfrac{dP}{dt} = -cP + dNP \end{cases}$$

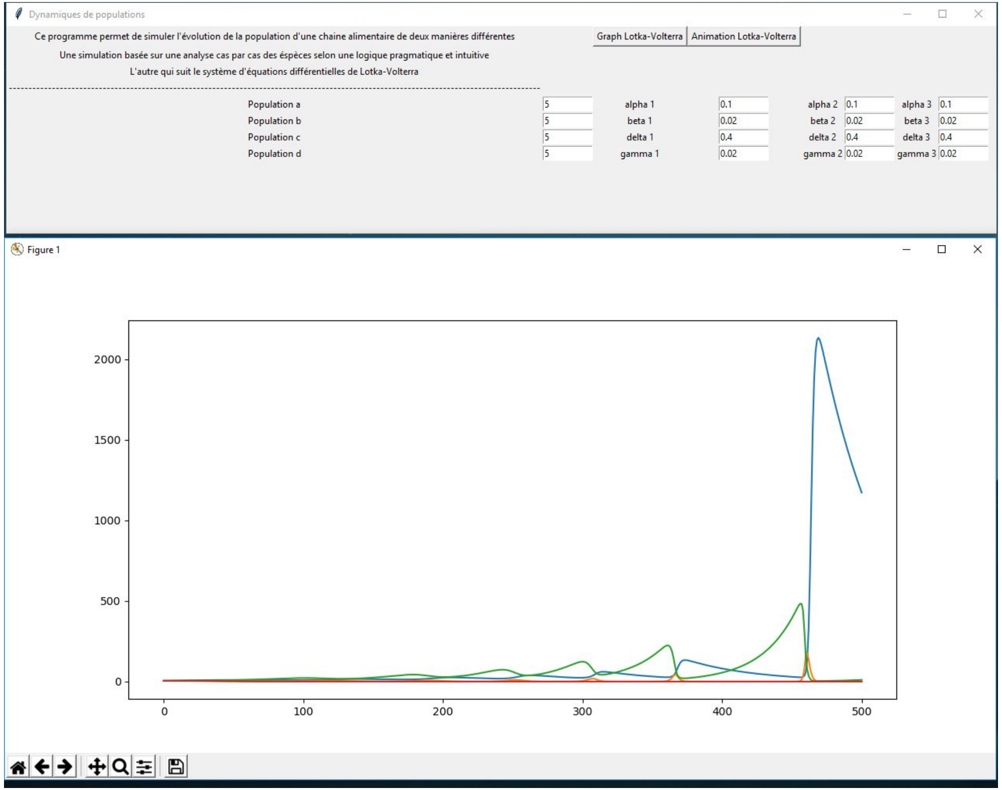
python

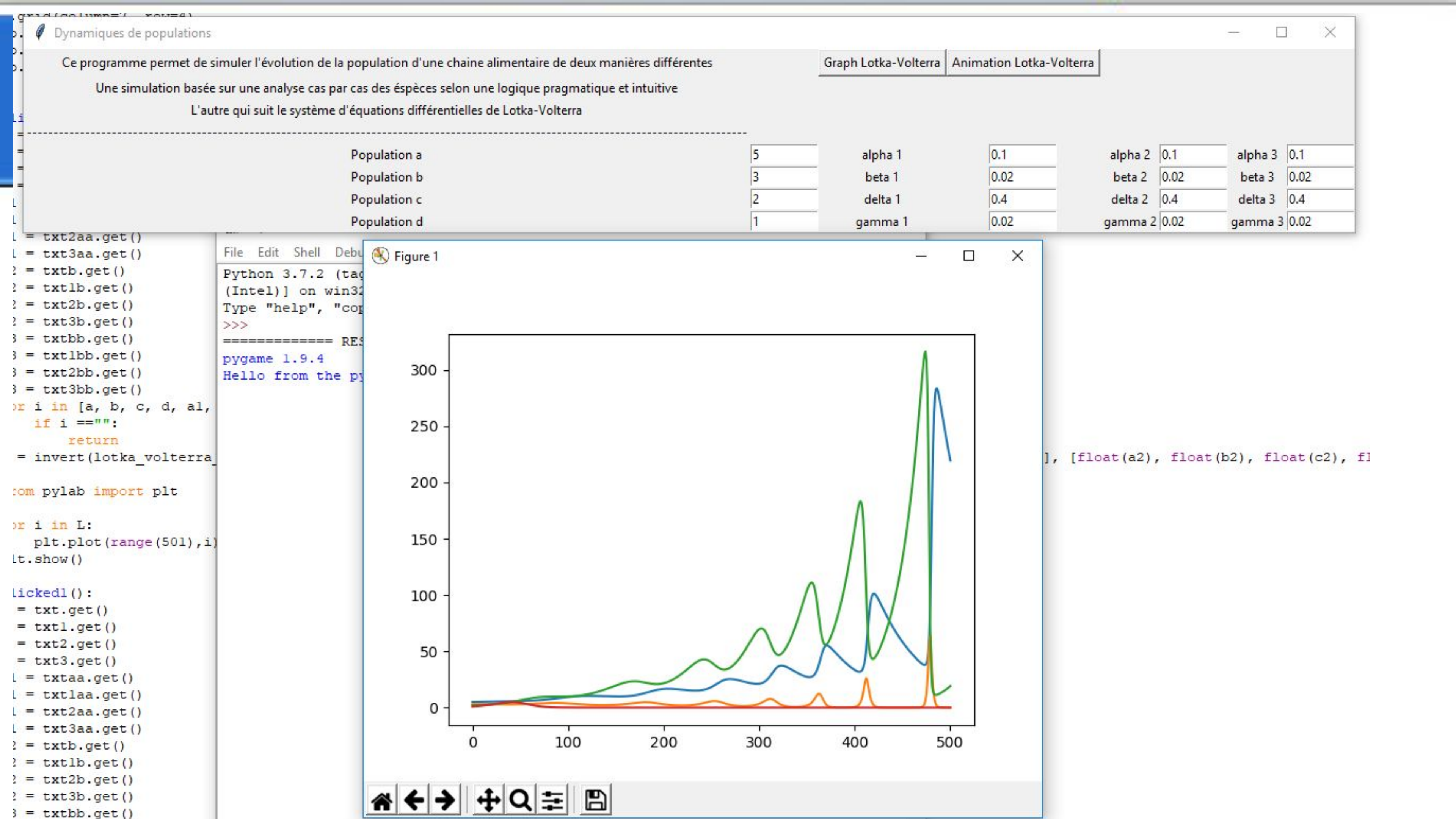


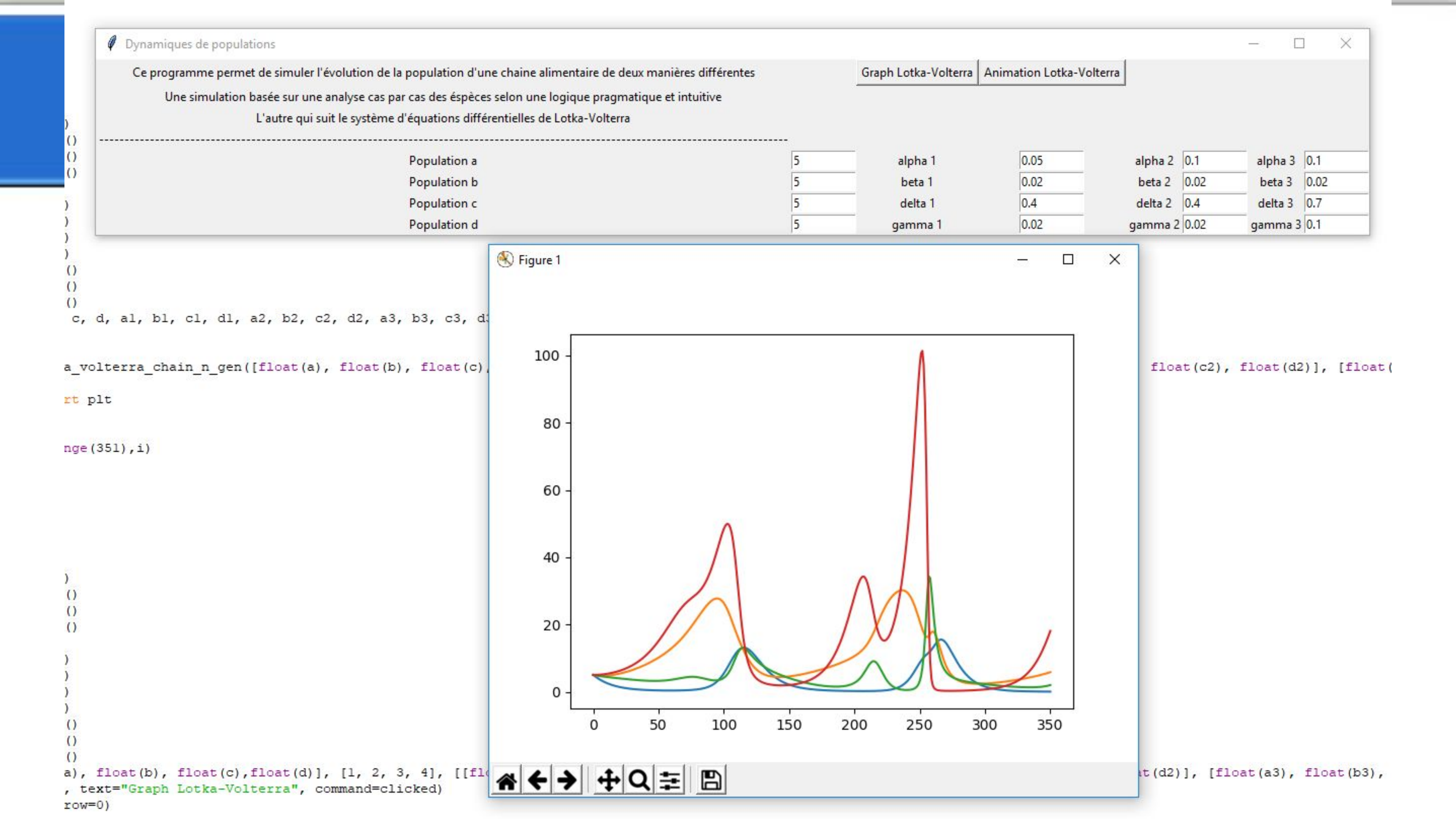
Explication du modèle

- Le passage d’un modèle continu à un modèle continu à un modèle discret
- Les différents modules utilisés pour effectuer le modèle
  - Random
  - Matplotlib
  - Pygame
  - Tkinter
- Le code en soit

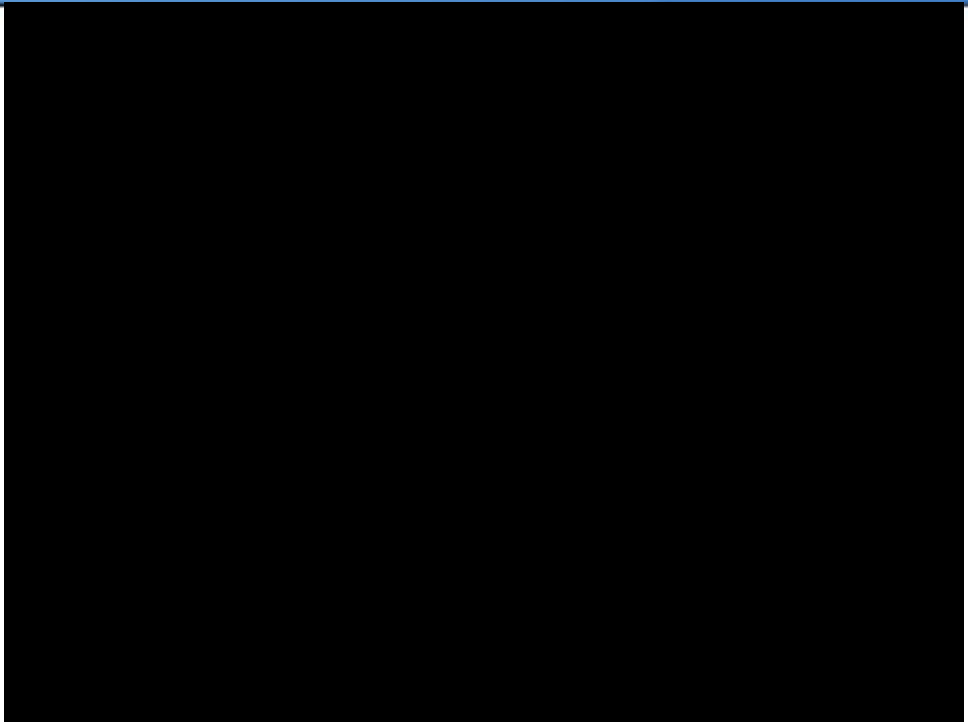
Résultats


Dynamiques de populations
Ce programme permet de simuler l'évolution de la population d'une chaine alimentaire de deux manières différentes
Une simulation basée sur une analyse cas par cas des éspèces selon une logique pragmatique et intuitive
L'autre qui suit le système d'équations différentielles de Lotka-Volterra
Graph Lotka-Volterra
Animation Lotka-Volterra
Population a
Population b
Population c
Population d
5
5
5
5
alpha 1
beta 1
delta 1
gamma 1
0.1
0.02
0.4
0.02
alpha 2
beta 2
delta 2
gamma 2
0.1
0.02
0.4
0.02
alpha 3
beta 3
delta 3
gamma 3
0.1
0.02
0.4
0.02
Figure 1
2000
1500
1000
500
0
0
100
200
300
400
500


Dynamiques de populations
Ce programme permet de simuler l'évolution de la population d'une chaine alimentaire de deux manières différentes
Graph Lotka-Volterra
Animation Lotka-Volterra
Une simulation basée sur une analyse cas par cas des éspèces selon une logique pragmatique et intuitive
L'autre qui suit le système d'équations différentielles de Lotka-Volterra
Population a 5
Population b 3
Population c 2
Population d 1
alpha 1 0.1
beta 1 0.02
delta 1 0.4
gamma 1 0.02
alpha 2 0.1
beta 2 0.02
delta 2 0.4
gamma 2 0.02
alpha 3 0.1
beta 3 0.02
delta 3 0.4
gamma 3 0.02
File Edit Shell Debu
Python 3.7.2 (tag
(Intel)] on win32
Type "help", "cop
>>>
============= RES
pygame 1.9.4
Hello from the py
Figure 1
0
50
100
150
200
250
300
0
100
200
300
400
500
= txt2aa.get()
= txt3aa.get()
= txtb.get()
= txt1b.get()
= txt2b.get()
= txt3b.get()
= txtbb.get()
= txt1bb.get()
= txt2bb.get()
= txt3bb.get()
for i in [a, b, c, d, a1,
if i =="":
return
= invert(lotka_volterra_
], [float(a2), float(b2), float(c2), fl
from pylab import plt
for i in L:
plt.plot(range(501),i)
plt.show()
licked1():
= txt.get()
= txt1.get()
= txt2.get()
= txt3.get()
= txtaa.get()
= txt1aa.get()
= txt2aa.get()
= txt3aa.get()
= txtb.get()
= txt1b.get()
= txt2b.get()
= txt3b.get()
= txtbb.get()


Dynamiques de populations
Ce programme permet de simuler l'évolution de la population d'une chaine alimentaire de deux manières différentes
Une simulation basée sur une analyse cas par cas des éspèces selon une logique pragmatique et intuitive
L'autre qui suit le système d'équations différentielles de Lotka-Volterra
Graph Lotka-Volterra
Animation Lotka-Volterra
Population a 5
Population b 5
Population c 5
Population d 5
alpha 1 0.05
beta 1 0.02
delta 1 0.4
gamma 1 0.02
alpha 2 0.1
beta 2 0.02
delta 2 0.4
gamma 2 0.02
alpha 3 0.1
beta 3 0.02
delta 3 0.7
gamma 3 0.1
Figure 1
0
20
40
60
80
100
0
50
100
150
200
250
300
350
c, d, a1, b1, c1, d1, a2, b2, c2, d2, a3, b3, c3, d
a_volterra_chain_n_gen([float(a), float(b), float(c),
float(c2), float(d2)], [float(
rt plt
nge(351),i)
a), float(b), float(c),float(d)], [1, 2, 3, 4], [[fl
t(d2)], [float(a3), float(b3),
, text="Graph Lotka-Volterra", command=clicked)
row=0)

Exemple d’une map



Comparaison

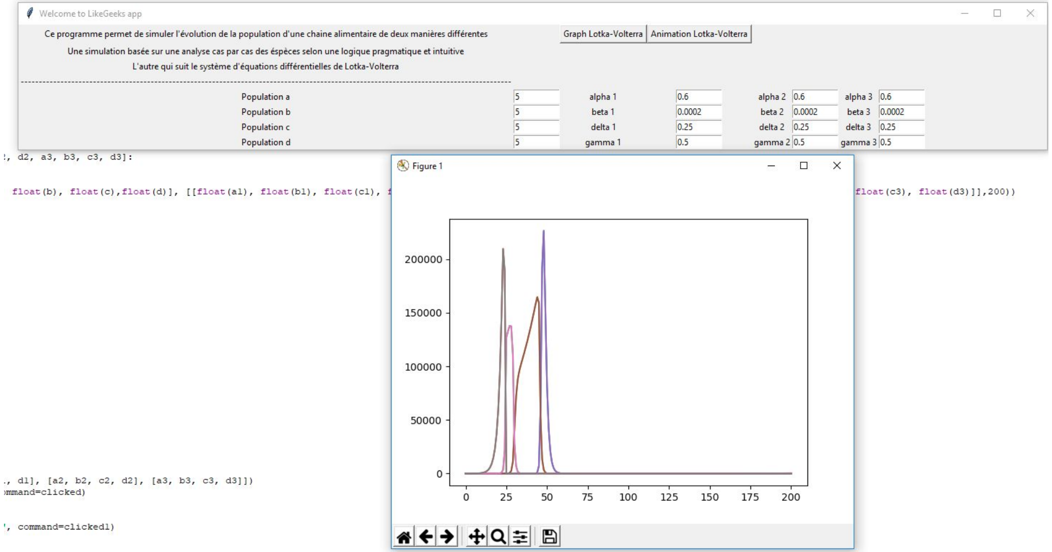
- Quels sont les points communs et les différences entre les deux modèles?

  - Approche différente (Modèle mathématique vs intuitif)
  - Codées différemment (Matplotlib vs pygame pour la carte)
  - Les paramètres sont radicalement différents

  Cependant :
  - Certains résultats sont conformes à la réalité
  - Chaque modèle est conforme selon le problème

Comparaison des résultats

Lequel se rapproche le plus d'un écosystème stable?



Conclusion

Les deux modèles ont chacun leurs qualités et leurs défauts. Le premier se base sur des paramètres réels tant dis ce que le second est fondé sur deux formules regroupant déjà tous les paramètres entrant en compte dans la réalité.

Bibliographie

- http://culturemath.ens.fr/maths/html/lotka/lotka.html
- Nicolas Bacaër, Histoires de mathématiques et de populations, Éditions Cassini, coll. « Le sel et le fer », 2008, 212 p. (ISBN 9782842251017), « Lotka et la « biologie physique » / Volterra et la « théorie mathématique de la lutte pour la vie »
- Leigh, E. R. (1968). "The ecological role of Volterra's equations". *Some Mathematical Problems in Biology*. – a modern discussion using Hudson's Bay Company data on lynx and hares in Canada from 1847 to 1903.
-
- Journal of Physics: Conference Series : Dynamics of a Lotka-Volterra type model with applications to marine phage population dynamicsC Gavin1, A Pokrovskii1, M Prentice2 and V Sobolev3