

$$\begin{aligned}
 \det \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} &= a_1 \det \begin{bmatrix} \cancel{a_1} \quad \cancel{a_2} \quad \cancel{a_3} \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} - a_2 \det \begin{bmatrix} \cancel{a_1} \quad \cancel{a_2} \quad \cancel{a_3} \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & \cancel{c_2} & \cancel{c_3} \end{bmatrix} + a_3 \det \begin{bmatrix} \cancel{a_1} \quad \cancel{a_2} \quad \cancel{a_3} \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & \cancel{c_3} \end{bmatrix} \\
 &= a_1 (b_2 c_3 - b_3 c_2) - a_2 (b_1 c_3 - b_3 c_1) + a_3 (b_1 c_2 - b_2 c_1)
 \end{aligned}$$