

# Algorytmy numeryczne

## Zadanie 4

Iwona Jaśtak | Arkadiusz Dąbrowski  
Tester programista - grupa 1

13.01.2019

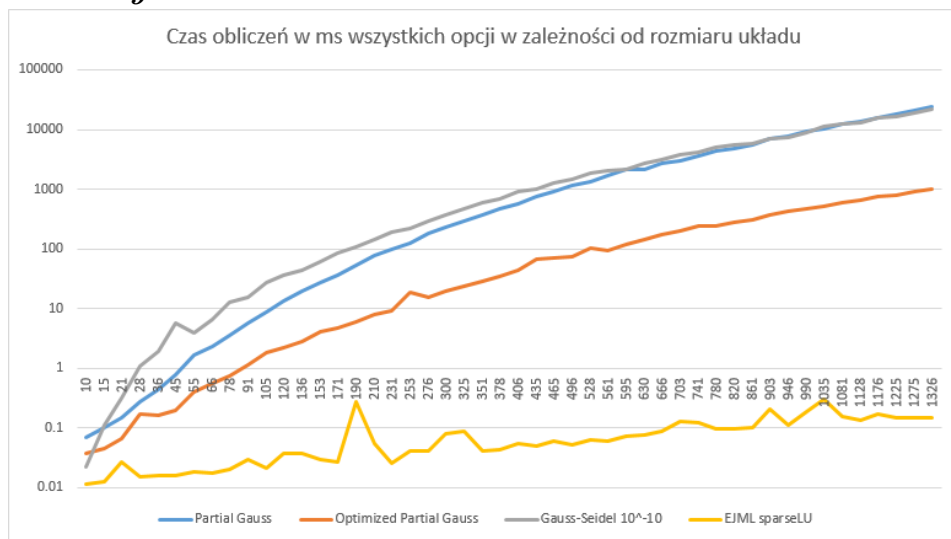
### Aproksymacja

Poniższe sprawozdanie dotyczy zastosowania aproksymacji przy rozwiązywaniu równań liniowych, gdzie znamy charakter badanego zjawiska i spodziewamy się konkretnej funkcji je opisującej oraz weryfikacji jakości w/w wyliczonych funkcji.

Wracając do problemu protokołów populacyjnych, przedstawionego w poprzednim sprawozdaniu, gdzie znamy charakter macierzy opisującej układ równań dla poszczególnych zastosowanych metod, możemy zastosować aproksymację i spodziewamy się, że funkcja dobrze opisująca czas w zależności od rozmiaru danego układu będzie odpowiednio:

- wielomianem 3-go stopnia dla metody Gaussa z częściowym wyborem elementu podstawowego,
- wielomianem 2-go stopnia dla metody Gaussa z częściowym wyborem elementu podstawowego z optymalizacją dla macierzy rzadkich,
- wielomianem 2-go stopnia dla metod iteracyjnych Gaussa-Seidela przy założonej dokładności  $10^{-10}$ ,
- wielomianem 1-go stopnia dla metody zaimplementowanej w oparciu o macierze rzadkie.

### Pomiary czasu



Przetestowano czas obliczeń dla wszystkich przedstawionych wariantów. Maksymalny rozmiar testowanej macierzy wyniósł  $N = 1326$ . Iteracje zaczynały się od  $i = 3$ , które w kolejnych krokach było inkrementowane, gdzie  $N = \binom{i+2}{2}$ . Uzyskane wyniki zostały przedstawione na wykresie ze skalą logarymiczną, dla uzyskania większej czytelności wyników.

Osobno zmierzony został czas budowania układu równań, gdzie testy były przeprowadzone na tej samej zasadzie co wyżej.

Jak widać, czasy częściowego Gaussa oraz Gaussa-Seidela są zbliżone, jednak pierwsza opcja rośnie szybciej. Wersja zoptymalizowana jest znacznie szybsza, a dla algorytmu z macierzami rzadkimi czas jest nieporównywalnie lepszy od poprzednich wariantów - w szczytowym momencie około 680 razy szybszy od zoptymalizowanej opcji.

Podobnie jest z czasem budowania układu. Przy wykorzystaniu biblioteki najdłuższy zarejestrowany czas to około 1 milisekunda, gdzie normalnie, przy tej samej wielkości macierzy, zajęło to około 172 milisekund.

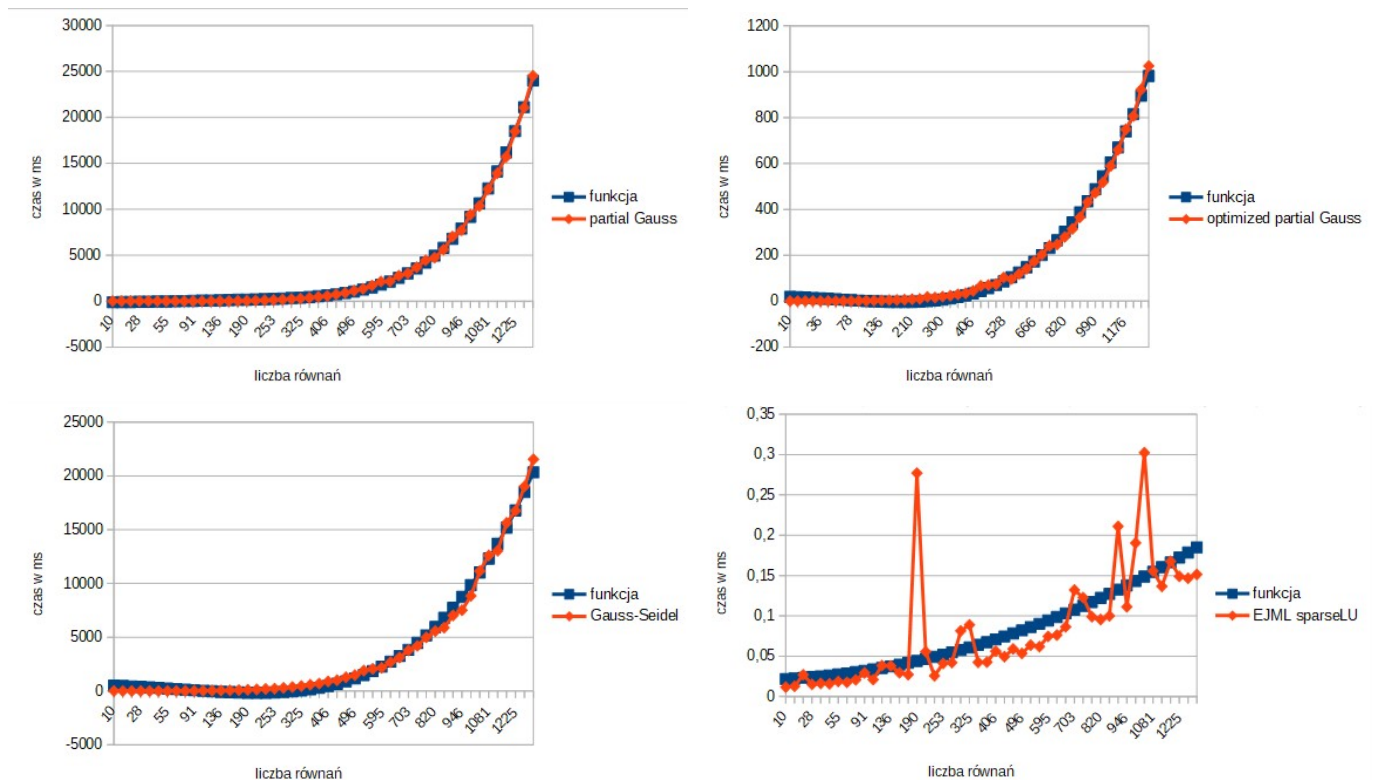


## Wielomiany aproksymacyjne

Poniższa tabela przedstawia funkcje wyliczone przy użyciu aproksymacji średniokwadratowej dyskretnej. Stopnie wielomianów są takie jak we wstępie sprawozdania. Dla poprawy czytelności ułamki zaokrąglono do 8 miejsc po przecinku.

Metoda	Wielomian aproksymacyjny
Partial Gauss	$F(x) = -146.45522706 + 2.46676683x - 0.00727320x^2 + 0.00001444x^3$
Partial Gauss z optymalizacją	$F(x) = 20.98128305 - 0.27463815x + 0.00075358x^2$
Gauss-Seidel $10^{-10}$	$F(x) = 567.43674568 - 6.96673638x + 0.01649819x^2$
EJML sparseLU	$F(x) = 0.02055693 + 0.00012399x$

## Poprawność rozwiązania



By udowodnić poprawność wyliczonych funkcji wykonane zostały wykresy porównujące wyniki testów dla każdej z metod z wykresami odpowiadających im wielomianów aproksymacyjnych. Jak można zaobserwować wykresy pokrywają się, co obrazuje dobre odwzorowanie funkcji i poprawność powyższego rozwiązania. Nawet pomimo miejscowych wahań funkcji bibliotecznej, ogólny trend jest zachowany.

## Ekstrapolacja

Ekstrapolacja czasu dla układu równań o rozmiarze 100 128			
Partial Gauss	Partial Gauss opt.	Gauss-Seidel $10^{-10}$	EJML sparseLU
4006.35 h	125.46 min	2745.12 min	12.44 ms

```
Number of Agents: 446 | Number of equations: 100128
Sparse matrix build time: N=446 2084.7025ms
EJML sparse LU: N=446 89.1837ms
```

Jak widać na powyższym zrzucie ekranu przy układzie równań o rozmiarze 100128 dla badanej funkcji osiągnięty czas wyniósł około 89 milisekund, co daje nam w sumie około 7-krotne przeszacowanie. Jest to prawdopodobnie spowodowane samą implementacją funkcji bibliotecznej, która jak można zauważyć na poprzednich wykresach, w zależności od rozmiaru macierzy czas uzyskania rozwiązania delikatnie się waha.

## Podział pracy

Iwona Jaśtak	Arkadiusz Dąbrowski
wyliczenie wielomianów aproksymacyjnych	implementacja biblioteki EJML dla macierzy rzadkich
sprawdzenie poprawności otrzymanych rozwiązań	pomiary czasu wszystkich wariantów
przygotowanie sprawozdania	

## Źródła

Biblioteka EJML: <http://ejml.org/>