

MAT02034 – Métodos Bayesianos para Análise de Dados

Lista 1 - Revisão Inferência Bayesiana

Rafaela Oliveira

Agosto, 2025

Exercício 1. Quais são as principais diferenças entre a Inferência Clássica e a Inferência Bayesiana?

Exercício 2. Explique com detalhes uma vantagem da abordagem Bayesiana em comparação à abordagem Frequentista.

Exercício 3. Em relação aos diferentes tipos de distribuições *a priori*:

- a) O que é uma *a priori* subjetiva?
- b) O que é uma *a priori* conjugada?
- c) Qual a diferença entre uma *a priori* não-informativa e informativa?
- d) Qual a diferença entre uma *a priori* imprópria e própria?

Exercício 4. Em média, gêmeos fraternos ocorrem uma vez a cada 125 nascimentos e gêmeos idênticos uma vez a cada 300 nascimentos. Se Maria tem uma irmã gêmea, qual é a probabilidade de que Maria seja uma gêmea idêntica?

Dica 1: Considere que nascimentos de meninos e meninas possuem a mesma probabilidade.

Dica 2: Eventos – $G = \{\text{Irmãs Gêmeas}\}$, $I = \{\text{Gêmeos Idênticos}\}$, $F = \{\text{Gêmeos Fraternos}\}$.

Exercício 5. Identifique os núcleos das seguintes distribuições de probabilidade:

- a) Núcleo da $N(\mu, \sigma^2)$.
- b) Núcleo da $\text{Beta}(\alpha, \beta)$.
- c) Núcleo da $\text{Gama}(\alpha, \beta)$.
- d) Núcleo da $\text{Poisson}(\lambda)$.

Exercício 6. Sejam X_i variáveis aleatórias iid, $i = 1, \dots, n$, com distribuição Poisson(λ), tal que o parâmetro λ é assumido com uma distribuição *a priori* Gama(a, b), com hiperparâmetros a e b conhecidos.

- a) Encontre a distribuição *a posteriori*.
- b) Encontre a média, a moda e a variância da *a posteriori*.
- c) Derive a preditiva *a posteriori* para uma observação futura.

Exercício 7. Sejam X_i variáveis aleatórias iid, $i = 1, \dots, n$, com distribuição Exp(λ), tal que o parâmetro λ é assumido com uma distribuição *a priori* Gama(a, b), com hiperparâmetros a e b conhecidos.

- a) Encontre a distribuição *a posteriori*.
- b) Encontre a média, a moda e a variância da *a posteriori*.
- c) Derive a preditiva *a posteriori* para uma observação futura.

Exercício 8. Sejam X_i variáveis aleatórias iid, $i = 1, \dots, n$, com distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ com variância conhecida, tal que o parâmetro μ é assumido com uma distribuição *a priori* $N(\mu_0, \sigma_0^2)$, hiperparâmetros μ_0 e σ_0^2 conhecidos.

- a) Encontre a distribuição *a posteriori*.
- b) Encontre a média e a variância da *a posteriori*.
- c) O que acontece com *a posteriori* se $n \rightarrow \infty$?
- d) O que acontece com *a posteriori* se $\sigma_0^2 \rightarrow \infty$?

Exercício 9. Sejam X_i variáveis aleatórias iid, $i = 1, \dots, n$, com distribuição Weibull(λ, k).

Caso 1: O parâmetro λ é conhecido e o parâmetro k possui uma distribuição *a priori* Gama-Inversa(α, β), com hiperparâmetros α e β conhecidos.

Caso 2: O parâmetro k é conhecido e o parâmetro λ possui uma distribuição *a priori* Gama-Inversa(α, β), com hiperparâmetros α e β conhecidos.

- a) Encontre a distribuição *a posteriori* para cada um dos casos.
- b) Encontre a média, a moda e a variância da *a posteriori* para cada um dos casos.
- c) Derive a preditiva *a posteriori* para uma observação futura para cada um dos casos.