Árboles

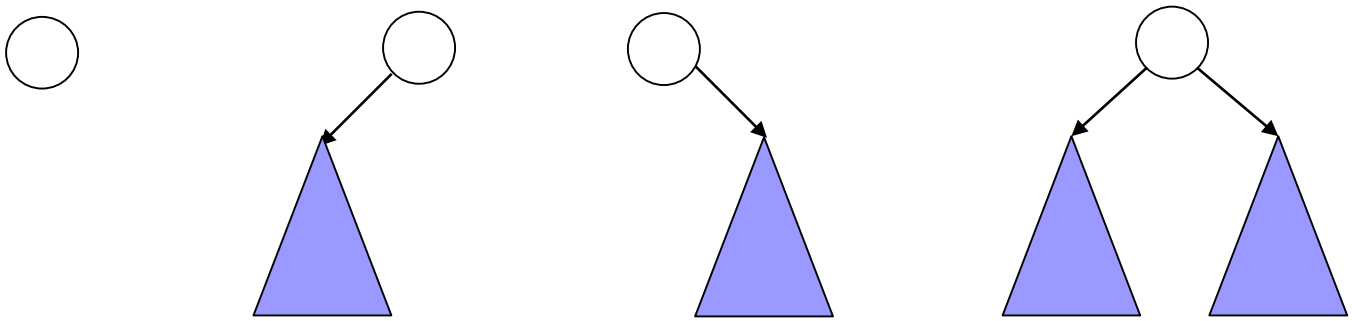
- Presentar la estructura no lineal más importante en computación
- Mostrar la especificación e implementación de varios tipos de árboles
- Algoritmos de manipulación de árboles

Árboles

Contenidos

Árbol Binario

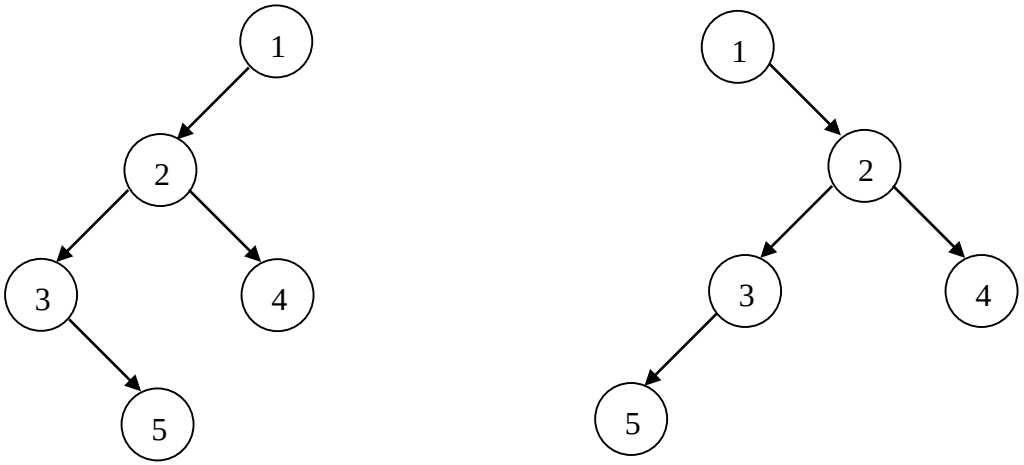
- **Árbol binario**: un árbol donde cada nodo tiene como máximo **grado 2,** es decir, un árbol binario es:
  - Un árbol vacío, o
  - Un árbol en que sus nodos tienen un hijo izquierdo y un hijo derecho. Cada uno de estos hijos es a su vez un árbol binario



- Se distinguen los hijos de un nodo como **izquierdo** y **derecho**

Árbol Binario

- Ej:



- **Preorden**: raíz, preorden(A_{izq}), preorden(A_{der})
  - Ej: 1, 2, 3, 5, 4 (coincide en los dos árboles)
- **Postorden**: postorden(A_{izq}), postorden(A_{der}), raíz
  - Ej: 5, 3, 4, 2, 1 (coincide en los dos árboles)
- **Inorden:** inorden(A_{izq}), raíz, inorden(A_{der})
  - Ejs: 3, 5, 2, 4, 1
    1, 5, 3, 2, 4
- **Anchura:** recorrido por niveles
  - Ejs: 1, 2, 3, 4, 5 (coincide en los dos árboles)

TAD Árbol Binario

Especificación

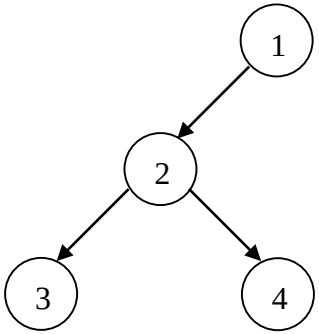
```
public class ArbolBinario<E> {
    // Declaración de tipos: ArbolBinario
    // Características: Un árbol binario es un árbol vacío o un nodo con dos hijos (izquierdo y derecho)
    //                  que a su vez son árboles binarios. Los objetos son modificables
    public ArbolBinario();
        // Produce:  Un árbol vacío
    public ArbolBinario(E elemRaiz, ArbolBinario<E> hi, ArbolBinario<E> hd) throws NullPointerException;
        // Produce:  Si hi o hd son null, lanza la excepción NullPointerException. En caso contrario,
        //           construye un árbol de raíz elemRaiz, hijo izquierdo hi e hijo derecho hd

    public boolean esVacio();
        // Produce:  Cierto si this está vacío. Falso en caso contrario.
    public E raiz() throws ArbolVacioExcepcion;
        // Produce:  Si this está vacío lanza la excepción ArbolVacioExcepcion,
        //           sino devuelve el objeto almacenado en la raíz
    public ArbolBinario<E> hijoIzq() throws ArbolVacioExcepcion;
        // Produce:  Si this está vacío lanza la excepción ArbolVacioExcepcion,
        //           sino devuelve el subárbol izquierdo
    public ArbolBinario<E> hijoDer() throws ArbolVacioExcepcion;
        // Produce:  Si this está vacío lanza la excepciónArbolVacioExcepcion,
        //           sino devuelve el subárbol derecho
```

TAD Árbol Binario

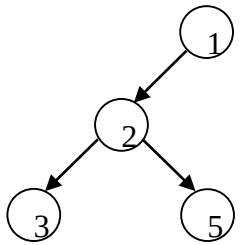
```
public boolean esta (E elemento);
        // Produce:   Cierto si elemento está en this, falso, en caso contrario

public void setRaiz(E elemRaiz) throws ArbolVacioExcepcion;
        // Modifica:  this
        // Produce:   Si this está vacío lanza la excepción ArbolVacioExcepcion,
        //            sino asigna el objeto elemRaíz a la raíz del árbol this
public void setHijoIzq(ArbolBinario<E> hi) throws ArbolVacioExcepcion, NullPointerException;
        // Modifica:  this
        // Produce:   Si hi es null, lanza la excepción NullPointerException.
        //            En caso contrario, si this está vacío lanza la excepción ArbolVacioExcepcion,
        //            sino asigna el árbol hi como subárbol izquierdo de this
public void setHijoDer(ArbolBinario<E> hd) throws ArbolVacioExcepcion, NullPointerException;
        // Modifica:  this
        // Produce:   Si hd es null, lanza la excepción NullPointerException.
        //            En caso contrario, si this está vacío lanza la excepción ArbolVacioExcepcion,
        //            sino asigna el árbol hd como subárbol derecho de this
public void suprimir ();
        // Modifica:  this
        // Produce:   El árbol binario vacío
```

TAD Árbol Binario

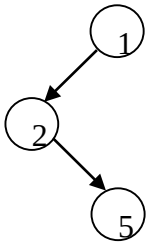
Ejemplo de uso:



- ArbolBinario<Integer> tres = new ArbolBinario<>(3, new ArbolBinario<>(), new ArbolBinario<>());
- ArbolBinario<Integer> cuatro = new ArbolBinario<>(4, new ArbolBinario<>(), new ArbolBinario<>());
- ArbolBinario<Integer> dos = new ArbolBinario<>(2, tres, cuatro);
- ArbolBinario<Integer> uno = new ArbolBinario<>(1, dos, new ArbolBinario<>());
- uno.esVacio() → devolvería false
- tres.raiz() → devolvería el entero 3
- dos.hijoIzq() → devolvería el árbol binario tres
- cuatro.hijoDer() → devolvería el árbol binario vacío
- dos.esta(1) → devolvería false
- cuatro.setRaiz(5) → modificaría el árbol pasando a ser →



- dos.setHijoIzq(new ArbolBinario<>()) → modificaría el árbol pasando a ser →



TAD Árbol Binario

Implementación

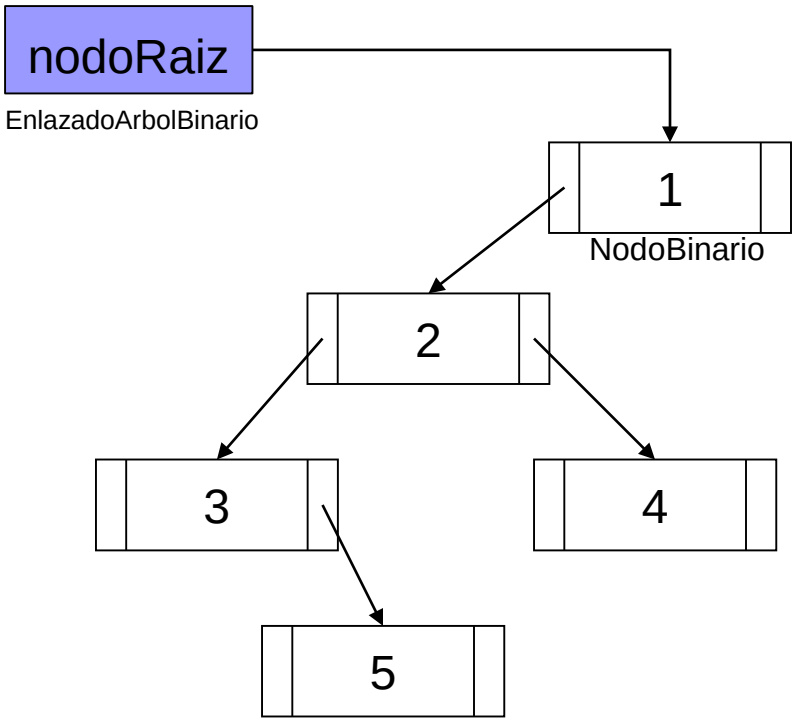
- Paso 1: Definición interfaz

```
public interface ArbolBinario<E>        {
        public boolean esVacio();
        public E raiz() throws ArbolVacioExcepcion;
        public ArbolBinario<E> hijoIzq() throws ArbolVacioExcepcion ;
        public ArbolBinario<E> hijoDer() throws ArbolVacioExcepcion;
        public boolean esta (E elemento);
        public void setRaiz(E elemRaiz) throws ArbolVacioExcepcion;
        public void setHijoIzq(ArbolBinario<E> hi)
                throws ArbolVacioExcepcion, NullPointerException;
        public void setHijoDer(ArbolBinario<E> hd)
                throws ArbolVacioExcepcion, NullPointerException;
        public void suprimir();
}
```

- Paso 2: Clase implemente la interfaz
  - Mediante estructuras enlazadas genéricas
    - public class EnlazadoArbolBinario<E> implements ArbolBinario<E>

TAD Árbol Binario

- Representación




```
public class EnlazadoArbolBinario<E> implements ArbolBinario<E>{
    private NodoBinario<E> nodoRaiz;
```

TAD Árbol Binario

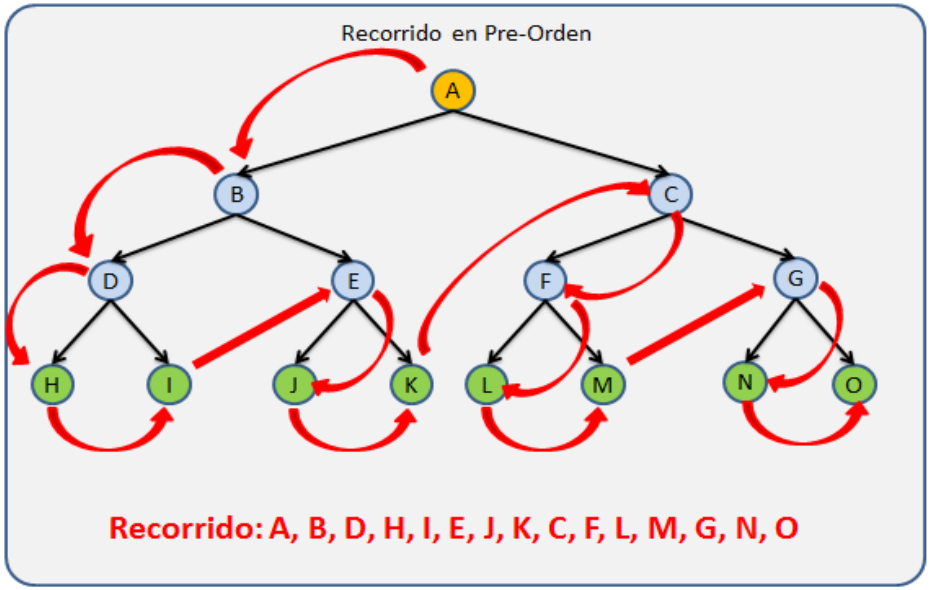
```
public class NodoBinario<E>{
        private E elemento;                 // referencia al elemento del nodo
        private NodoBinario<E> izq;         // referencia al nodo izquierdo
        private NodoBinario<E> der;         // referencia al nodo derecho

        public NodoBinario(E e, NodoBinario<E> hi, NodoBinario<E> hd){
                elemento = e;
                izq = hi;
                der = hd;
        }
        public E getElemento() {
                return elemento;
        }
        public NodoBinario<E> getIzq() {
                return izq;
        }
        public NodoBinario<E> getDer() {
                return der;
        }
        public void setElemento(E e) {
                elemento = e;
        }
        public void setIzq(NodoBinario<E> hi) {
                izq = hi;
        }
        public void setDer(NodoBinario<E> hd) {
                der = hd;
        }
}
```

observadores

modificadores

Uso TAD Árbol Binario

Recorridos en profundidad:

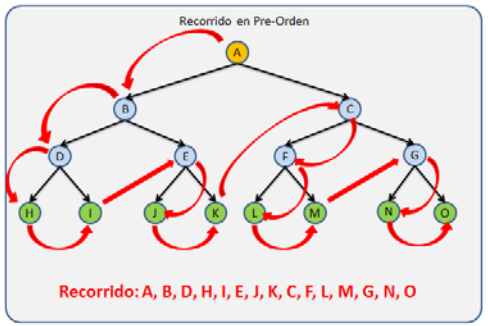


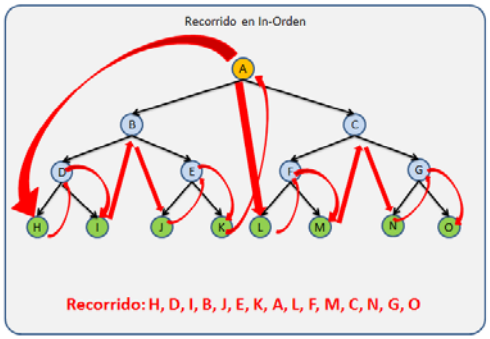

```
public static <E> void preorden(ArbolBinario<E> a){
        if (!a.esVacio()) {
                System.out.print(a.raiz() + " ");
                preorden(a.hijoIzq());
                preorden(a.hijoDer());
        }
}
```

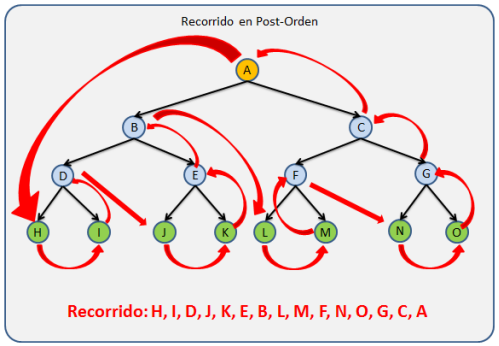
Uso TAD Árbol Binario

Recorridos en profundidad:

```
public static <E> void preorden(ArbolBinario<E> a){
        if (!a.esVacio()) {
                System.out.print(a.raiz() + " ");
                preorden(a.hijoIzq());
                preorden(a.hijoDer());
        }
}
public static <E> void inorden(ArbolBinario<E> a){
        if (!a.esVacio()) {
                inorden(a.hijoIzq());
                System.out.print(a.raiz() + " ");
                inorden(a.hijoDer());
        }
}
public static <E> void postorden(ArbolBinario<E> a){
        if (!a.esVacio()) {
                postorden(a.hijoIzq());
                postorden(a.hijoDer());
                System.out.print(a.raiz() + " ");
        }
}
```

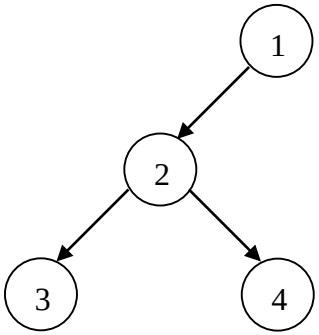






Uso TAD Árbol Binario

Recorrido en anchura:



Listado: 1, 2, 3, 4

Cola c	1	2	vacío	3	4	vacío	vacío	vacío	vacío	

```
public static <E> void anchura(ArbolBinario<E> a){
        Cola<ArbolBinario<E>> c = new EnlazadaCola<>();
        c.insertar(a);
        do {
                a = c.suprimir();
                if (!a.esVacio()){
                        System.out.print(a.raiz() + " ");
                        c.insertar(a.hijoIzq());
                        c.insertar(a.hijoDer());
                }
        } while (!c.esVacio());
}
```

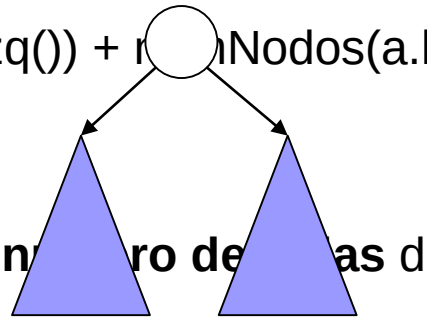
Uso TAD Árbol Binario

- Escribe un método que cuente el **número de nodos** de un árbol binario.

```
public static <E> int numNodos(ArbolBinario<E> a){
        if (a.esVacio())
                return 0;
        return 1 + numNodos (a.hijoIzq()) + numNodos(a.hijoDer());
    }
```

Árbol vacío

Árbol no vacío



- Escribe un método que devuelva el **número de hojas** de un árbol binario.

```
public static <E> int numHojas (ArbolBinario<E> a){
        if (a.esVacio())
                return 0;
        if (a.hijoIzq().esVacio() && a.hijoDer().esVacio())
                return 1;
        return numHojas(a.hijoIzq()) + numHojas(a.hijoDer());
}
```

Uso TAD Árbol Binario

- Un árbol **degenerado** es un árbol en el que cada nodo tiene solamente un subárbol. Escribe un método que dado un árbol binario indique si es degenerado o no.

```
public static <E> boolean degenerado (ArbolBinario<E> a){
        if (a.esVacio())
                return true;
        else if (a.hijoIzq().esVacio() && a.hijoDer().esVacio())
                return true;
        else if (!a.hijoIzq().esVacio() && !a.hijoDer().esVacio())
                return false;
        else return degenerado(a.hijoIzq()) && degenerado(a.hijoDer());
    }
```

Uso TAD Árbol Binario

- Escribe un método que dado un árbol binario, realice una **copia** del mismo.

```
public static <E> ArbolBinario<E> copia(ArbolBinario<E> a){
        if (a.esVacio())
            return new EnlazadoArbolBinario<>();
        else
            return new EnlazadoArbolBinario<>(a.raiz(),
                                                copia(a.hijoIzq()), copia(a.hijoDer()));
    }
```