Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Convocatoria de julio. 02-07-21

Nombre: DNI:

<u>NOTA:</u> Es necesario un mínimo de 3 ptos, el 50% de la puntuación total de teoría, en la prueba para sumar las prácticas correspondientes. La duración del examen es de 2 horas.

1. (0.5 ptos) Enunciar el Teorema de Iteración en lenguajes independientes del contexto.

   Accesible en la clase del día 21/05/21, en la plataforma Moovi.

Sea $\mathcal{L}$ un LIC, entonces existe un $K \geq 1$ / $\forall z \in \mathcal{L}$, $|z| \geq K$.

2. (1 pto) Razonar la verdad o falsedad de la afirmación siguiente:

   "El conjunto $\mathcal{L} = \{a^{n^2},\ n \geq 1\}$ es un lenguaje independiente del contexto."

   Accesible en la clase del día 21/05/21, en la plataforma Moovi.

Tengamos un L indep. del contexto entonces $\exists K \geq 1$, $\forall z \in L$ $|z| \geq K$, se verifica que

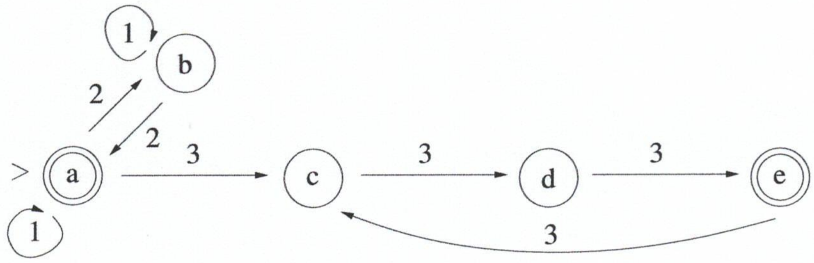
$\exists uvwxy \in \Sigma^*$ / i) $vx \neq \epsilon$; ii) $|vwx| \leq K$; iii) uv^iwx^iy $\forall i \geq \emptyset$.

$|z| = |a^{n^2}| = |a^{K^2}| = |uvwxy| = K^2$; $vx \neq \epsilon$ $< \emptyset$ $\Rightarrow |vx| + |uvwxy| = |uv^2wx^2y| < K^2$ ($\hat{K^2}$)

$|z| = |a^{K^2}| = |uvwxy| = K^2$; $w \neq \epsilon$; $|vwx| \leq K$ $\Rightarrow |vx| < K$ $\Big\}$ $|uv^2wx^2y| = |ux| < K^2 + K$

$uv^2wx^2y \in L$

3. (1.5 ptos) Calcular la gramática regular asociada al AF de la figura. Justificar los pasos ejecutados en el cálculo.



$A \to 1A$ $\qquad$ $B \to 2A$ $\qquad$ $E \to 3C$

$A \to 2B$ $\qquad$ $C \to 3D$ $\qquad$ $E \to \varepsilon$

$A \to 3C$ $\qquad$ $D \to 3E$

$A \to \varepsilon$ $\qquad$ $B \to 1B$

4. (1.5 ptos) Sea la gramática $\mathcal{G}$ dada por las reglas:

$$S \to S + S \qquad S \to S * S \qquad S \to \text{número}$$

donde `número` representa la categoría de terminales que engloba a los números reales. Responder <u>razonadamente</u> a las cuestiones siguientes:

(a) (0.5 ptos) La gramática $\mathcal{G}$ es ambigua.

En efecto, basta considerar que para la entrada $w = 1 + 2 + 3$, tenemos dos posibles derivaciones canónicas o (como en este caso) por la izquierda (el mismo razonamiento puede hacerse con las canónicas). Por una parte

$$S \Rightarrow_{lm} S + S \Rightarrow_{lm} 1 + S \Rightarrow_{lm} 1 + S + S \Rightarrow_{lm} 1 + 2 + S \Rightarrow_{lm} 1 + 2 + 3$$

y por otra

$$S \Rightarrow_{lm} S + S \Rightarrow_{lm} S + S + S \Rightarrow_{lm} 1 + S + S \Rightarrow_{lm} 1 + 2 + S \Rightarrow_{lm} 1 + 2 + 3$$

(b) (1 pto) El lenguaje $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ es ambiguo.

No es ambiguo, puesto que existe una gramática no ambigua que lo genera. Por ejemplo:

$$\begin{array}{lcl} E & \to & E + T \\ & & \mid T \\ F & \to & (E) \\ & & \mid \text{número} \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} T & \to & T * F \\ & & \mid F \end{array}$$

Esta gramática introduce implícitamente:

- Una mayor prioridad para el operador "*" que para el operador "+".
- La asociatividad por la izquierda para los opradores "*" y "+".

eliminando así los dos factores al origen de la ambigüedad asociada a la gramática original.

Sea L un lenguaje entonces $K \geq 1$ $\forall z \in L$, entonces $|z| \geq K$

Este verifica que existe $\exists\, uvwxy \in \Sigma^* /$ i) $vx \neq \varepsilon$

ii) |

5. (0.5 ptos) Enunciar el Teorema de iteración en lenguajes regulares.

Accesible en la clase del día 30/04/21, en la plataforma Moovi.

Sea $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un AF / $|Q| = n$, entonces $\forall w \in L(A)$ $|w| = m > n$ se cumple que $\exists\, xyz \in \Sigma^*$ /
i) $w = xyz$
ii) $y \neq \varepsilon$
iii) $xy^kz \in L(A)$ / $\forall k \geq \emptyset$

$* = 0$ ó más
$+ = 1$ ó más

6. (1 pto) Razonar la verdad o falsedad de la afirmación siguiente:

"El conjunto $\mathcal{L} = \{a^n b^m c\, d^m e^{n+2},$ tal que $n \geq 1, m \geq 0\}$ es un lenguaje regular."

Si fuera regular, $\exists\, A = (Q, \Sigma, \delta, \delta_0, F)$ AF que verificaría el th. de iteración en leng. regulares.

Sea $n := |Q|$, entonces trivialmente $w = a^n b^m c d^m e^{n+2}$, $m \geq \emptyset$ debería verificar dicho th. En particular, deberían existir $x, y, z \in \Sigma^*$ /
$w = xyz$
$y \neq \varepsilon$
$xy^kz \in \mathcal{L}$, $\forall k \geq \emptyset$

donde la casuística para "y" sería:

$w = xyz$
$y \neq \varepsilon$
wy^kz

$y \in a^*$, se desequilibraría el nº de a's y e's
$y \in a^+b^*$, " " " ", y además podrían intercalarse a's y b's

$y \in a^+b^*c$, se alternarían a's y c's
$y \in a^+b^*cd^*$, " " " "
$y \in a^+b^*cd^*e^+$, " " " "

$y \in b^+$, se desequilibrarían b's y d's

$y \in b^*c$, " las c's.

$y \in b^*cd^*$, o bien aumentan las c's, o se alternan caracteres incompatibles.

$y \in b^*cd^*e^+$, se alternarían c's y e's

$y \in c$, se desequilibran las c's

$y \in cd^*$, " "

$y \in cd^*e^+$, se alternan c's y e's.

$y \in d^+$, " desequilibran b's y d's

$y \in d^*e^+$, " las e's, o se alternan d's y e's.

$y \in e^+$ se desequilibran las e's y a's.

Luego en ningún caso se verificaría el th. de iteración en leng. regulares.

Por tanto, $\mathcal{L}$ <u>no</u> es regular.